Выбор рациональной последовательности сборки изделия

Задача выбора рациональной последовательности сборки изделия обсуждается в технической литературе со времен первых публикаций по автома тизации технологического проектирования [9]. Постановка этой задачи очень проста. Ее можно описать на языке, доступном любому специалисту со средним техническим образованием. Имеется некоторое изделие, конструкция которого документирована в комплекте машиностроительных чер тежей и спецификаций. Требуется разработать последовательность сборки, минимизирующую затраты на реализацию этого решения в производствен ной системе. Ограничим общность собираемых технических объектов только техническими системами с преобладанием механических связей. К этому классу относятся прежде всего машины, а также механические и оптико-механические приборы и устройства.

Последовательность сборки можно считать конструктивно реализуемой, если для каждой устанавливаемой детали выполняются условия базирова ния и геометрического доступа. Под базированием понимается наличие физически реализованной системы координат, которая определяет положения детали относительно собранного фрагмента. Геометрическим доступом или просто доступом называется ситуация, когда не существует геометрических препятствий для перемещения детали в служебное положение [11].

Для моделирования условий базирования необходима структурная мо дель, полностью описывающая существенные механические связи технической системы. Чтобы формализовать описание доступа требуется создать трехмерную (в общем случае) модель геометрии системы.

В многих работах по теории автоматизации проектирования [1,11] обсуждался так называемый граф механических связей, который авторы предлагали использовать для описания условий базирования. Эта модель строится по следующим простым правилам: вершины графа сопоставляются деталям изделия, а ребра – механическим связям. Две вершины графа соединяет ребро тогда и только тогда, когда между соответствующими деталями существует механическая связь (соединение или сопряжение). На рис. 1 показана чертеж зубчатой муфты, а на рис. 2 представлено изображение графа связей этой конструкции.

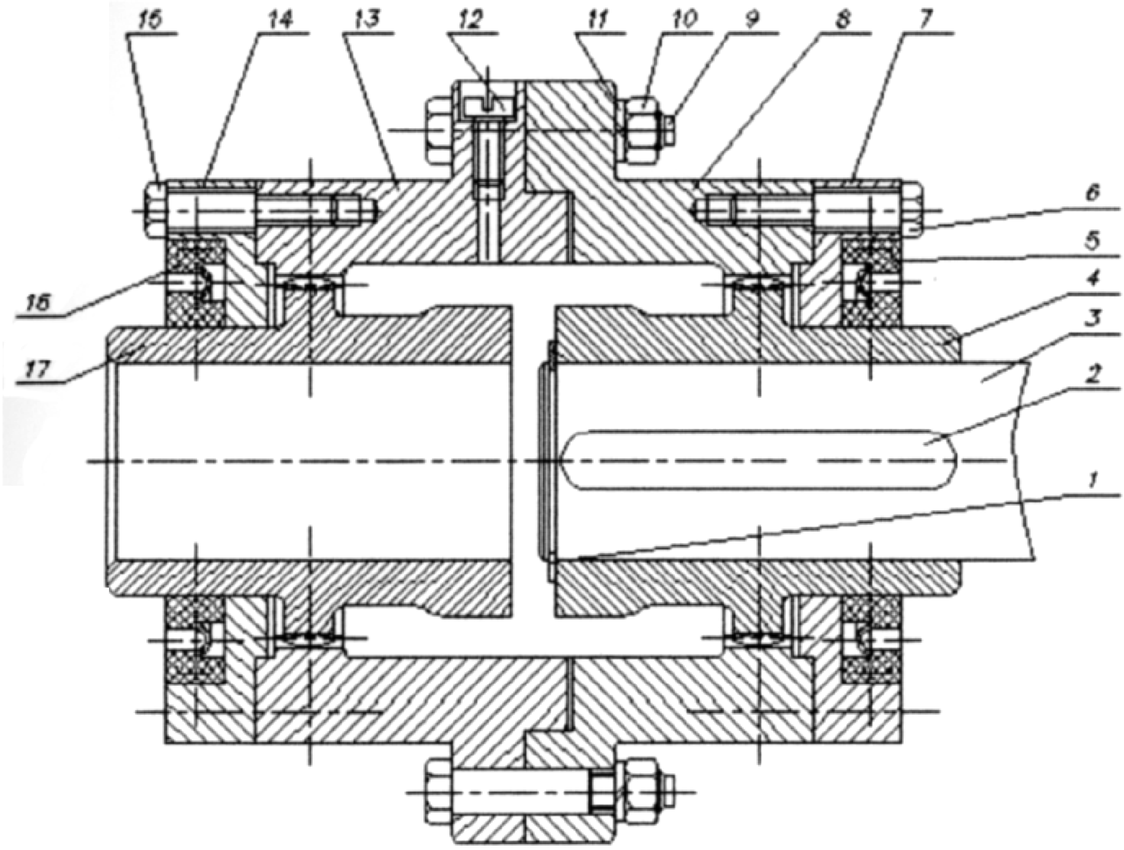

Рис. 1. Конструкция зубчатой муфты

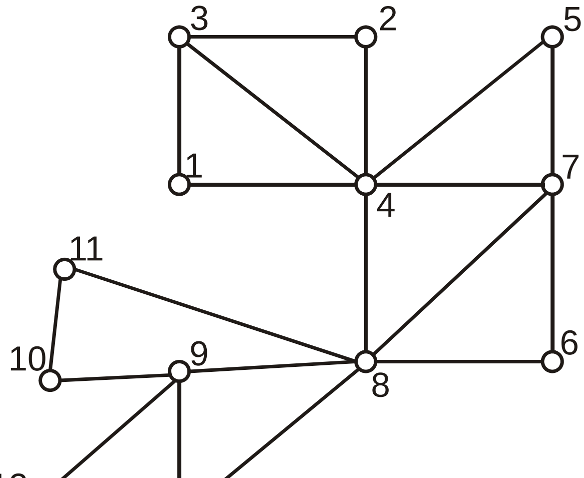

Рис. 2. Граф механических связей зубчатой муфты

Граф механически связей – очень содержательная и интересная модель. Она плодотворно используется для решения многих задач структурного анализа механизмов и задач синтеза конструкторских размерных цепей. К сожалению с ее помощью не удается получить точное описание условий базирования, поскольку в графе на содержится сведений о комбинациях связей, доставляющих определенность геометрического расположения деталей.

Для решения поставленной задачи автор впервые предложил использо вать гиперграф механических связей [4]. Он формируется по следующим правилам: вершины гиперграфа описывают детали технической системы, а гиперребра представляют минимальные по составу геометрически опреде ленные группировки деталей. Геометрически определенным называется такое подмножество деталей, взаимное положение которых полностью определено. Такое подмножество содержит комплект конструкторских баз для каждой входящей в него детали. Подмножество называется минимальным, если изъятие из его состава любой детали нарушает свойство геометрической определенности. На рис. 3 изображен гиперграф механических связей зубчатой муфты.

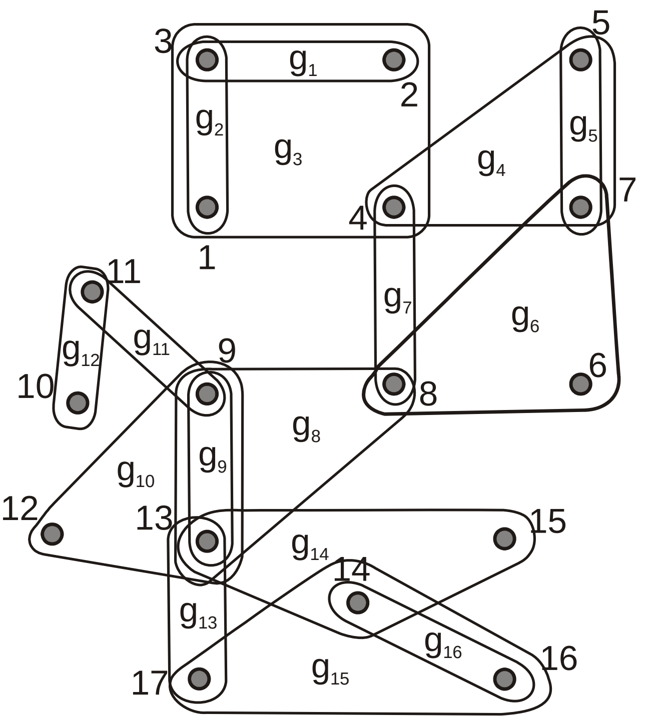

Рис. 3. Гиперграф механических связей зубчатой муфты

Поскольку граф и гиперграф механических связей имеют общий носитель (множество вершин), то в некоторых случаях их целесообразно изображать совместно. Такое образование (его фрагмент показан на рис. 4) называется механической гиперсетью, при этом граф именуется первичной сетью гиперсети, а гиперграф – вторичной сетью [3].

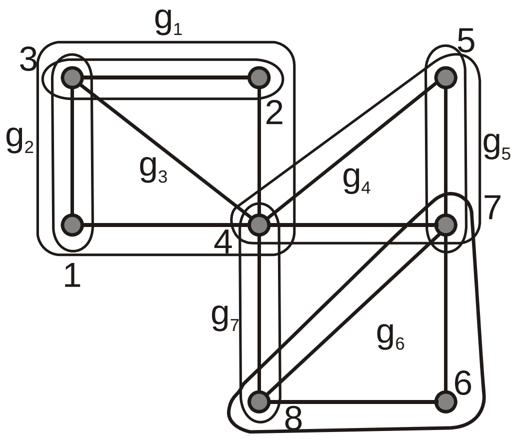

Рис. 4. Фрагмент механической гиперсети

С точки зрения автоматизации сборочных процессов гиперграф механических связей – очень содержательная модель. Она служит средой для порождения множества проектных технологических решений. Например, с его помощью можно получить все возможные последовательности сборки, которые допускает изделие по условиям базирования.

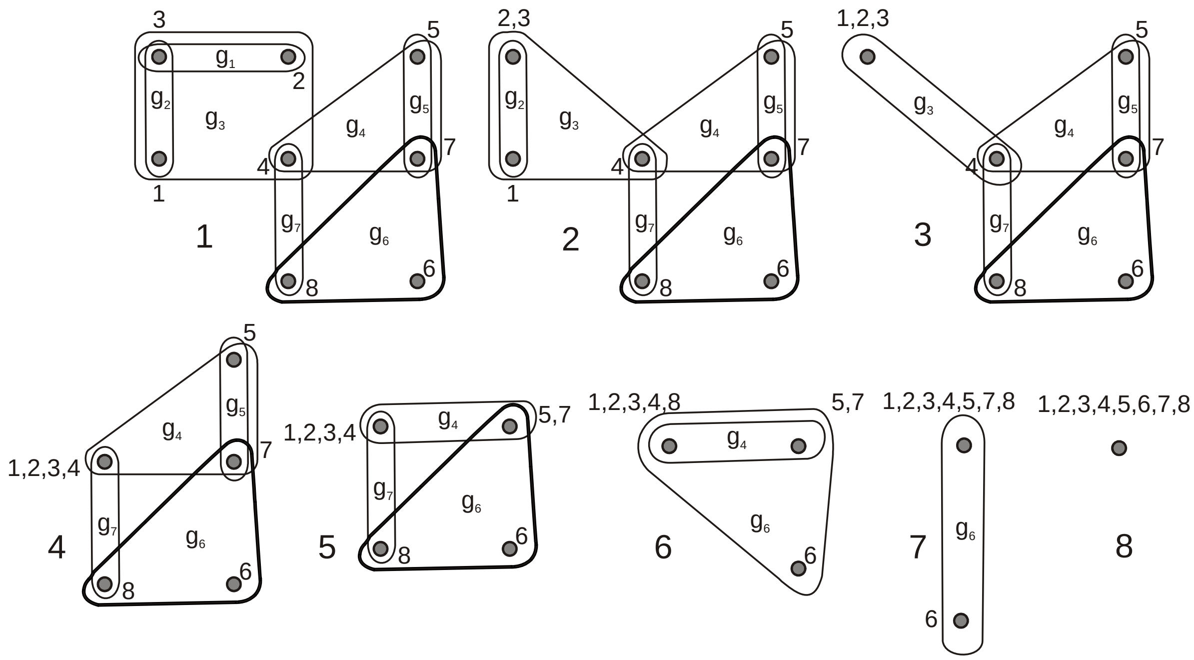

Рис. 5. Последовательность стягиваний фрагмента зубчатой муфты

Естественным математическим описанием сборочной операции является стягивание гиперребра кратности два. Такую кратность имеют гиперребра, объединяющие две вершины. Стягивание упрощает гиперграф, поскольку число его связей сокращается и уменьшается кратность инцидентных гиперребер. Образом собранного изделия служит гиперграф, стянутый в точку, а последовательность стягиваний дает описание упорядоченности сборочных операций. На рис. 5 показано стягивание подграфа в последовательности $g_1 \rightarrow g_2 \rightarrow g_4 \rightarrow g_5 \rightarrow g_7 \rightarrow g_4 \rightarrow g_6$. Легко проверить, что эта последовательность соответствует технологически корректному маршруту сборки фрагмента зубчатой муфты.

Гиперграф механических связей можно использовать для генерации множества проектных решений, которые требуется получить на этапе разработки технологии сборки. Так с помощью этой модели можно получить множество всех допустимых по условиям базирования последовательностей сборки изделия. Это множество представляет собой исходное множество альтернатив в задаче выбора рациональной упорядоченности деталей в процессе сборки.

Проектирование рациональной последовательности сборки является сложной, трудноформализуемой задачей. По классификации, предложенной Г.Саймоном и А.Ньюэллом [7], ее можно отнести к классу, так называемых, слабоструктурированных задач, то есть таких задач, которые не допускают строго количественных формулировок; в их описании присутствуют как качественные, так и количественные элементы, причем первые имеют тенденцию доминировать. Слабая структурированность этой задачи делает затруднительным, а, подчас, и невозможным применение для ее решения методов математического программирования.

Другим существенным аспектом является многокритериальность этой за дачи. Это значит, что часть информации, необходимой для однозначного определения решения (рациональной последовательности) отсутствует. Устранить неопределенность, заключенную в многокритериальности каждой альтернативы, может лишь лицо, заинтересованное в решении данной задачи и хорошо знающее данную предметную область. Поэтому, выбор оптимального решения всегда имеет принципиально неустранимый «субъективный оттенок».

Задачи, которым свойственны слабая структурированность, многокритериальность, субъективный характер решений и т.п., рассматриваются в теории принятия решений (ТПР) [8].

Задачей принятия решений (ЗПР) называется пара $(A\ ,C)$, в которой A – множество вариантов решения (исходное множество альтернатив, ИМА), а функция выбора $C : 2^A \to 2^A$ любому подмножеству вариантов $Y \quad A$ ставит в соответствие подмножество лучших, согласно некоторому принципу оптимальности, альтернатив $C(Y),\ C\ (Y) \quad Y$.

Множество вариантов решения в задаче выбора рациональной последовательности сборки представляет собой совокупность всех конструктивно реализуемых последовательностей сборки. Как показано в [4], множество A может быть определено как множество всех $(0,\ 1)$-цепей решетки (D, Λ, V) или непосредственно по гиперграфу механических связей (рис. 3). Математическим описанием отдельной альтернативы из A является либо перестановка, в которой номера означают детали изделия, а позиции в перестановке задают порядок сборки. Иными формами записи допустимых альтернатив служат линейный граф или линейно-упорядоченное множество.

Каждой вершине d решетки $(D,\ \Lambda,\ V)$ сопоставим число $N(d)$, равное количеству различных $(d,\ 1)$-цепей в $(D,\ \Lambda,\ V)$. Число $N(d)$ равняется количеству различных подпоследовательностей, которые продолжают сборку от собранного фрагмента d до изделия в целом. Произвольной $(0,\ 1)$-цепи $l = (0,\ d_1,\ d_2, \ldots,\ d_{n-1},\ 1)$, проходящей через вершины d_i, $i = 1,\ n\text{-}1$, сопоставим сумму $\sum_{i=1}^{n-1} N(d_i)$. Функция $C_1(A) = Arg\max_{l \in A}\ (\sum_{i=1}^{n-1} N(d_i))$ выбирает из всех конструктивно реализуемых альтернатив такие, которые имеют максимальное значение суммы $\sum_{i=1}^{n-1} N(d_i)$.

Можно утверждать, что сборка изделия в последовательности, совпадающей с какой-либо альтернативой из $C_1(A)$, происходит в условиях наибольшей «свободы доступа». Это утверждение невозможно доказать формальными методами, но оно представляется вполне доброкачественным с точки зрения здравого смысла и повседневного опыта. В самом деле, ситуация отсутствия доступа означает, что собранный фрагмент изделия не допускает ни одного заключительного продолжения. В этом случае числовой показатель «свободы» $N(d) = 0$. Представим себе обратную ситуацию полной свободы доступа. Если на некотором шаге сборки k не существует геометрических запретов на последовательность сборки, то значение $N(d)$ будет максимальным. Оно равно количеству всех $(k, 1)$-цепей решетки (S, Λ, V).

Если каждой устанавливаемой детали сопоставить значение приоритета операции установки φ_i, то модифицированная функция $C_2(A) = Arg \max_{l \in A} (\sum_{i=1}^{n-1} \varphi_i N(d_i))$ выбирает такие последовательности, которые имеют максимальную «свободу доступа» по группе операций с наибольшим приоритетом. Такой приоритет присваивается операциям, для которых фактор доступа является существенным, лимитирующим. Операции, для которых доступ не имеет большого значения, маскируются, то есть φ_i полагается равным нулю. Функции выбора вида C_1 и C_2 называются в ТПР общими скалярными [8].

Для выбора технологически корректной последовательности сборки очень важна ее согласованность с конструкторской размерной схемой изделия. Введем функцию выбора C_3, которая дает численную характеристику этого свойства.

На множестве деталей изделия $X = \{x_i\}_{i=1}^{N}$ введем бинарное отношение $RC \quad X \times X; xRCy$ тогда и только тогда, когда детали x и y некоторыми своими размерами участвуют в образовании одной конструкторской размерной цепи (линейной или угловой). Легко проверяется, что отношение обладает свойствами рефлексивности $x \quad X\ xRCx$ и симметричности x *и* $y \quad X$ из $xRCy$ следует $yRCx$. Отношение с такими свойствами называется отношением толерантности [1].

Рассмотрим транзитивное замыкание $T(RC)$ отношения RC. Транзитивное замыкание $T(RC) = RC \quad RC^2 \quad \ldots \quad RC^N$ определяется как минимальное транзитивное отношение, включающее RC. Отношение $T(RC)$ является эквивалентностью; в каждый его класс T входят такие детали, собственные размеры которых служат звеньями комплекса связанных или производных цепей, либо входят в одну размерную цепь [5].

На каждом классе T определим порядок, согласно которому детали-носители составляющих звеньев устанавливаются раньше деталей, которые ограничивают замыкающее звено размерной цепи. Этот порядок превращает классы эквивалентности $\boldsymbol{T(RC)}$ в упорядоченные множества $\boldsymbol{(T_K, \leq_k)}$**.** Далее каждому классу $\boldsymbol{T_k}$ $\boldsymbol{T(RC)}$ сопоставим вектор $\boldsymbol{(\varphi_k, n_k)}$, в котором $\boldsymbol{n_K}$ – количество звеньев самой короткой из размерных цепей, входящих в $\boldsymbol{T_k}$. Координата $\boldsymbol{\varphi_k}$ является приоритетом класса, значение его зависит от таких характеристик размерных цепей, как важность, точность, ответственность и т.д.

На классах $\boldsymbol{T}$ $\boldsymbol{T(R\ C)}$ введем порядок $\boldsymbol{T_k < T_l \Leftrightarrow (\varphi_k, n_k) > (\varphi_l, n_l)}$, то есть все размерные цепи, входящие в $\boldsymbol{T_k}$ реализуются при сборке изделия раньше чем цепи из $\boldsymbol{T_l}$ тогда и только тогда, когда $\boldsymbol{\varphi_k} > \boldsymbol{\varphi_l}$ и $\boldsymbol{n_k > n_l}$. Теперь на множестве деталей $\boldsymbol{X}$ можно задать композицию $\boldsymbol{\omega}$ отношений частичного порядка, которая учитывает как упорядоченность деталей внутри каждого класса, так и упорядоченность самих классов. Именно, для любых $\boldsymbol{x, y}$ $\boldsymbol{X\, x\omega y}$, если $\boldsymbol{x}$ $\boldsymbol{y}$, $\boldsymbol{x, y}$ $\boldsymbol{T_k}$, либо $\boldsymbol{x}$ $\boldsymbol{T_k}$, $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{T_l}$ и $\boldsymbol{T_k} < \boldsymbol{T_l}$. Легко проверяется, что так определенная композиция $\boldsymbol{\omega}$ является отношением частичного порядка на $\boldsymbol{X}$, а упорядоченное множество $\boldsymbol{(X, \omega)}$ называется упорядоченной суммой упорядоченных подмножеств [1]**.**

Обозначим через $\boldsymbol{\sigma(X)}$ множество всех линейных доупорядочений упорядоченного множества $\boldsymbol{(X, \omega)}$. В линейных порядках из $\boldsymbol{\sigma(X)}$ детали расположены в той последовательности, которая диктуется структурой сборочных размерных цепей изделия. Функция $\boldsymbol{C_3(Y) = Y}$ $\boldsymbol{\sigma(X)}$ из предъявления $\boldsymbol{Y}$ $\boldsymbol{A}$ выбирает такие конструктивно реализуемые альтернативы, которые являются согласованными с порядком, налагаемым на множество деталей размерными связями. Функция выбора $\boldsymbol{C_3(Y)}$ будем называть характеристической функцией множества $\boldsymbol{\sigma(X)}$.

Обозначим $\boldsymbol{y_1, \ldots, y_k}$ легко деформируемые детали. При сборке изделия такие детали желательно устанавливать последними. Через $\boldsymbol{\pi(y_i)}$ обозначим номер детали $\boldsymbol{y_i}$ в перестановке $\boldsymbol{\pi}$ $\boldsymbol{A}$. Функция $\boldsymbol{c^j(Y) = Arg\max_{\pi \in Y}(\pi(y_i))}$ выбирает из предъявления $\boldsymbol{Y}$ $\boldsymbol{A}$ такие перестановки, в которых номер легко деформируемой детали $\boldsymbol{y_j}$, $\boldsymbol{j = \overline{1,k}}$ – максимален. Каждая функция $\boldsymbol{c^j}$, $\boldsymbol{j = \overline{1,k}}$ является общей скалярной. Общий выбор по всем $\boldsymbol{y_j}$ реализует функция $\boldsymbol{C_4(Y) = \bigcup_{j=1}^{k} c^j(Y)}$, которая называется в ТПР совокупно-экстремальной [7].

Существует еще несколько характеристик процесса сборки, которые оценивают упорядоченность деталей по значению некоторого числового показателя. Функции выбора, формализующие эти характеристики, являются общими скалярными. Рассмотрим несколько самых важных и распространенных функций.

Упорядоченность деталей по массе. Этот критерий требует, чтобы детали с большей массой устанавливались ранее.

$C_5(Y) = Arg \min_{\pi \in Y} (| M(\pi) |)$ где $M(\pi) = \{(x_i, x_j) \mid \pi(x_i) < \pi(x_j)$ и $m(x_i) < m(x_j)\}$,

$m(x)$ – масса детали x.

Упорядоченность деталей по габаритам. Согласно этому критерию детали с большими габаритами следует устанавливать начале сборочного процесса.

$C_6(Y) = Arg \min_{\pi \in Y} (| G(\pi) |)$ где $G(\pi) = \{(x_i, x_j) \mid \pi(x_i) < \pi(x_j)$ *и* $g(x_i) < g(x_j)\}$,

$g(x)$ – наибольший габаритный размер детали x.

Упорядоченность по сложности операции установки, выраженной в количестве сборочных переходов. Это значит, что многопереходные операции следует выполнять в начале маршрута.

$C_7(Y) = Arg \min (| P(\pi) |)$, $P(\pi) = \{(x_i, x_j) \mid \pi(x_i) < \pi(x_j)$ *и* $P(x_i) < P(x_j)\}$,

$P(x)$ – количество переходов, которые необходимо выполнить для установки детали x.

Рассмотрим приведенные функции на примере C_5. В процессе технологической практики выработан эвристический критерий качества сборки, который требует, чтобы в начале процесса устанавливались более тяжелые детали, а в конце – более легкие. Функция $C_5(Y)$ из множества конструктивно реализуемых альтернатив выбирает такие последовательности, которые имеют наименьшее число «нарушений» монотонного убывания скалярной функции $m(x_i)$, где $m(x_i)$ – масса детали x_i.

Свойства функций $C_6 – C_7$ аналогичны свойствам рассмотренной функции C_5. Все они являются общими скалярными и осуществляют выбор таких альтернатив, которые имеют минимальное число «нарушений» монотонного убывания некоторого числового показателя: наибольшего габаритного размера, точности операции установки, сложности операции и т.д.

Можно сформулировать еще несколько скалярных функций, которые минимизируют число нарушений скалярного показателя и записываются ана логично рассмотренным. Это следующие функции: упорядоченность по точности операции установки $C_8(Y)$, упорядоченность деталей по степеням соответствующих вершин в графе размерных цепей $C_9(Y)$, упорядоченность деталей по степеням соответствующих вершин в первичной сети PS, $C_{10}(Y)$ [3].

Требование возрастание точности операций, формализованное функцией выбора $C_8(Y)$, хорошо согласуется с интуитивными представлениями о хорошей упорядоченности сборочного процесса и также убедительно подтверждается технологическим опытом механосборочных производств. Рассмотрим физический смысл функции $C_9(Y)$. Размерная схема изделия может быть описана в виде графа размерных связей, в котором вершины обозначают детали изделия, а ребра конструкторские размеры [10]. Степени вершин в этом графе описывают нагруженность соответствующих деталей как размерных баз. Очевидно, что любая база должна быть установлена прежде базируемой детали. Отсюда вытекает естественное требование антимонотонной упорядоченности деталей по значениям их степеней в графе размерных связей.

Функция $C_{11}(Y) = Arg\min_{\pi \in Y} \rho(\pi_0, \pi)$ выбирает такие альтернативы, которые являются ближайшими к эталону π_0 в некоторой метрике $\rho : S_N \times S_N \to R$. Эталоном может быть последовательность сборки, которая является типовой или групповой для класса изделий, включающего данное. Для выбора метрики в приведенном выражении можно использовать следующие функций расстояния между перестановками из S_N: $\rho_1(\pi,\pi') = \max_{1 \le i \le N} |\pi(i) - \pi'(i)|$, либо $\rho_2(\pi,\pi') = |N(\pi' \cdot \pi^{-1})|$, где $N(\pi) = \{ i \in N \mid \pi(i) \ne i \}, \pi, \pi' \in S_N$.

Список функций выбора, формализующих характеристики процесса сборки, можно продолжить. Например, можно описать такие свойства изделия, как количество звеньев в кинематических цепях, степень статической неопределенности кинематических пар, условия сборки замкнутых кинематических цепей, расположение кинематических цепей в пространстве, свойства соединений, условия силового примыкания и т.д. [10].

Однако, любое, самое обширное перечисление свойств изделия, производственной и технологической системы, влияющих на качество процесса сборки, будет заведомо неполным. Поэтому ограничимся при введенным семейством функций выбора и рассмотрим методы генерации интегральной функции выбора, то есть такой функции, которая оценивает каждую альтернативу по совокупности свойств.

Задачи (A_i, C_i), в которых функции выбора C_i, $i = 1,...,n$ оценивают альтернативы по отдельным свойствам (аспектам) называются в ТПР частными. Задача (A, P), в которой принцип оптимальности P задает понятие лучшей альтернативы по совокупности свойств, называется общей задачей выбора [7]. Математическим описанием принципа оптимальности P является функция $C : 2^A \to 2^A$, которая каждому предъявлению Y сопоставляет множество $C(Y)$ лучших по совокупности критериев альтернатив.

Методам генерации общей функции выбора по множеству частных посвящена обширная библиография. Все эти методы: ψ-композиции, обобщенного программирования, векторной стратификации [8] и т. д. в равной степени пригодны для генерации общей функции выбора, действующей на множестве перестановок. Общим недостатком для всех этих методов является то, что совокупный выбор, то есть выбор, реализуемый сгенерированной общей функцией C, во многих случаях может быть пуст $C(A) =$.

Для выбора оптимальной последовательности сборки из множества конструктивно реализуемых можно использовать методы, которые получили развитие в теории группового принятия решений [6]. В теории группового принятия решений рассматривается задача агрегирования (согласования) индивидуальных предпочтений (мнений) в единое, групповое предпочтение. Более формально, пусть имеется n экспертов и m объектов a_j, $j = \overline{1,m}$. Обозначим f_i ранжировку объектов, указанную i-ым экспертом. Ранжировка f_i представляет собой отношение строгого слабого порядка на множестве объектов $\{a_j\}_{j=1}^{m}$. Для любых b, c $\{a_j\}$ в ранжировке f_i либо $b > c$, когда i-ый эксперт предпочитает объект b объекту c, либо $b = c$, когда объекты b и c равноценны. Объекты b, c, для которых $b = c$, называются связанными, а ранжировки, в которых присутствуют связанные объекты, называются ранжировками со связями. Набор ранжировок $f_i \dots f_n$, выражающих мнение данной группы экспертов, называется групповым профилем [6].

В теории группового принятия решений решается следующая проблема: как по данному групповому профилю найти такую ранжировку на множестве объектов, которая выражает согласованное мнение группы, и каковы должны быть рациональные принципы согласования. Правило построения групповой ранжировки по групповому профилю называется групповой функцией согласования.

Оказалось, что некоторые методы группового принятия решений можно применить для генерации общей функции выбора, областью определения которой служит множество допустимых последовательностей сборки. Действительно, каждая линейная последовательность сборки изделия в терминах теории группового выбора представляет собой ранжировку без связей на множестве деталей $\boldsymbol{X}$. Последовательности общей сборки есть ранжировки со связями; связанными объектами в них являются детали, входящие в одну сборочную единицу.

Пусть имеется $\boldsymbol{t}$ частных функций выбора $\boldsymbol{C_i : 2^A \rightarrow 2^A}$ $\boldsymbol{i=\overline{1,t}}$, реализующих выбор по отдельным аспектам, а решение каждой частной задачи $\boldsymbol{(A, C_i)}$ имеет мощность $\boldsymbol{n_i}$, $\boldsymbol{n_i = |C_i(A)|}$ $\boldsymbol{i = \overline{1,t}}$. Будем считать, что объединение решений частных задач $\bigcup\limits_{i=1}^{t} \boldsymbol{C_i(A)}$ образует групповой профиль. Здесь, в качестве экспертов выступают частные функции выбора, а решения частных задач выбора являются ранжировками со связями или без связей в данном групповом профиле. В таком случае, общая функция выбора, выделяющая множество лучших по совокупности свойств альтернатив, получает свое истолкование как функция группового согласования.

В теории группового принятия решений рассматривается большое количество различных функций группового согласования, например: правило простого большинства, функция Борда, правило Кумбса и т.д. [7]. Однако, почти для каждой из них можно подобрать примеры групповых профилей, на которых эти функции группового согласования будут давать неприемлемые результаты.

Рассмотрим аксиоматический подход к определению функции группового согласования [6]. Он заключается в том, что на множестве ранжировок вводится функция расстояния $\boldsymbol{\rho}$, удовлетворяющая системе аксиом Кемени-Снелла. Ранжировка $\boldsymbol{f}$, доставляющая минимум сумме $\sum\limits_{i} \boldsymbol{\rho (f, f_i)}$, где

f_i – элементы некоторого профиля, считается групповым мнением. Такая ранжировка называется медианой.

В пользу применения аксиоматического подхода для генерации общей функции выбора можно привести следующие аргументы.

Каждая аксиома системы Кемени-Снелла представляется достаточно обоснованной с технологической точки зрения.

Для любого группового профиля всегда существует ранжировка, являющаяся медианой, то есть выбор общей функции всегда не пуст.

Система аксиом Кемени-Снелла категорична, то есть существует только одна функция расстояния, удовлетворяющая всем аксиомам системы.

Обозначим через $P(X)$ – множество всех ранжировок на множестве объектов X. Напомним, что расстояние есть действительнозначная функция ρ : $P(X) \times P(X) \rightarrow R$. По Кемени-Снеллу функция ρ должна удовлетворять следующим аксиомам для любых r, p, q $P(X)$ [6].

Аксиома 1.1 $\rho(p, q) \geq 0$ и равенство достигается только тогда, когда $p = q$.

Аксиома 1.2 $\rho(p, q) = \rho(p, q)$ (симметричность).

Аксиома 1.3 $\rho(p, q) + \rho(q, r) \geq \rho(q, r)$ (неравенство треугольника).

Аксиома 2. Если ранжировка p' получается из p некоторой перестановкой объектов, а q' из q той же самой перестановкой, то $\rho(p', q') = \rho(p, q)$.

Аксиома 3. Если две ранжировки p и q, одинаковы всюду за исключением K-элементного множества S, которое является сегментом их обоих, то $\rho(p, q)$ можно вычислить как если бы рассматривались упорядочения только этих K-объектов.

Аксиома 4. Минимальное положительное расстояние равно 1.

Аксиомами 1.1 – 1.3 постулируются свойства, которыми должна обладать любая функция расстояния (метрика). Аксиома 2 утверждает, что расстояние между ранжировками не зависит от конкретных «названий» объектов. Другими словами, если объекты из X (детали) переименовать, то расстояние между ранжировками не должно измениться.

Рассмотрим аксиому 3. Подмножество S X называется сегментом ранжировки p, если каждый элемент x $X \setminus S$ находится либо выше, либо ниже любого элемента из S. Аксиома 3 утверждает, что для ранжировок, совпадающих в начале и конце, а различающихся только в середине, расстояние зависит только от упорядочения этих средних элементов. И наконец, аксиома 4 принимается из соображений удобства. В ней устанавливается единица измерения между ранжировками.

В [6] доказана теорема, в которой утверждается, что для каждого множества объектов $\boldsymbol{X}$, содержащего не менее двух элементов, существует единственная функция расстояния $\boldsymbol{\rho}$ на $\boldsymbol{P(X)} \times \boldsymbol{P(X)}$, удовлетворяющая аксиомам 1-4. Эта функция вычисляется по следующим правилам. Для любых $\boldsymbol{x, y} \quad \boldsymbol{X}$ положим $\boldsymbol{\rho_{p,q}(x, y)}$ равным 0, если в ранжировках $\boldsymbol{p}$ и $\boldsymbol{q}$, порядок объектов $\boldsymbol{x, y}$ совпадает (либо $\boldsymbol{x \geq y}$, либо $\boldsymbol{x} \quad \boldsymbol{y}$ одновременно); равным 2, если в одной ранжировке $\boldsymbol{x}$ превосходит $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{(x > y)}$, а в другой $\boldsymbol{y}$ превосходит $\boldsymbol{x}$ $\boldsymbol{(y > x)}$; равным 1, если в одной ранжировке $\boldsymbol{x}$ превосходит $\boldsymbol{y}$, либо $\boldsymbol{y}$ превосходит $\boldsymbol{x}$, а в другой – $\boldsymbol{x, y}$ связаны $\boldsymbol{(x = y)}$. Тогда, расстояние $\boldsymbol{\rho(p, q)}$ равно сумме значений $\boldsymbol{\rho_{p,q}(x, y)}$ по всем неупорядоченным парам $\boldsymbol{\{x, y\}}$,

$$\boldsymbol{\rho(p, q)} = \sum_{x,y \in X} \rho_{p,q}(x, y).$$

Теперь, когда имеется способ измерения расстояния между ранжировками, можно определить функцию группового согласования. Таковой согласно [6] является, многозначная в общем случае, функция, сопоставляющая профилю $\boldsymbol{(f_1 \ldots f_n)}$ его медиану, то есть ранжировку, имеющую минимум суммы $\sum_i \rho(f, f_i)$.

Итак, пусть результаты решения частных задач выбора $\boldsymbol{(A, C_i)}$ $\boldsymbol{(|C_i(A)| = n_i}$ $\boldsymbol{i = \overline{1,t}\,)}$ образуют групповой профиль $\boldsymbol{(p_1, \ldots, p_m)}$, где все $\boldsymbol{p_i}$ принадлежат множеству конструктивно реализуемых последовательностей сборки $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{m} = \sum_{i=1}^{t} \boldsymbol{n_i}$. Будем считать, что мнение группы выражают такие последовательности сборки, которые являются медианами группового профиля $\boldsymbol{(p_1, \ldots, p_m)}$. Функция $\boldsymbol{C(Y) = \{p \quad Y \mid \forall r \quad Y \sum_{q \in Y} \rho(p,q) \leq \sum_{q \in Y} \rho(r,q)\}}$, которая из каждого допустимого предъявления $\boldsymbol{Y} \quad \boldsymbol{A}$ выбирает множество медиан, является общей функцией выбора для исходного множества альтернатив $\boldsymbol{A}$ и совокупности частных функций $\boldsymbol{C_i}$.

Список литературы

1. Айгнер М. Комбинаторная теория. – М.:Мир, 1982.
2. Бабушкин А.И., Башта А.А., Белов А.И., Душин Б.И. Оптимизация последовательности сборки // Автоматика и телемеханика. – 1977. – №9. – с.77-82
3. Божко А. Н., Бетин Е. А. Анализ стягиваемости гиперграфов// Информационные технологии. – 2005. – №5 – с. 6-12.
4. Божко А.Н. Теоретико-решеточные методы синтеза оптимальной последовательности сборки изделия // Системы автоматизированного проектирования: Тезисы докладов Всесоюзной конференции САПР-85. – М.: 1986, с. 26-28.
5. Буловский П.И. Основы сборки приборов. – М.: Машиностроение, 1970.
6. Кемени Дж., Снелл Дж. Кибернетическое моделирование. Некоторые приложения. – М.: Советское Радио, 1972.
7. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений – М.: Логос, 2006.
8. Макаров И.М., Виноградская Т.М., Рубчинский А.А. Теория выбора и принятия решений. – М.: Наука, 1982.
9. Павлов В.В. Основы автоматизации проектирования технологических процессов сборки летательных аппаратов: Учебное пособие. – М.: Издательство МАТИ, 1975.
10. Сборка и монтаж изделий машиностроения: справочник в 2-х томах / Под ред. В.С. Корсакова, В.К. Замятина. – М.: Машиностроение, 1983.
11. Своятыцкий Д.А. Моделирование процессов сборки в робототехнических комплексах. – Минск: Наука и техника, 1983.
12. Челищев Б.Е., Боброва И.В., Гонсалес-Сабатер А. Автоматизация проектирования технологии в машиностроении – М.: Машиностроение, 1987.