

Аналитическая модель оценки работы организационных структур систем оперативной обработки запросов клиентов 77-30569/349781

04, апрель 2012

Постников В. М., Постников М. Е.

УДК 519.81

МГТУ им. Н.Э. Баумана
iu5.root@gmail.com

Введение.

Системы оперативной обработки запросов клиентов, построенные не базе ЛВС (СООЗК), находят широкое применение во всех областях народного хозяйства. Условно эти системы можно разбить на следующие группы:

- системы обслуживания звонков клиентов (так называемые Call Center). К их числу следует отнести справочные службы, обслуживающие телефонные звонки клиентов.

- системы обслуживания запросов клиентов (так называемые СОЗаК). К их числу следует отнести центры обслуживания продаж электроэнергии, центры мобильной связи, телефонные узлы и т.д. Эти организации имеют несколько рабочих мест (окон), за которыми находятся специалисты, которые отвечают на запросы клиентов.

- системы обслуживания заказов клиентов (так называемые СОЗК). К их числу следует отнести салоны сервисного обслуживания компьютерной техники, салоны оперативной полиграфии и т.д.

Количество граждан, имеющих ноутбуки и пользующихся услугами салонов компьютерной техники, постоянно растет. Также постоянно растет количество граждан и организаций, которые для печати полиграфической продукции, например, визиток, бланков, этикеток, ярлыков, приглашений, ценников, листовок пользуются услугами полиграфических предприятий. При этом следует иметь в виду, что постоянно растут потребности граждан в улучшении качества их обслуживания, как клиентов. Это требует уменьшения как времени пребывания клиентов в офисе, так и времени выполнения их заказов, а также дальнейшего непрерывного совершенствования сервиса услуг, которые предоставляют клиентам.

В связи с этим необходимо иметь простую для использования аналитическую модель, позволяющую, для систем оперативной обработки запросов клиентов, оценивать эффективность их функционирования и давать рекомендации по построению, модернизации или реорганизации этих систем.

Формализация работы систем оперативной обработки запросов клиентов.

Формально описать работу СОЗаК и СООЗК можно в виде системы массового обслуживания (СМО). При этом клиентов следует представить в виде заявок, поступающих на обслуживание в СМО, а сотрудников этих организаций в виде аппаратов, обслуживающих эти заявки.

Тогда организационную структуру работы этих систем удобно представить в виде многоканальной СМО с количеством обслуживающих аппаратов “С” (равным количеству сотрудников, обслуживающих клиентов), с бесконечной очередью и дисциплиной обслуживания в порядке поступления. Согласно [1-5] входной поток заявок в СМО следует считать пуассоновским, а время обслуживания этих заявок распределенным экспоненциально. Условно СМО такого типа обозначают сокращенно как М/М/С, при этом все аппараты считаются одинаковыми.

Анализ существующей модели анализа многоканальной СМО.

В настоящее время для анализа многоканальной СМО типа М/М/С в основном применяют стандартную аналитическую модель, которая позволяет определить загрузку обслуживающего аппарата системы, среднее количество заявок в очереди и системе (в очереди и на обслуживании), среднее время нахождения заявок как в очереди, так и в СМО. Эта модель предполагает использование ряда математических выражений в следующей последовательности [1-5]:

- 1) Определяем вероятность (P_0) того, что в СМО отсутствуют заявки.

$$P_0 = \left[\sum_{i=0}^C \frac{\Psi^i}{i!} + \frac{\Psi^{C+1}}{C!(C-\Psi)} \right]^{-1} \quad (1)$$

C - количество аппаратов, обслуживающих поступающие на вход СМО заявки;

ρ - загрузка одного аппарата СМО $\rho < 1$

ψ - загрузка всех аппаратов СМО $\psi < C$ где $\psi = C \cdot \rho = \lambda / \mu$

- 2) Определяем вероятность (P_i) того, что обслуживают заявки только i аппаратов СМО, где $1 \leq i \leq C$

$$P_i = \frac{\Psi^i}{i!} P_0 \quad (2)$$

3) Определяем вероятность (P_{C+i}) того, что заняты обслуживанием заявок все аппараты и кроме этого (i) заявок находится в очереди, где $1 \leq i \leq \infty$

$$P_{C+i} = \frac{\Psi^{C+i}}{C! \cdot C^i} P_0 \quad (3)$$

4) Определяем среднее количество заявок в очереди

$$Q = \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot P_{C+i} = \frac{\Psi^{C+1} \cdot C \cdot P_0}{C! \cdot (C - \Psi)^2} \quad (4)$$

5) Определяем среднее количество заявок в системе (в очереди и на обслуживании)

$$L = Q + C \cdot \rho = Q + \Psi \quad (5)$$

6) Определяем среднее время ожидания заявок в очереди (W)

$$W = \frac{Q}{\lambda} = \frac{\Psi^C \cdot C \cdot P_0}{C! \cdot (C - \Psi)^2 \cdot \mu} \quad (6)$$

7) Определяем среднее время пребывания заявок в СМО (T)

$$T = W + 1/\mu \quad (7)$$

Анализ приведенных выражений показывает, что модель не совсем удобна для практического использования, особенно в инженерной практике.

Постановка задачи.

Необходимо разработать более простую и более удобную в использовании, чем набор выражений (1) – (7), аналитическую модель для анализа СМО типа М/М/С.

Разработка аналитической модели.

При разработке аналитической модели для вычисления основных характеристик функционирования многоканальной СМО типа М/М/С предлагается использовать метод сведения загрузки многоканальной СМО к загрузке одноканальной СМО, учитывающий помощь обслуживающих аппаратов друг другу при наличии в очереди заявок, которые следует обслужить.

В этом случае, например, для СМО типа М/М/2, в которой только два аппарата, справедливы следующие зависимости:

$\rho = \lambda / (2 \cdot \mu)$ - загрузка одного аппарата многоканальной СМО, т.е. вероятность загрузки любого аппарата;

$(1 - \rho)$ - вероятность, что аппарат свободен и может помочь другому аппарату в обслуживании заявок при наличии заявок в очереди к СМО. В случае двух аппаратов также имеем, что $[\rho \cdot (1 - \rho)]$ - вероятность, что свободный аппарат может помочь занятому в обслуживании заявок, находящимся в очереди;

Тогда загрузка аппарата одноканальной СМО, заменяющей эквивалентную ей двухканальную СМО, будет уменьшена на величину этой помощи, и равна $[\rho - \rho \cdot (1 - \rho)] = \rho^2$.

Далее будем использовать этот принцип замены для трех и более аппаратов. При этом для упрощения вычислений не будем учитывать одновременную помощь нескольких аппаратов выделенному одному аппарату. Для трех аппаратов в этом случае получаем $[\rho^2 - \rho^2 \cdot (1 - \rho)] = \rho^3$ и так далее. В результате получаем, что загрузка аппарата в одноканальной СМО, заменяющей эквивалентную ей "С" канальную СМО будет приближенно равна ρ^C .

В этом случае аналитические выражения для определения основных характеристик "С" канальной СМО будут иметь следующий вид

$$T = \frac{1}{(1 - \rho^C) \cdot \mu} \quad (8)$$

$$W = T - 1/\mu = \frac{\rho^C}{(1 - \rho^C) \cdot \mu} \quad (9)$$

Далее используя формулу Литтла и учитывая, что $\lambda = \rho \cdot \mu \cdot C$, имеем

$$L = T \cdot \lambda = \frac{C \cdot \rho}{(1 - \rho^C)} \quad (10)$$

$$Q = W \cdot \lambda = \frac{C \cdot \rho^{C+1}}{(1 - \rho^C)} \quad (11)$$

T - среднее время пребывания заявки в "С" канальной СМО

W - среднее время нахождения заявки в очереди в "С" канальной СМО

L - среднее количество заявок, находящихся в очереди и на обслуживании в “С” канальной СМО

Q - среднее количество заявок, находящихся в очереди в “С” канальной СМО

При этом следует иметь в виду, что $L = Q + C \cdot \rho$

Оценка погрешности аналитической модели.

Сравнительный анализ полученных в работе выражений (8)-(11) и существующих (точных выражений) (1)-(7) показал, что при $C=2$ полученные выражения также дают точный результат, и лишь при $C > 2$ результаты являются приближенными. При этом приближенные значения основных характеристик функционирования “С” канальной СМО несколько меньше точных значений, Это указывает на то, что реальная эквивалентная загрузка аппарата будет несколько больше чем величина ρ^C .

Для значений L и T при $C < 6$ это различие составляет менее 5% и с ростом загрузки аппарата многоканальной СМО эта погрешность существенно уменьшается.

Точные выражения для проведения быстрого анализа СМО типа М/М/С.

Для быстрого и точного анализа широко используемых на практике многоканальных СМО типа М/М/С, с количеством аппаратов менее шести, из выражений (4)- (7) получены простые выражения, которые имеют следующий вид

$$T^* = \frac{\rho^*}{(\rho^* - \rho^C) \cdot \mu} \quad (12)$$

$$W^* = T^* - 1/\mu = \frac{\rho^C}{(\rho^* - \rho^C) \cdot \mu} \quad (13)$$

Далее используя формулу Литтла и учитывая, что $\lambda = \rho \cdot \mu \cdot C$ имеем

$$L^* = T^* \cdot \lambda = \frac{C \cdot \rho \cdot \rho^*}{(\rho^* - \rho^C)} \quad (14)$$

$$Q^* = W^* \cdot \lambda = \frac{C \cdot \rho^{C+1}}{(\rho^* - \rho^C)} \quad (15)$$

Выражения для вычисления ρ^* в зависимости от числа аппаратов многоканальной СМО типа М/М/С приведены ниже в таблице

Таблица 1.

Выражения для вычисления загрузки СМО.

| Значения С | Значения ρ^* |
|---------------|---|
| С=1 | $\rho^* = 1$ |
| С=2 | $\rho^* = 1$ |
| С=3 | $\rho^* = (2 + 2 \cdot \rho - \rho^2) / 3$ |
| С=4 | $\rho^* = (6 + 12 \cdot \rho + 6 \cdot \rho^2 - 8 \cdot \rho^3) / 16$ |
| С=5 | $\rho^* = (24 + 72 \cdot \rho + 84 \cdot \rho^2 + 20 \cdot \rho^3 - 75 \cdot \rho^4) / 125$ |

Выводы.

1. Предложена аналитическая модель для анализа организационных структур систем оперативной обработки запросов клиентов, формализуемых в виде СМО типа М/М/С.

2. Разработанная аналитическая модель содержит простые и удобные для практического использования приближенные выражения для оценки основных характеристик функционирования СМО типа М/М/С. Погрешность вычисления среднего числа заявок и среднего времени их пребывания в СМО составляет менее 5 %. С ростом загрузки СМО эта погрешность уменьшается.

3. Для быстрого и точного анализа широко используемых на практике многоканальных СМО типа М/М/С, с количеством обслуживающих аппаратов не более пяти, получены и приведены точные и достаточно простые аналитические выражения.

Литература

1. Денисов А.А., Колесников Д.Н. Теория больших систем управления. – Л.: Энергоиздат. 1982.- 288 с.

2. Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман Н.М. Исследование операций в экономике. – М.: Маркет ДС 2007 – 408 с.
3. Лабскер Л.Г. , Бабешко Л.О. Теория массового обслуживания в экономической сфере. – М.: ЮНИТИ. 1998 – 319 с.
4. Лебедев А.И., Чернявский Е.А. Вероятностные методы в вычислительной технике. – М.: Высшая школа. 1986.- 312 с.
5. Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности –М.: Финансы и статистика. 2009. -642 с.

Analytical model of estimation of organizational structures operation for operational inquiry processing systems

77-30569/349781

04, April 2012

Postnikov V.M., Postnikov M.E.

Bauman Moscow State Technical University

iu5.root@gmail.com

The authors propose a simple analytical model for estimation of performance characteristics of organizational structures of customer inquiry in-line processing systems formalizing as a multiple channel queue systems.

Publications with keywords: [customer inquiries](#), [multiple channel systems](#), [queue systems](#)

Publications with words: [customer inquiries](#), [multiple channel systems](#), [queue systems](#)

References

1. Denisov A.A., Kolesnikov D.N. *Teoriia bol'shikh sistem upravleniia* [The theory of large-scale control systems]. Leningrad, Energoizdat, 1982. 288 p.
2. Kremer N.Sh., Putko B.A., Trishin I.M., Fridman N.M. *Issledovanie operatsii v ekonomike* [Operations research in the economy]. Moscow, Market DS, 2007. 408 p.
3. Labsker L.G., Babeshko L.O. *Teoriia massovogo obsluzhivaniia v ekonomicheskoi sfere* [Queueing theory in the economic sphere]. Moscow, IuNITI, 1998. 319 p.
4. Lebedev A.I., Cherniavskii E.A. *Veroiatnostnye metody v vychislitel'noi tekhnike* [Probabilistic approach in computer engineering]. Moscow, Vysshiaia shkola, 1986. 312 p.
5. Fomin G.P. *Matematicheskie metody i modeli v kommercheskoi deiatel'nosti* [Mathematical methods and models in commercial activity]. Moscow, Finansy i statistika, 2009. 642 p.