Наука и Образование
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Сетевое научное издание
ISSN 1994-0408

Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана.
Электрон. журн. 2016. № 12. С. 216–232.

DOI: **10.7463/1216.0852565**

Представлена в редакцию: 12.11.2016
Исправлена: 26.11.2016

УДК 004.942

Алгебраические модели процесса сборки изделия

Божко А. Н.[1,*]

[*]abozhko@inbox.ru

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Обсуждается проблема автоматизированного проектирования процесса сборки изделий. Предлагается гиперграфовая модель, которая адекватно описывает отношение базирования, заданное на этапе конструирования. Процесс сборки представляется в виде последовательности нормальных стягиваний ребер гиперграфа. Показано, что свойство независимой собираемость может описано как оператор замыкания. Состояния изделия в процессе сборки представляются в виде алгебраической системы – решетки. Показано, что основные проектные решения сборочного передела (последовательности сборки и схемы декомпозиции на сборочные единицы) можно описать в решеточных терминах. Предлагается рациональная процедура проверки на геометрическую разрешимость, которая заключается в поиске минимального порождающего множества вершин решетки.

Ключевые слова: сборка, гиперграф, базирование, геометрическая разрешимость, решетка, последовательность сборки

Введение

Проектирование технологического процесса сборки – это одна из самых сложных задач технологической подготовки современного производства. Качество технологического процесса в значительной степени зависит от выбранной последовательности сборки машины или прибора. Это проектное решения принадлежит дискретному пространству высокой комбинаторной мощности. С ростом числа деталей количество возможных последовательностей очень быстро увеличивается. Для многих классов изделий множество конструктивно реализуемых последовательностей сборки экспоненциально зависит от числа комплектующих элементов. Это делает невозможным анализ всех допустимых альтернатив за приемлемые сроки даже для изделий со сравнительно небольшим составом из нескольких десятков деталей. Принятие решений при проектировании сборочных процессов происходит в условиях существенной неопределенности, когда на выбор рациональной альтернативы влияет множество конструктивных, технологических, производственных факторов, многие из которых еще не полностью изучены и не описаны формальными средствами. Поэтому важной и актуальной задачей является разработка математических моделей, которые дают адекватное описание свойств изделия в процессе сборки, и могут быть использованы в системах автоматизированного проектирования.

Первые исследования в области автоматизации проектирования сборочных процессов были выполнены в середине 80-х годов прошлого века. Среди исследований на русском языке следует отметить работы профессора В.В. Павлова и его учеников [17]. Это пионерские исследования, положившие начало направлению, которое в наше время в публикациях на английском языке называется computer aided assembly planning (CAAP), или computer aided assembly design (CAAD, автоматизированное проектирование сборочных процессов). Значительные результаты в этой области были получены следующими исследователями: A. Bourjault [4], T. De Fazio [2], L. Homem de Mello [5], A. Lambert [7], J-C. Latombe [6] R. Wilson [8] и др.

В последних обзорах ([1,3]) упоминаются сотни публикаций, посвященных различным аспектам автоматизированного проектирования сборочных процессов. Достаточно полный анализ результатов, связанных с геометрической разрешимостью при сборке изделий, опубликован в [10]. В [11] дается обзор методов искусственного интеллекта, которые применяются в области автоматизированного проектирования процессов сборки.

Несмотря на значительные усилия, проблема CAAP далека от своего полного разрешения. Общие недостатки работ по автоматизации проектирования сборочного передела заключаются в следующем.

1) Синтез последовательности сборки и проектирование схемы декомпозиции на сборочные единицы рассматриваются как несвязанные задачи и решаются различными способами. Тогда как это «генетически близкие» проектные решения, которые зависят от одного комплекса конструктивных свойств изделия (механические связи, геометрия деталей и размерные цепи).
2) Не обсуждается проблема минимизации числа проверок на геометрическую разрешимость при сборке изделия и сборочных единиц.

Конструкция технической системы накладывает фундаментальные ограничения на существование последовательности сборки и схемы декомпозиции (схемы членения) изделия. Из многочисленных конструктивных факторов выделим когерентность и геометрическую разрешимость. Когерентность означает, что в процессе каждой сборочной операции происходит реализация механических связей, которые определяют положение детали в составе изделия (определение 4). Геометрическая разрешимость подразумевает свободу перемещений детали в пространстве при выполнении сборочных операций. Эти условия являются необходимыми, их нарушение делает проектное решение некорректным и автоматически исключает из дальнейшего рассмотрения.

1. Гиперграфовая модель механической структуры изделия

В исследованиях по автоматизации проектирования механическую структуру изделия принято описывать при помощи различного вида графов. Наибольшее распространение получил так называемый граф связей (liaison graph, liaison diagram, connector graph и др.) [3]. Пусть $X = \{x_i\}_{i=1}^{n}$ – множество деталей изделия. Граф связей $G(X, R)$ – это неориентированный граф, множество вершин X которого соответствую деталям изделия, а множество ребер R описывает механические связи между деталями. А именно, $r_{ij} = (x_i, x_j) \in R$ тогда и только тогда, когда между деталями x_i и x_j существует соединение или сопряжение. На рис. 1. приведена конструкция промежуточного вала цилиндрического редуктора (а) и показан граф связей этой конструкции (б).

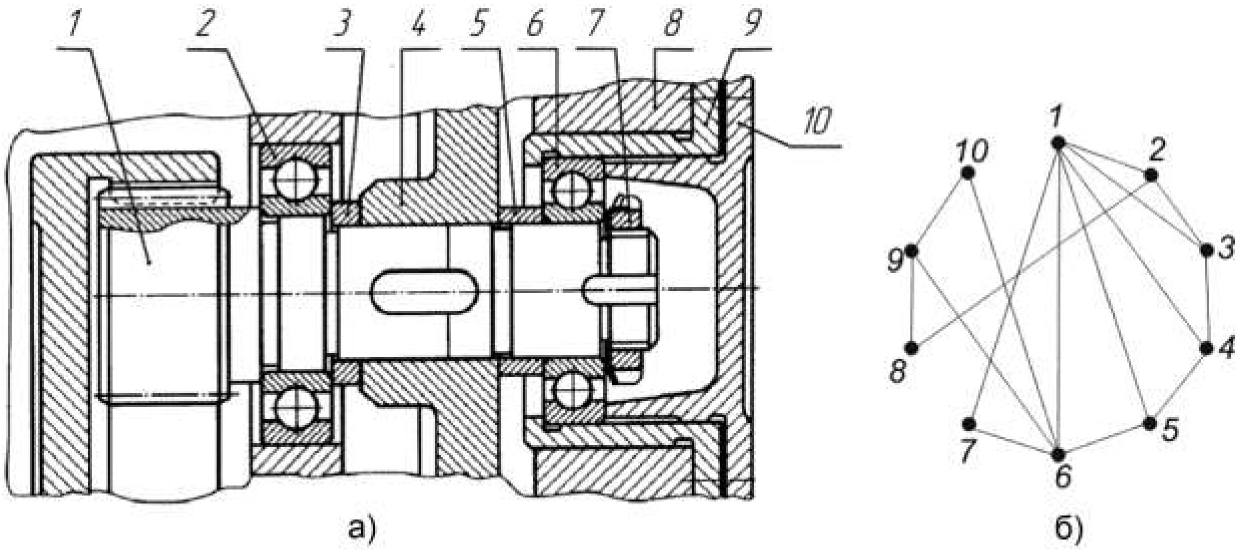

Рис. 1. Промежуточный вал цилиндрического редуктора (а), граф связей конструкции (б)

Граф связей – это содержательная структурная модель изделия. Она активно используется в некоторых интерактивных методах автоматизированного проектирования в качестве средства генерации альтернатив, которые удовлетворяет условию когерентности [3,5]. К сожалению, эта модель не позволяет корректно описать базирование при сборке, поскольку это отношение в общем случае является многоместным. Часто определенность геометрического положения детали в составе изделия достигается при помощи сразу двух или трех механических связей. Например, установка зубчатого колеса 4 заключается в реализации сразу двух механических связей, которые соединяют эту деталь с валом 1 и втулкой 3 (см. рис. 1, а). В классической схеме базирования, когда призматическая деталь ориентируется по установочной, направляющей и опорной базам, определенность положения достигается при помощи трех механических связей.

В работах автора предложена гиперграфовая модель механической структуры изделия, которая свободна от отмеченного недостатка [12,13]. Введем необходимые определения.

Определение 1. Подмножество деталей изделия будем называть геометрически определенным, если положение всех входящих в него элементов скоординировано согласно требованиям, заданным в конструкторской документации.

Определение 2. Геометрически определенное подмножество является минимальным, если исключение из него любой детали нарушает свойство взаимной координации составных частей.

Например, группировка деталей 1, 3, 4 (рис.1, а) является минимальной геометрически определенной. В самом деле, если исключить втулку 3, то неопределенным становится осевое положение зубчатого колеса, если исключить вал 1, то теряется координация в радиальном направлении.

Технической системе поставим в соответствие гиперграф $H = (X, R, W)$, в котором вершины $X = \{x_i\}_{i=1}^{n}$ описывают детали, гиперребера $R = \{r_j\}_{j=1}^{m}$ представляют минимальные геометрически определенные группировки, $W : R \to 2^X$ – инцидентор, который связывает гиперребра с входящими в него вершинами. Будем называть эту модель гиперграфом механических связей. На рис. 2 изображен гиперграф механических связей H_v конструкции крепления промежуточного вала (рис.1, а).

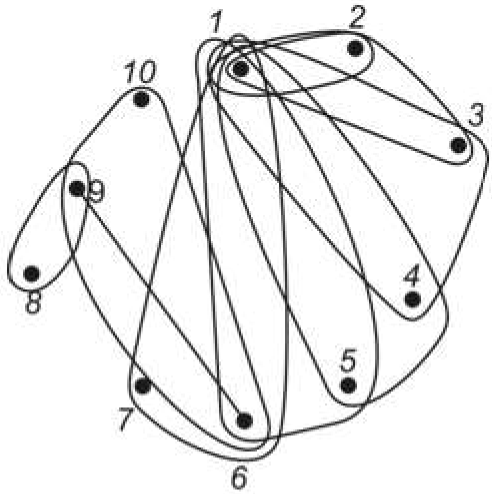

Рис. 2. Гиперграф механических связей H_v

Определение 3. Сборочная операция называется секвенциальной (2-ручной, бинарной), если ее можно выполнить при помощи двух исполнительных органов [6].

Исполнительными называются органы, при помощи которых сборочный агент выполняется захват, удержание и перемещение деталей в процессе сборки. В зависимости от способа организации сборочного производства агентом может быть слесарь-сборщик, робот-манипулятор, сборочный автомат и др. Сборочный стенд или приспособление, которые фиксируют положение базовой детали или сборочной единицы, считаются исполнительными органами.

На рис. 3. приведен пример гипотетической конструкции, которая не может быть реализована на плоскости при помощи секвенциальной сборочной операции. Легко видеть, что для сборки требуются два одновременных движения элементов пазла, если положение третьего фиксировано.

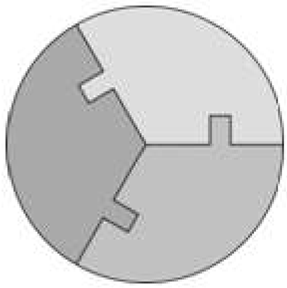

Рис 3. Пример конструкции, которая не может быть собрана при помощи секвенциальной операции

Можно с высокой степенью уверенности утверждать, что в реальной инженерной практике не существует конструкций, требующих для своей сборки несеквенциальных операций. Все известные несеквенциальные геометрические конфигурации – это искусственно созданные примеры из области игр или комбинаторной геометрии [1,3].

Определение 4. Сборочная операция, в процессе которой происходит реализация механических связей (соединений или сопряжений) между конструктивными элементами, называется когерентной [5,8].

Некогерентной является такая сборочная операция, в которой взаимная координация при сборке достигается косвенным базированием, при помощи размерных связей между деталями. В подавляющем большинстве случаев, косвенное базирование требует специализированного технологического оснащения и обеспечивает меньшую точность, по сравнению с прямым базированием, поэтому в технической подготовке производства встречается достаточно редко.

Далее в этой статье сборочная операции понимается как операция реализации механических связей между двумя или большим числом деталей, обладающая свойствами секвенциальности и когерентности.

Определение 5. Нормальным стягиванием называется операция отождествления вершин гиперграфа, которые связаны гиперребром степени 2, и удаление этого ребра.

Легко видеть, что нормальное стягивание служит математическим описанием секвенциальных и когерентных сборочных операций.

Определение 6. Гиперграф $H = (X, R, W)$ назовем стягиваемым (s-гиперграфом), если существует последовательность $P(H) = (H_0 ... H_{n-1})$, для элементов которой выполняются следующие условия:

1) $H_0 = H$;
2) H_{n-1} представляет собой одновершинный гиперграф без петель;
3) для всех H_j и $H_{j+1} \in P(H), j = \overline{0, n-2}$ справедливо соотношение $|R_j| - 1 = |R_{j+1}|$;
4) каждый элемент последовательности H_{j+1} получается из предыдущего H_j нормальным стягиванием, $j = \overline{0, n-2}$.

Условия 1 – 4 дают корректное математическое описание последовательности сборки, в которой каждая сборочная операция является секвенциальной (условие 4) и заключается в стягивании гиперребра, которое инцидентно только двум вершинам (простым или составным) (условие 3). Стартовое состояние процесса задается исходным гиперграфом (условие 1), финальное состояние – одновершинным гиперграфом, в котором реализованы все механические связи (условие 2).

В процессе нормальных стягиваний гиперребра высоких степеней «схлопываются» и превращаются гиперребра степени 2, что дает новые «пути» для продолжения сборки (рис. 4).

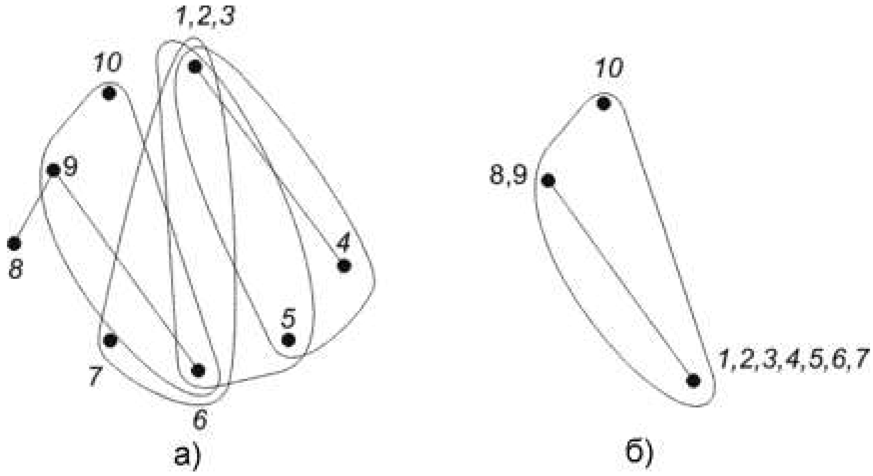

Рис 4. Исходное (а) и промежуточное состояния гиперграфа H_v

Значительный практический и научный интерес представляют формулировки необходимых и достаточных условий стягиваемости гиперграфов, описывающих механические структуры изделий различных классов. В работе [12] приводится несколько утверждений, относящихся к стягиваемости гиперграфов механических связей изделий, детали которых ведут себя в процессе сборки как абсолютно твердые тела. Приведем основное утверждение о необходимых условиях стягиваемости.

Утверждение 1. Пусть существует последовательность нормальных стягиваний гиперграфа $H = (X, R, W)$, переводящая H в одновершинный гиперграф без петель. Тогда выполняются условия:

1) среди ребер H существует по крайне мере одно ребро степени 2;
2) гиперграф является связным;
3) количество вершин $|X|$ и ребер $|R|$ гиперграфа H удовлетворяют линейному ограничению $|X| = |R| + 1$.

Пока не удалось доказать необходимые и достаточные условия стягиваемости в общей ситуации, когда гиперграф может включать ребра любых степеней (3, 4 и выше). Следующее предположение может претендовать на формулировку «мягких» достаточных условий, которые справедливы для большей части примеров, поставляемых инженерной практикой. Приведем содержательную формулировку этих условий, поскольку их точное формальное описание весьма громоздко.

Утверждение 2. Гиперграф стягивается в точку, если он не содержит подструктур, которые последовательностью нормальных стягиваний можно трансформировать в циклы, содержащие, по крайней мере два смежных гиперребра.

Теоретико-решеточное моделирование процесса сборки изделия

Пусть задан гиперграф $H = (X, R, W)$, описывающий позиционные механические связи изделия и пусть *H* является *s*-гиперграфом. Пусть $H_1 = (X_1, R_1, W)$ некоторый подграф гиперграфа *H*, порожденный в *H* множеством вершин $X_1 \subseteq X$. Очевидно, что для точного определения H_1 достаточно указать все его вершины.

Определение 6. Пусть $(A, \leq)$ – произвольное упорядоченное множество. Оператором замыкания на $(A, \leq)$ называется отображение $\varphi : A \to A$, для которого выполняются следующие условия для любых элементов $a, b \in A$:

1) $a \leq \varphi(a)$;
2) $a \leq b \Rightarrow \varphi(a) \leq \varphi(b)$ – монотонность;
3) $\varphi(\varphi(a)) = \varphi(a)$ – идемпотентность [15].

Определение 7. Элемент $a \in A$ называется замкнутым, если $\varphi(a) = a$.

Пусть *Y* – произвольное множество, а *B(Y)* – его булеан. Отношение теоретико-множественного включения индуцирует на *B*(*Y*) частичный порядок следующим образом $a \leq b \Leftrightarrow a \subseteq b,\ \forall a, b \in B(Y)$.

Пусть на *B*(*Y*) задан оператор замыкания $\varphi : B(Y) \to B(Y)$.

Лемма. Подмножество $C \subseteq B(Y)$ всех φ-замкнутых элементов булеана *B*(*Y*) является решеткой. В этой решетке решеточное пересечение задается следующим образом $a \wedge b = a \bigcap$, а решеточное объединение – $a \vee b = \varphi(a \bigcup$ [16].

Согласно лемме, пересечение замкнутых множеств всегда замкнуто, а объединение операндов *a* и *b* представляет собой наименьшее замкнутое множество, которое содержит *a* и *b*.

При моделировании сборочных процессов в системах автоматизированного проектирования изделия рассматривается как совокупность абсолютно твердых и невесомых трехмерных тел. Данная парадигма позволяет абстрагироваться от свойств технологической и производственной систем и рассматривать сборку изделия как синтез сложной геометрической системы в трехмерном пространстве. Данная система обладает свойством независимой собираемости. В составе изделия существуют конструктивные фрагменты, которые могут быть собраны независимо. Это состояния, которые принимает изделие в процессе сборки, а также все сборочные единицы, если механическая структура изделия допускает их существование. Кроме того, данное свойство постулируется для всех деталей изделия.

Пусть теперь $X = \{x_i\}_{i=1}^{n}$ – множество деталей некоторого изделия.

Определение 8. Подмножество *D* деталей изделия *X*, $D \subseteq X$, которое может быть собрано независимо, будем называть *s*-множеством.

Рассмотрим отображение $\lambda : B(X) \to B(X)$, которое подмножеству деталей *D* ставит в соответствие подмножество *s*-множество $\lambda(D)$, обладающее следующими свойствами:

1) $D \subset \lambda(D) \subseteq X$;
2) $\lambda(D)$ – это независимо собираемый фрагмент изделия;
3) $\lambda(D)$ – минимальный по составу деталей фрагмент изделия, который включает в себя *D* и обладает свойством независимой сборки.

Теорема. Отображение $\lambda : B(X) \to B(X)$ является оператором замыкания на *B*(*X*).

Доказательство. Если *D* не может быть собрано, то его замыкание $\lambda(D)$ будет содержать все детали из *D*, а также некоторые дополнительные детали, необходимые для обеспечения собираемости, поэтому условие 1 определения 6 выполняется тривиально. Если *D* – *s*-множество, то оно содержит в себе все необходимые конструктивные элементы для независимой сборки, то есть $\lambda(D) = D$ (условие 3 определения 6). Если *D* и *E* подмножества деталей и $D \subseteq E$, то *s*-множество $\lambda(E)$ включает в себя *D*. Поэтому справедливо неравенство $\lambda(D) \subseteq \lambda(E)$, что доказывает условие 2 определения 6.

Из доказанной теоремы немедленно следует, что совокупность всех *s*-множеств любого изделия *X* является решеткой.

Итак, свойство независимой сборки проявляет себя как оператор замыкания на множестве всех подмножеств $X = \{x_i\}_{i=1}^{n}$. *S*-множествами являются образы отображения $\lambda : B(X) \to B(X)$ и только они.

Независимая собираемость достигается, прежде всего, такой структурой механических позиционных связей, которая обеспечивает связность и геометрическую координация деталей, входящих в *s*-множество. В [14] показано, что *s*-множество представляет собой множество вершин некоторого *s*-гиперграфа, и существует взаимно-однозначное соответствие между всеми *s*-подмножествами и порожденными *s*-подграфами. Иными словами, *s*-множества и *s*-гиперграфы описывают одни и те же сущности, что дает право использовать эти термины как синонимы.

Пусть $H = (X, R, W)$ – *s*-гиперграф, представляющий позиционные механические связи некоторого изделия. Обозначим *F*(*H*) – множество всех порожденных *s*-подграфов гиперграфа *H*, пополненное пустым множеством. Упорядочим элементы из *F*(*H*) по теоретико-множественному включению, $H_i = (X_i, R_i) \le H_j = (X_j, R_j) \Leftrightarrow X_i \subseteq X_j$, и обозначим это упорядоченное множество $(F(H), \le)$.

На рис. 5 приведен пример решетки $(F(H_v), \leq)$, построенной для гиперграфа H_v, (рис. 2.) Вершины решетки $(F(H_v), \leq)$ описывают s-множества. Наибольшим элементом (единицей, обозначается 1) служит сам гиперграф H_v. Наименьшим элементом (нулем, обозначается 0) является пустое множество $\varnothing$. Атомами решетки служат вершины гиперграфа и любая решетка такого типа является атомарной [15]. Решеточным объединением двух элементов из $F(H)$ является наименьшее по составу s-множество, включающее в себя оба операнда, например $1,2,3 \vee 6,9,10 = 1,2,3,4,5,6,9,10$. Решеточным пересечением двух элементов $F(H)$ служит наибольшее по составу s-множество, входящее в оба операнда, например $1,2,3,4,5,6,7,9 \wedge 1,2,3,4,5,6,9,10 = 1,2,3,4,5,6$.

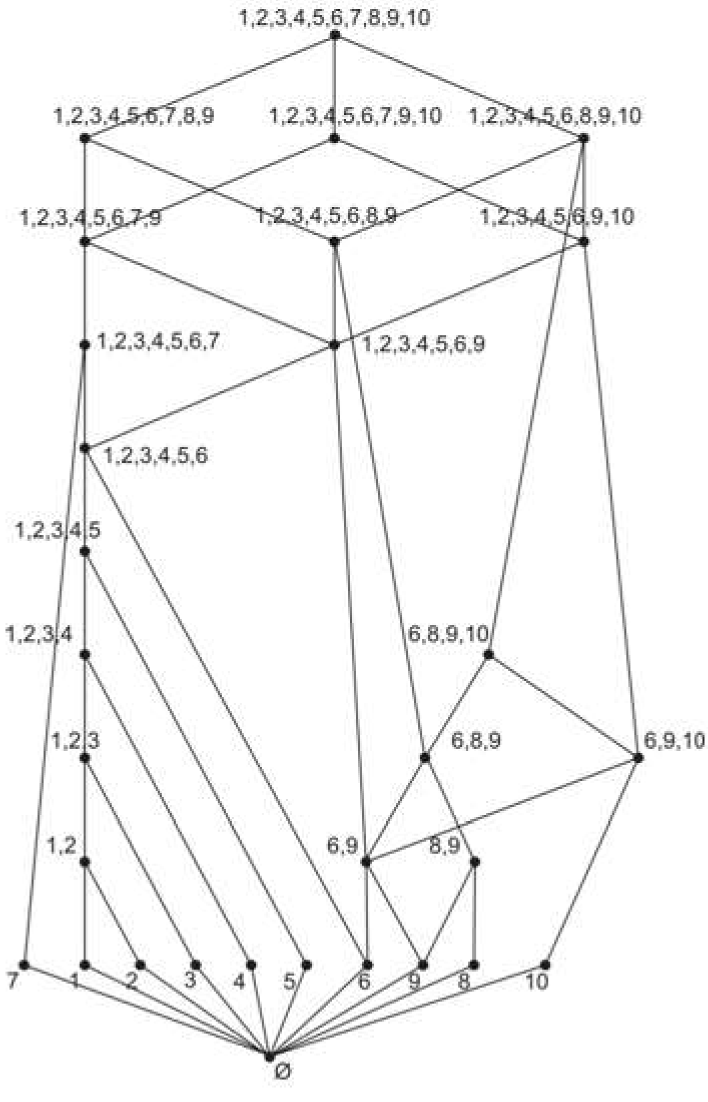

Рис. 5. Решетка $(F(H_v), \leq)$ всех s-множеств гиперграфа H_v

Приложения решеточной модели

Оказалось, что решетки типа $(F(H), \leq)$ – очень содержательные объекты, поскольку содержат много информации, которую можно использовать для генерации важнейших проектных решений. Элементами решетки являются s-множества, описывающие скоординированные подмножества деталей. Многие конструкторские и технологические операции можно выполнить только при условии строгой взаимной координации между деталями. Например, такими операциями являются пробная сборка, регулировка, пригонка кинематических пар, многие виды испытаний и др. Свойством геометрической определенности должны обладать сборочные единицы (СЕ) различных уровней иерархии, агрегаты, комплекты, узлы, состояния изделия и его фрагментов в процессе разборки и др. Поэтому все эти технические феномены можно описать в решеточных терминах.

Одно из важнейших проектных решений конструкторской подготовки производства – синтез конструкторских размерных цепей. Очевидно, что детали, которые являются носителями составляющих звеньев конструкторской размерной цепи, должны быть взаимно скоординированы, согласно требованиям конструкторской документации. Если абстрагироваться от технического содержания, то во всех этих операциях требуется найти минимальный скоординированный собираемый фрагмент изделия, в который входит заданное множество деталей. В решеточных терминах это будет минимальное по составу s-множество, которое включает в себя все операнды, то есть – решеточное объединение.

В качестве простого примера воспользуемся конструкцией промежуточного вала (рис. 1, а). Пусть, по условиям собираемости, требуется выдержать горизонтальный зазор между деталями 4 и 9. Для этого надо найти самую короткую конструкторскую размерную цепь, которая решает поставленную задачу. Составляющие размеры этой цепи – это габаритные размеры (подетальные цепи) деталей. Поскольку размерная цепь должна быть связной, то детали-носители обязаны сопрягаться между собой и находиться в состоянии устойчивой скоординированности. Решением задачи служит s-множество $4 \vee 9 = 1,2,3,4,5,6,9$, которое является решеточным объединением элементов 4 и 9.

Различные последовательности сборки (разборки) изделия и его составных частей можно описать в решеточных терминах.

Любой путь в $(F(H), \leq)$ из наименьшего элемента в наибольший представляет собой описание последовательности сборки, которую допускает изделие по условиям базирования. Такие пути в теории решеток называются (0,1)-цепями. Если длина (0,1)-цепи равна $|X|$, где $|X|$ – количество вершин в H (число деталей), то она является описанием последовательности сборки изделия без предварительного разбиения на сборочные единицы (линейной последовательности). В противном случае, цепь служит моделью последовательности сборки, в которой на некотором шаге соединяются две сборочные единицы (нелинейной последовательности). Например, цепь длины 10

$$1 \to 1,2 \to 1,2,3 \to 1,2,3,4 \to 1,2,3,4,5 \to 1,2,3,4,5,6 \to 1,2,3,4,5,6,9 \to 1,2,3,4,5,6,9 \to$$
$$1,2,3,4,5,6,8,9 \to 1,2,3,4,5,6,7,8,9 \to 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10$$

представляет собой описание линейной последовательности сборки. Цепь длины 5

$$6 \to 6,9 \to 6,8,9 \to 1,2,3,4,5,6,8,9 \to 1,2,3,4,5,6,7,8,9 \to 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10$$

соответствует последовательности, в которой участвуют предварительно собранные СЕ $1,2,3,4,5$ и $6,8,9$ (рис. 5).

Последовательности сборки и разборки изделия – это связанные проектные решения, для которых должны выполняться одни и те же конструкторские ограничения: базирование, геометрический доступ, устойчивость и др. Во многих проектных ситуациях, когда детали изделия можно рассматривать как абсолютно твердые и невесомые тела, а все соединения считать разъемными, оказывается справедливым следующее предположение. Конструктивно реализуемая последовательность разборки представляет собой инвертированную последовательность сборки и наоборот. По этой причине любую последовательность разборки изделия или его части можно описать как цепь в решетке $(F(H), \leq)$.

Решетка $(F(H), \leq)$ содержит информацию для синтеза декомпозиции изделия на сборочные единицы (схемы сборочного состава). Приведем необходимые определения из теории упорядоченных множеств и решеток.

Определение 9. Антицепью называется множество попарно несравнимых элементов упорядоченного множество или решетки [15].

Определение 10. Упорядоченное множество $(A,\leq)$ называется направленным вверх, если любые два его элемента имеют верхнюю границу [15].

Определение 11. Пусть $(A,\leq)$ – конечная решетка. Ортогональной системой решетки называется подмножество элементов, обладающее следующими свойствами: подмножество не содержит нуля, пересечение любых двух элементов подмножества равно нулю [15].

Утверждение 3. Упорядоченное подмножество $(M,\leq)$ решетки $(F(H), \leq)$, $M \subseteq F(H)$, является математическим описанием декомпозиции изделия на сборочные единицы, если выполняются следующие условия:

1) упорядоченное множество $(M,\leq)$ является направленным вверх;
2) $(M,\leq)$ включает в себя все атомы решетки $(F(H), \leq)$;
3) любая антицепь в $(M,\leq)$ является ортогональным множеством в $(F(H), \leq)$.

На рис. 6 показано упорядоченное подмножество $(M,\leq)$ решетки $(F(H_v), \leq)$ (рис. 5). Данная структура служит математическим описанием схемы сборочного состава изделия (рис. 1,а), которая включает в себя две сборочные единицы: 1,2,3,4,5 и 6,8,9. Детали 7 и 10 входят непосредственно в изделие.

Итак, решетка $(F(H), \leq)$ – это универсальная порождающая среда, которую можно использовать для синтеза последовательностей сборки, удовлетворяющих условию базирования, и схем декомпозиции на сборочные единицы. Эти проектные решения служат исходными множествами альтернатив для последующего выбора рациональной последовательности или схемы по выбранному критерию или множеству критериев.

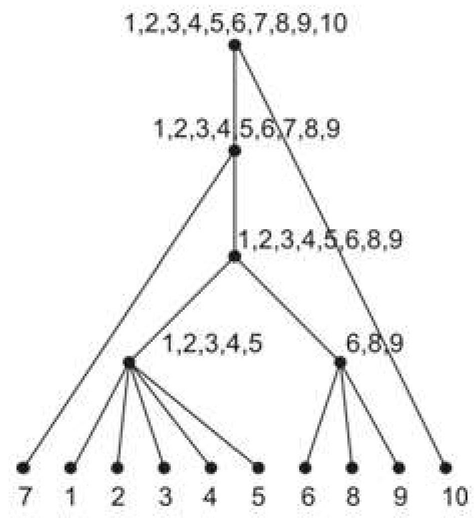

Рис 6. Упорядоченное подмножество $(M,\leq)$ решетки $(F(H_v),\leq)$

Существуют классы технических систем, где геометрически связи не являются жесткими и не накладывают принципиальных ограничений на варианты сборки. Таковыми, например, являются печатные платы, многие виды технологических приспособлений и вообще любые изделия с 2D или 2,5D-дизайном. Для изделий такого типа решетка $(F(H),\leq)$ дает конструктивно допустимые альтернативы, которые можно оценивать по критериям качества, стоимости, времени и др. В общем случае необходимо выполнить отбраковку альтернатив по условиям геометрической разрешимости. Это весьма трудоемкая операция как для эксперта, так и для системы автоматизированного проектирования. Решетка $(F(H),\leq)$ позволяет рационально организовать процедуру анализа геометрической разрешимости и минимизировать число необходимых проверок.

Можно предложить различные стратегии рациональных геометрических проверок, которые объективируют всю картину геометрических связей в изделии (запрещений и разрешений). Для этого можно использовать теоретико-игровые методы ([9]), методы принятие решений в условиях неопределенности ([9]) и теоретико-решеточные методы [14].

Рассмотрим основные положения последнего подхода.

Утверждение 4. Если у изделия, которое описывается гиперграфом $H=(X,R,W)$, существует по крайней мере одна геометрически разрешимая последовательность сборки, то такая последовательность есть и любого s-множества вершин гиперграфа H.

Определение 12. S-множество Y, $Y\subseteq X$, назовем d-множеством, если в $(F(H),\leq)$ существует хотя бы один геометрически разрешимый (Y, X)-путь.

Утверждение 5. Пусть Y и Z – d-множества в $(F(H),\leq)$. Тогда $Y\wedge Z=\inf\{Y,Z\}$ также является d-множеством.

Утверждение 6. Семейство $D, D\subseteq F$, всех d-множеств представляет собой нижнюю подполурешетку решетки $(F(H),\leq)$ относительно операции решеточного пересечения.

Последнее утверждение можно положить в основу различных процедур проверки на геометрическую разрешимость. Например, можно восстановить полурешетку D, определив минимальное множество образующих элементов. Только эти элементы требуют непосредственной проверки на геометрическую разрешимость. Для этого можно использовать программные средства проверки пересечений (collision detection), встроенные в современные системы автоматизированного проектирования высокого уровня, или использовать эвристические способности человека. Остальные d-элементы полурешетки получаются автоматически за счет применения алгебраической операции решеточного пересечения к элементам образующего множества.

Два очевидных следствия следуют из утверждения 6. Во-первых, множество образующих элементов в полурешетке D решетки должно быть антицепью, во-вторых, геометрические проверки целесообразно выполнять в самой сложной ситуации, когда в конструкции «накопились» возможные геометрические запреты.

Заключение

Независимая собираемость – это фундаментальное свойство, которым, кроме самого изделия, должны обладать его составные части, например сборочные единицы, узлы, состояния изделия в процессе сборки и др. Показано, что независимая собираемость проявляет себя как оператор замыкания, определенный на булеане X, где X – множество деталей изделия. Упорядоченная по включению совокупность всех независимо собираемых множеств является решеткой. Решетка это алгебраическая структура, на которой определены две алгебраические операции решеточное пересечение и решеточное объединение. Она содержит большой объем важной проектной информации, необходимой для технологической подготовки сборочного производства. Ее можно использовать для синтеза различных последовательностей сборки и разборки изделия и его сборочных единиц. Показано, что любой вариант декомпозиции изделия на сборочные единицы описывается упорядоченным множеством, вписанным в решетку. Более того, решетка дает основания для постановки и решения задачи минимизации количества геометрических проверок в задаче анализа последовательностей сборки на геометрическую разрешимость.

Список литературы

1. Bahubalendruni R., Biswal B. A review on assembly sequence generation and its automation // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 2015. DOI: 10.1177/0954406215584633
2. De Fazio T., Whitney D. Simplified generation of all mechanical assembly sequences // Robotics and Automation, IEEE Journal. 1987. Vol. 3(6). Pp. 640 – 658. DOI: 10.1109/JRA.1987.1087132

3. Ghandi S., Masehian El. Review and taxonomies of assembly and disassembly path planning problems and approaches // Computer-Aided Design. 2015. Vol. 67 – 68. Pp. 58 – 86. DOI: 10.1016/j.cad.2015.05.001
4. Henrioud J.M., Bonneville F., Bourjault A. Evaluation and selection of assembly plans // Advances in Production Management Systems. 1991. Pp. 489 – 496. DOI: 10.1016/B978-0-444-88919-5.50055-X
5. Homem de Mello L., Sanderson A. A basic algorithm for the generation of mechanical assembly sequences // Computer-Aided Mechanical Assembly Planning. 1991. Volume 148 of the series The Springer International Series in Engineering and Computer Science. Pp. 163 – 190. DOI: 10.1007/978-1-4615-4038-0_7
6. Kavraki L.E., Latombe J-C., Wilson R.H. On the Complexity of Assembly Partitioning // Information Processing Letters. 1993. V.48(5). Pp. 229 – 235. DOI: 10.1016/0020-0190(93)90085-n
7. Lambert A. J. D. Optimal disassembly of complex products // International Journal of Production Research. 1997. V. 35(9). P. 2509 – 2524. DOI: 10.1080/002075497194633
8. Lozano-Perez T. Wilson R.H. Assembly sequencing for arbitrary motions // Robotics and Automation. Proceedings 1993 IEEE International Conference. 1993. V. 2. Pp. 527 – 532. DOI: 10.1109/ROBOT.1993.291904
9. Божко А.Н. Игровое моделирование геометрического доступа // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2009. №12. Режим доступа: http://technomag.neicon.ru/doc/134322.html (дата обращения 21.1.2016).
10. Божко А.Н. Методы анализа геометрической разрешимости при сборке изделий // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ. 2016. Том 8, №5. DOI: 10.15862/82TVN516
11. Божко А.Н., Родионов С.В. Методы искусственного интеллекта в автоматизированном проектировании процессов сборки // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2016. №8. DOI: 10.7463/0816.0844719
12. Божко А.Н. Моделирование механических связей. Условия стягиваемости // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2011. №5. Режим доступа: http://technomag.neicon.ru/doc/182518.html (дата обращения 21.11.2016).
13. Божко А.Н. Моделирование позиционных связей в механических системах // Информационные технологии. 2012. №10. С. 27-33.
14. Божко А.Н. Теоретико-решеточная модель конструкции // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2011. №9. Режим доступа http://technomag.neicon.ru/doc/207577.html (дата обращения 21.11.2016).
15. Гретцер Г. Общая теория решеток. М.: Мир, 1982. 465 с.
16. Гуров С.И. Булевы алгебры, упорядоченные множества, решетки. Определения, свойства, примеры. М.: Либроком, 2013. 352 с.

Павлов В.В. Математическое обеспечение САПР в производстве летательных аппаратов. М.: МФТИ, 1978. 68 с.

Science & Education of the Bauman MSTU
Electronic journal
ISSN 1994-0408

Science and Education of the Bauman MSTU, 2016, no. 10, pp. 216–232.

DOI: **10.7463/1216.0852565**

Received: 12.11.2016
Revised: 26.11.2016

Algebraic Models of Product Assembly Process

A.N. Bojko[1,*]

[*]abozhko@inbox.ru

[1]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: assembly, hypergraph, basing, geometric solvability, geometric obstacles, lattice, assembly sequence

Assembly process engineering is one of the biggest challenges in modern preproduction engineering. The quality of the process largely depends on the sequence of machine or device assembly. With increasing number of parts in the engineering system the number of allowable assembly sequences is rapidly increasing. It is impossible to analyse this copious combinatorial space without using the cutting-edge methods of mathematical modelling. The paper offers the algebraic models that can be used to select the rational design solutions at the preproduction engineering stage of the assembly operation.

When assembling any engineering system the coherence and sequence conditions should be met. It is shown that an adequate mathematical description of sequential and coherent assembly operation is shrinkage of edges of the hyper-graph, which describes a mechanical structure of the product. For the product and its parts must be provided a property of the independent assembly. It is shown that this property can be represented as an action of the closure operator on a set of the product parts. The representations of this operator are parts to be assembled independently (the *s*-sets). Arranged by inclusion, an aggregate of all the sets is a lattice. The lattice is an algebraic structure where are specified two stable operations, namely: lattice intersection and lattice jog. It turned out that it is possible to use this structure, as a universal generating medium to a diversity of design options for the assembly conversion. The lattice terms are used to describe the sequences of product assembly and disassembly, the sequences of assembly and disassembly of the assembly units, the multi-level diagrams of the assembly decomposition, etc. The properties of the independent assembly are required not only to provide the assembly.

A lot of design and technology operations can be performed, provided that a set of the parts has a stable and coordinated configuration within the product, i.e. an *s*-set of the lattice. For example, those are adjustment operation, various types of tests, fitting and trial assembly, etc. One of the most important operations when designing the engineering system is the synthesis of a rational system of design dimension chains. It is shown that the lattice operations can be used to find the minimum length design chains.

The lattice structure allows us to state and solve a problem of minimizing the number of tests for geometric solvability (geometric access) while assembling the products of complicated configuration. It is shown that the set of all solvable configurations is the sub-lattice within the lattice of all the assembled configurations. This allows us to solve the problem of minimizing the number of geometrical tests through the algebraic lattice restoration methods.

References

1. Bahubalendruni R., Biswal B. A review on assembly sequence generation and its automation. *Journal of Mechanical Engineering Science*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C. 2015. DOI: 10.1177/0954406215584633
2. De Fazio T., Whitney D. Simplified generation of all mechanical assembly sequences. *Robotics and Automation*, IEEE Journal. 1987. Vol. 3(6). Pp. 640-658. DOI: 10.1109/JRA.1987.1087132
3. Ghandi S., Masehian El. Review and taxonomies of assembly and disassembly path planning problems and approaches. *Computer-Aided Design*. 2015. Vol. 67-68. Pp. 58-86. DOI: 10.1016/j.cad.2015.05.001
4. Henrioud J.M., Bonneville F., Bourjault A. Evaluation and selection of assembly plans. *Advances in Production Management Systems*. 1991. Pp. 489-496. DOI: 10.1016/B978-0-444-88919-5.50055-X
5. Homem de Mello L., Sanderson A. A basic algorithm for the generation of mechanical assembly sequences. *Computer-Aided Mechanical Assembly Planning*. 1991. Volume 148 of the series The Springer International Series in Engineering and Computer Science. Pp. 163-190. DOI: 10.1007/978-1-4615-4038-0_7
6. Kavraki L.E., Latombe J-C., Wilson R.H. On the Complexity of Assembly Partitioning. *Information Processing Letters*. 1993. V. 48(5). Pp. 229-235. DOI: 10.1016/0020-0190(93)90085-n
7. Lambert A. J. D. Optimal disassembly of complex products. *International Journal of Production Research*. 1997. V. 35(9). P. 2509-2524. DOI: 10.1080/002075497194633
8. Lozano-Perez T., Wilson R.H. Assembly sequencing for arbitrary motions. *Robotics and Automation*. Proceedings 1993 IEEE International Conference. 1993. V. 2. Pp. 527-532. DOI: 10.1109/ROBOT.1993.291904
9. Bozhko A.N. Igrovoe modelirovanie geometricheskogo dostupa. *Nauka i obrazovanie = Science and education*. Electronic scientific and technical publication. 2009. No. 12. Available at: http://technomag.neicon.ru/doc/134322.html, accessed 21.1.2016.
10. Bozhko A.N. Metody analiza geometricheskoi razreshimosti pri sborke izdelii. Scientific open access journal «Naukovedenie». 2016. Vol. 8, No. 5. DOI: 10.15862/82TVN516
11. Bozhko A.N., Rodionov S.V. Metody iskusstvennogo intellekta v avtomatizirovannom proektirovanii protsessov sborki. *Nauka i obrazovanie = Science and education*. Electronic scientific and technical publication. 2016. No. 8. DOI: 10.7463/0816.0844719

12. Bozhko A.N. Modelirovanie mekhanicheskikh sviazei. Usloviia stiagivaemosti. *Nauka i obrazovanie = Science and education*. Electronic scientific and technical publication. 2011. No. 5. Available at: http://technomag.neicon.ru/doc/182518.html, accessed 21.11.2016.
13. Bozhko A.N. Modelirovanie pozitsionnykh sviazei v mekhanicheskikh sistemakh. *Informatsionnye tekhnologii = Information Technologies*. 2012. No. 10. P. 27-33.
14. Bozhko A.N. Teoretiko-reshetochnaia model' konstruktsii. *Nauka i obrazovanie = Science and education*. Electronic scientific and technical publication. 2011. No. 9. Available at: http://technomag.neicon.ru/doc/207577.html, accessed 21.11.2016.
15. Grettser G. Obshchaia teoriia reshetok. *Mir*. Moscow, 1982. 465 p.
16. Gurov S.I. Bulevy algebry, uporiadochennye mnozhestva, reshetki. Opredeleniia, svoistva, primery. *Librokom*. Moscow, 2013. 352 p.
17. Pavlov V.V. Matematicheskoe obespechenie SAPR v proizvodstve letatel'nykh apparatov. *MFTI = Moscow Institute of Physics and Technology*. Moscow, 1978. 68 p.