

УДК 535:621

Моделирование воздействия сильноточного импульса на электрод с учетом нелинейностей характеристик материала и фазовых переходов

Арутюнян Р. В.^{1,*}

^{*}rob57@mail.ru

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В статье исследовано влияние нелинейностей теплофизических параметров и фазовых переходов плавления и испарения на электрические и тепловые процессы при нагреве металлического электрода сильноточным импульсом. Расчет полей осуществляется на основе сквозного «энтальпийного» метода. Осуществлена серия расчетов для информативного случая железа, являющегося основой наиболее употребительного в промышленности металла – стали. Установлено значительное влияние нелинейностей теплофизических параметров, фазовых переходов плавления и испарения, вида краевых условий на значения температурного и электрического полей, тогда как влияние потерь на радиационное излучение и конвективное охлаждение пренебрежимо. Результаты работы могут применяться в практике исследования и проектирования электрических аппаратов и других электротехнических устройств.

Ключевые слова: металлический электрод, сильноточный импульс, электрическое поле, температурное поле, расчет, сквозной метод

Введение

В теории электрических контактов, плазмотронов, электросварки и т.д. является актуальной задача расчета электрического и температурного полей с учетом нелинейностей электро- и теплофизических свойств материала, фазовых переходов и других факторов [1–4]. Теоретические основы тепловых процессов, подобных тем, что возникают при воздействии сильноточного импульса на металлические электроды были заложены в работах Рыкалина Н.Н., Буткевича Г.В., Белкина Г.С. и других исследователей. Аналогичными являются модели взаимодействия излучения с веществом в процессах лазерной обработки материалов [1–4].

В предлагаемой статье результаты отмеченных исследований развиваются на основе сквозного «энтальпийного» метода, позволяющего эффективно учитывать нелинейности теплофизических характеристик материала, фазовые переходы (плавления, испарения), радиационное и конвективное охлаждения поверхности материала.

1. Математическая модель

Рассматривается воздействие кратковременного сильноточного импульса на электрод. Расчет тепло- и электрофизических процессов в веществе осуществляется на основе соответствующей нестационарной пространственной осесимметричной модели. Предполагается, что электрод занимает полупространство $z > 0$, z – пространственная координата (аппликата) в цилиндрической системе координат. Ток величиной I_0 , проводится через токовое пятно радиусом R_0 , на поверхности электрода ($z = 0$).

1.1 Задача Стефана

При математическом моделировании рассматриваются три этапа теплового процесса: нагрев материала до температуры плавления (твердая фаза); нагрев расплава и дальнейшее проплавление твердой части материала (жидкая фаза); начало интенсивного испарения и кипения материала (фаза испарения и кипения).

В статье для целей компьютерного моделирования применялся численный метод сквозного счета [9-13], основанный на преобразовании многофазной задачи Стефана к «энтальпийному» виду с сосредоточенной теплоемкостью. Краевая задача для уравнения теплопроводности имеет вид:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Lambda}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial z^2} + q_V, r > 0, z > 0, t > 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial z} = q_s(u), z = 0, r > 0, t > 0, \quad (2)$$

$$u = u_0, r > 0, z > 0, t = 0; u \rightarrow u_0, \text{ при } \sqrt{r^2 + z^2} \rightarrow \infty. \quad (3)$$

На оси симметрии ($r = 0$): $\frac{\partial Q}{\partial r} = 0$.

Уравнение (1) – квазилинейное уравнение теплопроводности в «энтальпийной» форме, (2) – краевое условие на поверхности тела, учитывающее охлаждение за счет радиационного и конвективного теплообмена, а также испарение: $q_s(u) = \sigma(u^4 - u_0^4) + k(u - u_0) - q_{\text{исп}}(u)$, (3) – начальное условие и условие на бесконечности.

Обозначения, используемые в (1) – (3):

Q – энтальпия:

$$Q(u) = \int_{u_0}^u \rho(v)c(v)dv + \rho_1(u_{\text{пл}})r_{\text{пл}}1(u - u_{\text{пл}}),$$

$1(u)$ – единичная функция Хевисайда, u – температура, $u_{\text{пл}}$ – температура плавления, $r_{\text{пл}}$ – скрытая теплота плавления, u_0 – начальное значение температуры тела ($u_0 < u_{\text{пл}}$), $\rho = \rho(u)$ – массовая плотность, $\rho_1(u)$ – плотность твердой фазы, соответственно $\rho_2(u)$ – плотность расплава, $c = c(u)$ – удельная теплоемкость материала электрода. Температурный потенциал: $\Lambda(u) = \int_{u_0}^u \lambda(v)dv$, $\lambda(u)$ – теплопроводность, при таких обозначениях тепловой поток запишется в виде: $-\lambda \nabla u = -\nabla \Lambda$,

t – время, r – полярный радиус, σ – постоянная Стефана-Больцмана, k – коэффициент конвективного теплообмена, W_0 – энергия, а t_F – время токового импульса, q_V – плотность

джоулевых источников: $q_V = \gamma |\nabla \varphi|^2$, где $\gamma = \gamma(u)$ - электропроводность, φ - электрический потенциал.

1.2 Обозначения и расчет характеристик испарения

$q_{\text{исп}}$ - удельные потери на испарение с поверхности материала: $q_{\text{исп}} = \rho_2(u) r_{\text{исп}} v_{\text{исп}}$, где $r_{\text{исп}}$ - скрытая теплота испарения, $v_{\text{исп}}$ - скорость фронта испарения в вакуум, определялась уравнением Герца-Кнудсена:

$$v_{\text{исп}} = \sqrt{\frac{M}{2\pi R u_s} \frac{p_n(u_s)}{\rho_2(u_s)}},$$

где p_n - давление насыщенного пара, соответствующее температуре поверхности $u_s = u(r, 0, t)$, M - масса моля и R - газовая постоянная. Давление насыщенного пара получено из уравнения Клаузиуса-Клапейрона, которое интегрировалось в предположении независимости теплоты испарения $q_{\text{исп}}$ от температуры: $p_n(u_s) = p_0 \exp\left(\frac{M r_{\text{исп}}}{R u_{\text{кип}}} - \frac{M r_{\text{исп}}}{R u_s}\right)$, где p_0 - давление газа окружающей тело среды, $u_{\text{кип}}$ - температура кипения при давлении p_0 .

Толщина испаренного слоя $z_{\text{исп}}(t)$ определялась как интеграл:

$$z_{\text{исп}}(t) = \int_0^t v_{\text{исп}} dt.$$

1.3 Модель электрического поля

Электрический потенциал является решением краевой задачи для квазигармонического уравнения [1-6]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \gamma(u) \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma(u) \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = 0, r > 0, z > 0, \quad (4)$$

В исследовании рассматривались два основных вида краевых условий для уравнения (4):

$$-\gamma(u) \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \begin{cases} \frac{I_0}{\pi R_0^2}, r \leq R_0, z = 0, \\ 0, r > R_0, z = 0. \end{cases} \quad (5a)$$

Или

$$\varphi = \varphi_0, r \leq R_0, z = 0; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, r > R_0, z = 0. \quad (5b)$$

В (5a) предполагается, что ток в токовом пятне распределен равномерно. Соответствующим примером является воздействие электрической дуги или молнии на электрод. В (5b) в токовом пятне электрический потенциал принимает постоянное значение, что соответствует задачам теории электрических контактов (как известно, линии тока перпендикулярны контактной площадке) [1,4].

Условие на бесконечности: $\varphi \rightarrow 0$, при $\sqrt{r^2 + z^2} \rightarrow \infty$.

На оси симметрии ($r = 0$): $\frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0$.

Подобная термо-электрическая задача решалась в [5], но без детального учета фазовых переходов и для одного варианта краевых условий. В [5] дополнительно учитывался термоэлектрический эффект Томсона, но как установлено в рассматриваемом исследовании, вклад этого эффекта весьма незначителен.

2. Конечно-разностный метод и алгоритм решения

Область интегрирования – бесконечная, потому целесообразно применение неравномерной сетки. Дифференциальные соотношения рассматриваемой краевой задачи приближенно заменяются системой конечно-разностных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{Q_{i,j}^{p+1} - Q_{i,j}^p}{\tau} = \frac{1}{r_i \check{h}_{r,i}} \left(\check{r}_{i+1} \frac{\Lambda_{i+1,j}^{p+1} - \Lambda_{i,j}^{p+1}}{h_{r,i+1}} - \check{r}_i \frac{\Lambda_{i,j}^{p+1} - \Lambda_{i-1,j}^{p+1}}{h_{r,i}} \right) \\ + \frac{1}{\check{h}_{z,j}} \left(\frac{\Lambda_{i,j+1}^{p+1} - \Lambda_{i,j}^{p+1}}{h_{z,j+1}} - \frac{\Lambda_{i,j}^{p+1} - \Lambda_{i,j-1}^{p+1}}{h_{z,j}} \right) + q_{V,i,j}^{p+1}, i = 1, \dots, n_r - 1; j \\ = 1, \dots, n_z - 1; p = 0, 1, \dots; \end{aligned}$$

где τ – шаг по времени, $t_p = p\tau$; p – номер временного слоя; $h_{r,i}$ – шаг сетки по координате r ; i – номер узла сетки пространственной координаты r ; $h_{z,j}$ – шаг сетки по координате z ; j – номер узла сетки пространственной координаты z ; $\check{h}_{r,i} = \frac{h_{r,i} + h_{r,i+1}}{2}$, $\check{h}_{z,j} = \frac{h_{z,j} + h_{z,j+1}}{2}$; $u_{i,j}^p$ – сеточная функция, $u_{i,j}^p \approx u(r_i, z_j, t_p)$, $i = 0, \dots, n_r$; $j = 0, \dots, n_z$; $p = 0, 1, \dots$; $Q_{i,j}^p = Q(u_{i,j}^p)$; $\Lambda_{i,j}^p = \Lambda(u_{i,j}^p)$.

Начальное условие запишется в виде: $u_{i,j}^0 = u_0$, $i = 0, \dots, n_r$; $j = 0, \dots, n_z$.

Краевое условие на поверхности тела с первым порядком точности:

$$\lambda(u_{i,0}^p) \frac{u_{i,1}^p - u_{i,0}^p}{h_{z,1}} = q_s(u_{i,0}^p), i = 0, \dots, n_r; p = 1, 2, \dots$$

со вторым порядком точности:

$$u_{i,0}^p = \frac{(h_{z,1} + h_{z,2})^2}{(2h_{z,1} + h_{z,2})h_{z,2}} u_{i,1}^p - \frac{h_{z,1}^2}{(2h_{z,1} + h_{z,2})h_{z,2}} u_{i,2}^p - \frac{h_{z,1}(h_{z,1} + h_{z,2})}{2h_{z,1} + h_{z,2}} \cdot \frac{q_s(u_{i,0}^p)}{\lambda(u_{i,0}^p)}$$

Применялись также другие конечно-разностные соотношения для рассматриваемого краевого условия, например, значение плотности теплового потока q_s вычислялось на предыдущем временном слое, что при неизменном порядке точности улучшало сходимость.

Условие на оси симметрии с первым порядком точности: $Q_{0,j}^p = Q_{1,j}^p$; со вторым порядком точности ($j = 1, \dots, n_z - 1$; $p = 0, 1, \dots$):

$$Q_{0,j}^p = (h_{r,1} + h_{r,2})^2 / (2h_{r,1} + h_{r,2}) / h_{r,2} Q_{1,j}^p - h_{r,1}^2 / (2h_{r,1} + h_{r,2}) / h_{r,2} Q_{2,j}^p.$$

Условия на границах сеточной области, соответствующие условиям на бесконечности: $Q_{n_r,j}^p = 0$, $j = 1, \dots, n_z - 1$; $Q_{i,n_z}^p = 0$, $i = 0, \dots, n_r$; $p = 0, 1, \dots$;

Система конечно-разностных уравнений, аппроксимирующая краевую задачу для электрического потенциала:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r_i \tilde{h}_{r,i}} \left(\tilde{r}_{i+1} \tilde{\gamma}_{i+1,j}^p \frac{\varphi_{i+1,j}^p - \varphi_{i,j}^p}{h_{r,i+1}} - \tilde{r}_i \tilde{\gamma}_{i,j}^p \frac{\varphi_{i,j}^p - \varphi_{i-1,j}^p}{h_{r,i}} \right) \\ & + \frac{1}{\tilde{h}_{z,j}} \left(\tilde{\gamma}_{i,j+1}^p \frac{\varphi_{i,j+1}^p - \varphi_{i,j}^p}{h_{z,j+1}} - \tilde{\gamma}_{i,j}^p \frac{\varphi_{i,j}^p - \varphi_{i,j-1}^p}{h_{z,j}} \right) = 0, i \\ & = 1, \dots, n_r - 1; j = 1, \dots, n_z - 1; p = 0, 1, \dots; \\ & \tilde{\gamma}_{i,j}^p = \frac{\gamma_{i,j-1}^p + \gamma_{i,j}^p}{2}, \gamma_{i,j}^p = \gamma(u_{i,j}^p), \\ & q_{v,i,j}^p = \gamma_{i,j}^p (E_{r,i,j}^2 + E_{z,i,j}^2), E_{r,i,j} = \frac{\varphi_{i+1,j}^p - \varphi_{i-1,j}^p}{2\tilde{h}_{r,i}}, E_{z,i,j} = \frac{\varphi_{i,j+1}^p - \varphi_{i,j-1}^p}{2\tilde{h}_{z,j}}. \end{aligned}$$

Конечно-разностная аппроксимация краевых условий на границах области:
для случая (5a):

$$-\gamma_{i,0}^p \frac{\varphi_{i,1}^p - \varphi_{i,0}^p}{h_{z,1}} = \begin{cases} \frac{I_0}{\pi R_0^2}, r_i \leq R_0, i = 0, \dots, n_r; p = 0, 1, \dots; \\ 0, r_i > R_0. \end{cases}$$

для случая (5б):

$$\varphi_{i,0}^p = \varphi_0, \text{ при } r_i \leq R_0; \varphi_{i,0}^p = \varphi_{i,1}^p, i = 0, \dots, n_r; p = 0, 1, \dots$$

Условие на оси симметрии: $\varphi_{0,j}^p = \varphi_{1,j}^p, j = 1, \dots, n_z - 1; p = 0, 1, \dots;$

Сеточные уравнения, соответствующие условию на бесконечности:

$$\varphi_{i,n_z}^p = 0, i = 0, \dots, n_r; \varphi_{n_r,j}^p = 0, j = 1, \dots, n_z - 1; p = 0, 1, \dots$$

Возможны варианты краевых условий со вторым порядком точности, аналогично краевой задаче для температурного поля, но в силу линейности рассматриваемой задачи и прочих причин точность численного решения в обоих случаях достаточно высокая.

Размер области по пространственной координате, значения шагов интегрирования выбираются исходя из требований точности конечно-разностного решения.

Конечно-разностный метод является неявным и характеризуется высокой устойчивостью.

На каждом временном слое система конечно-разностных уравнений решалась методом Зейделя. Вначале осуществлялся расчет электрического поля, что позволяло рассчитать плотность джоулевых источников. На следующем этапе для каждого внутреннего узла сетки система решалась методом Ньютона относительно сеточного значения энтальпии $Q_{i,j}^{p+1}$ при известном $Q_{i,j}^p, i = 1, \dots, n_r - 1; j = 1, \dots, n_z - 1$. По этим значениям вычислялась температура в тех же узлах сетки: $u_{i,j}^{p+1} = Q^{-1}(Q_{i,j}^{p+1}), p = 0, 1, \dots$; где Q^{-1} - функция, обратная к функции $Q(u)$, вычислявшаяся также методом Ньютона как решение нелинейного уравнения относительно u вида: $Q(u) = z$.

Величина $u_{i,0}^{p+1}$ в конечно-разностной производной краевого условия при $z = 0$ выражалась через остальную часть выражения и также находилась в процессе итераций по методу Зейделя.

Контроль погрешности численного решения осуществлялся по значениям теплового и токового баланса (порядка 5%).

Особенностью применяемого варианта энтальпийного метода для решения задачи (1)-(3) является то, что в нем не применяется сглаживание дельта-функции в формуле сосредоточенной теплоемкости. Применимость такого варианта метода исследовалась на конкретной практически важной задаче теории электрических аппаратов. О трудностях, связанных с учетом в МКР сосредоточенной теплоемкости, отмечено в аналитическом обзоре [13].

3. Результаты моделирования

3.1 Исходные данные

Свойства материалов на практике, как правило, отличаются значительной нелинейностью характеристик. В данной статье соответствующие характеристики материала (температурные зависимости и пр.) заданы настолько точно, насколько позволили литературные источники.

В качестве основного объекта исследования рассмотрено железо. Это связано с тем, что материалы на основе железа – стали, являются наиболее употребительными из металлов как в промышленности в целом, так и в области разнообразных технологий (например, сварка стальных пластин и т.п.). При этом железо характеризуется сильной нелинейностью теплофизических характеристик [7,8].

Основные теплофизические параметры железа, учитываемые в расчетах: плотность (при н. у.) - 7874 кг/м³; температура плавления - 1812 К (1538,85 °С); температура кипения - 3134 К; удельная теплота плавления - 247,1 кДж/кг; удельная теплота испарения - 6088 кДж/кг; теплоемкость при н.у. - 444 Дж/(кг·К); теплопроводность - (300 К) 80,4 Вт/(м·К); молярная масса - 55,847 г/моль.

Удельная теплоемкость железа, как и любого другого элемента, определяется его структурой и изменяется в зависимости от температуры; среднее значение теплоемкости железа при 0-1000°С равно 640,57 Дж/(кг·К). Зависимость теплоемкости железа от температуры характеризуется выраженной нелинейностью [8].

Таблица 1 Значения теплоемкости железа для различных интервалов температур

T, K	$T, ^\circ C$	Тип решетки	$C, \text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{моль}\cdot\text{град})$	$C, \text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{град})$
273...1033	0...760	α	$17,50082 + 24,78586 \cdot 10^{-3} \cdot T$	$0,31335 + 0,4438 \cdot 10^{-3} \cdot T$
1033...1181	760...908	β	37,6812	0,6747
1181...1674	908...1401	γ	$7,70371 + 19,51049 \cdot 10^{-3} \cdot T$	$0,1397 + 0,3493 \cdot 10^{-3} \cdot T$
1674...1810	1401...1537	δ	43,96140	0,7870
1810...1873	1537...1600	Жидкость	41,868	0,7495

На рис.1 представлены в относительных единицах основные теплофизические параметры железа (c – теплоемкость, Q – энтальпия, Λ – тепловой потенциал, λ – теплопроводность, a – температуропроводность).

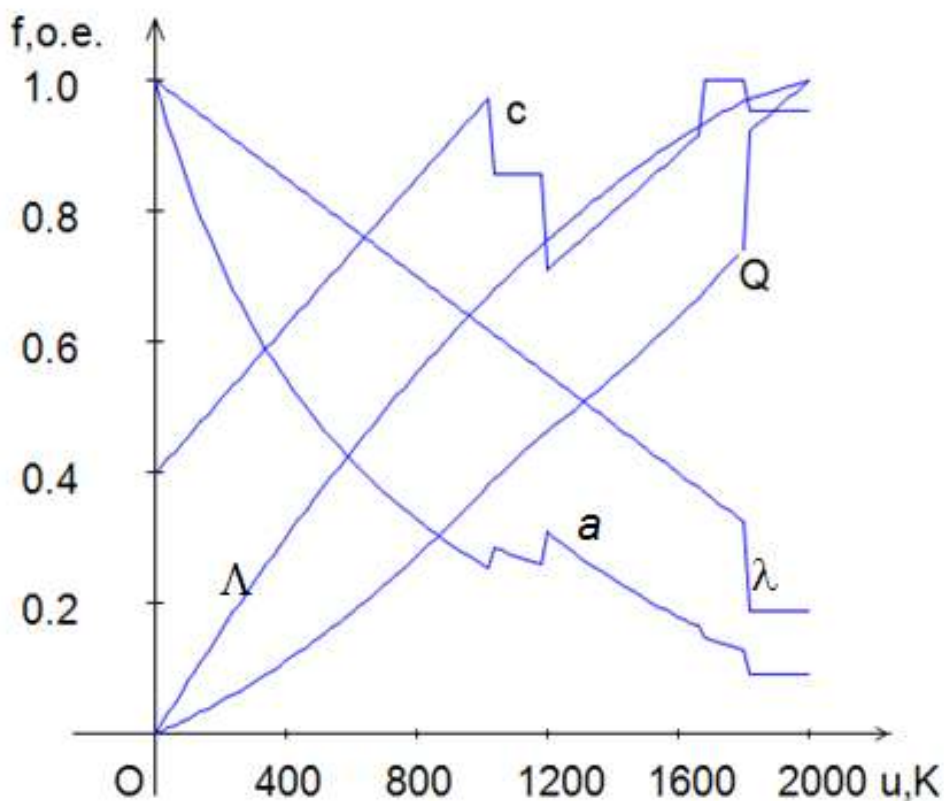


Рис.1. Теплофизические параметры железа (в относительных единицах)

В области фазового перехода характеристики железа претерпевают скачки. Плотность расплава железа при температуре 1535 °С равна 6900 кг/м³, т.е. на 12% ниже, чем при н.у. Вблизи температуры плавления имеют место следующие скачки параметров железа: теплоемкость – от 450 до 710 Дж/(кг·К), теплопроводность – от 17 до 29 Вт/(м·К), температуропроводность примерно от $3 \cdot 10^{-6}$ до $8 \cdot 10^{-6}$ м²/с [7].

Характерный размер расчетной области, длительность и величина токового импульса были выбраны типичными для электрических контактов:

$$L_r = 10^{-3} \text{ м}, L_z = 10^{-3} \text{ м}, t_F = 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ с}; I_0 = 500 \text{ А}.$$

Площадь и радиус токового пятна на поверхности электрода:

$$S_0 = 10^{-7} \text{ м}^2, R_0 = \sqrt{S_0/\pi}.$$

Параметры конечно-разностного метода выбирались в соответствии с требованиями точности: $n_r = 30$, $n_z = 70$, $\tau = 10^{-6}$.

Область в районе токопроводящего пятна с размерами $L_r = 5 \cdot 10^{-4}$ м, $L_z = 5 \cdot 10^{-4}$ м, покрывалась сеткой с меньшим шагом при количестве узлов: $n_{r0} = 20$, $n_{z0} = 50$.

Расчеты осуществлялись на ПЭВМ типа Pentium в системе программирования Pascal ABC. Затраты времени на одном шаге интегрирования τ порядка 0,1 с.

3.2 Результаты для первого варианта краевых условий (5a)

На рис.2 представлены серии графиков температурного поля в зависимости от пространственных координат (с шагом по времени $2,5 \cdot 10^{-4}$ с). Из общего множества графиков на рисунках здесь и далее представлен каждый 3-й.

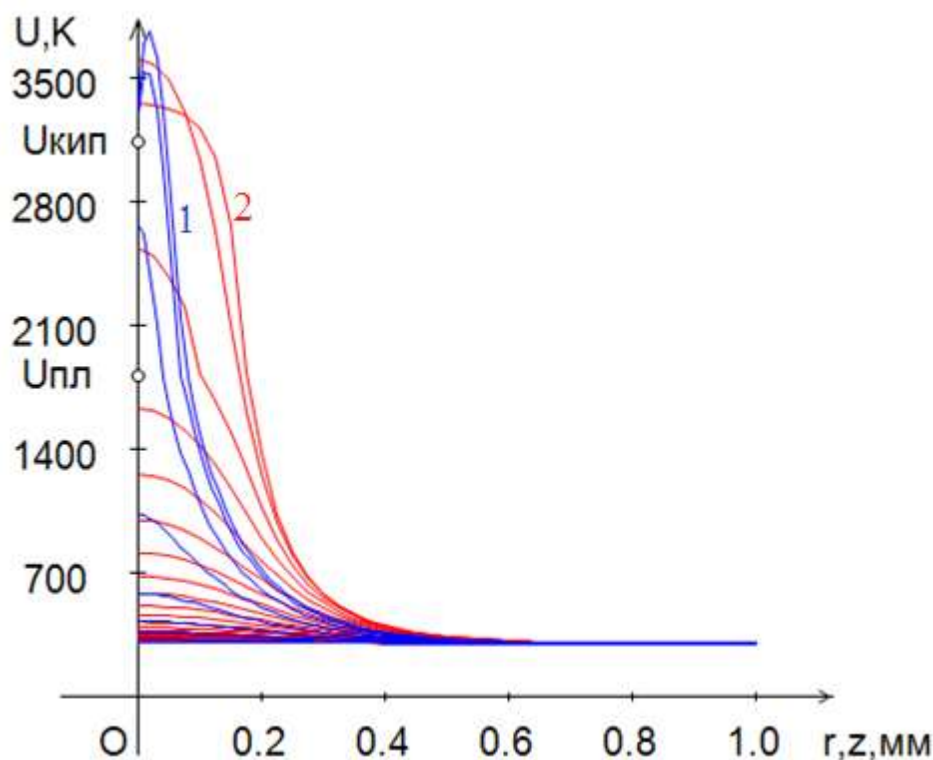


Рис.2. Графики профилей температурного поля (1 – зависимости от z , $r = \text{fixed}$,
2 – зависимости от r , $z = \text{fixed}$)

На рис.3 представлены графики (в относительных единицах) зависимости от времени координат фронтов фазовых переходов. Наибольшие значения координат фронтов фазовых переходов: $x_{пл}(t_F) = 80$ мкм; $x_{исп}(t_F) = 3,4$ мкм. Скорости движения фронта испарения: $v_{исп}(t_F) = 0,02$ м/с.

При относительно малых токах за время несколько миллисекунд происходит установление стационарного режима, при больших токах происходит интенсивное кипение и испарение материала, процесс носит взрывообразный характер (т.н. «режим с обострением»).

Ступенчатый характер графика №4 связан со стефановской нелинейностью. Интерполяция значений $x_{пл}(t)$ возможна по сеточным значениям как температурного поля, так и энтальпии. Использование для интерполяции значений энтальпии приводит к сглаживанию графика.

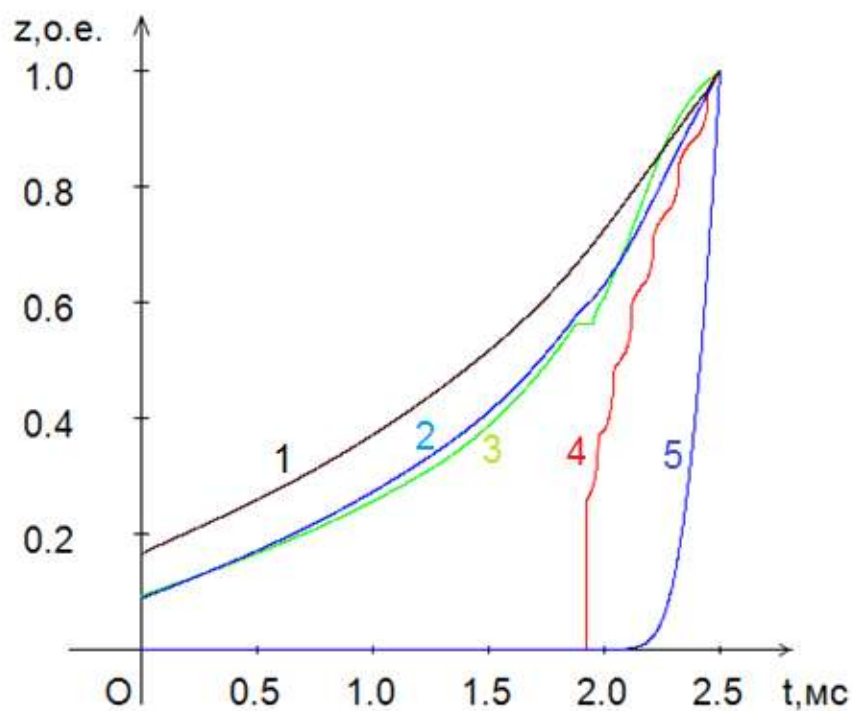


Рис.3. Графики электрического потенциала: (1) – среднее значение в токовом пятне, (2) – в начале координат; графики максимальной температуры (3) и координат фронтов фазовых переходов: 4 – $z_{nl}(t)$, 5 – $z_{uch}(t)$

На рис.4 представлены графики, описывающие характер электрического поля в электроде.

В работе исследовались также потери на радиационное излучение и конвективное охлаждение, которые составляют порядка 1% и являются пренебрежимыми.

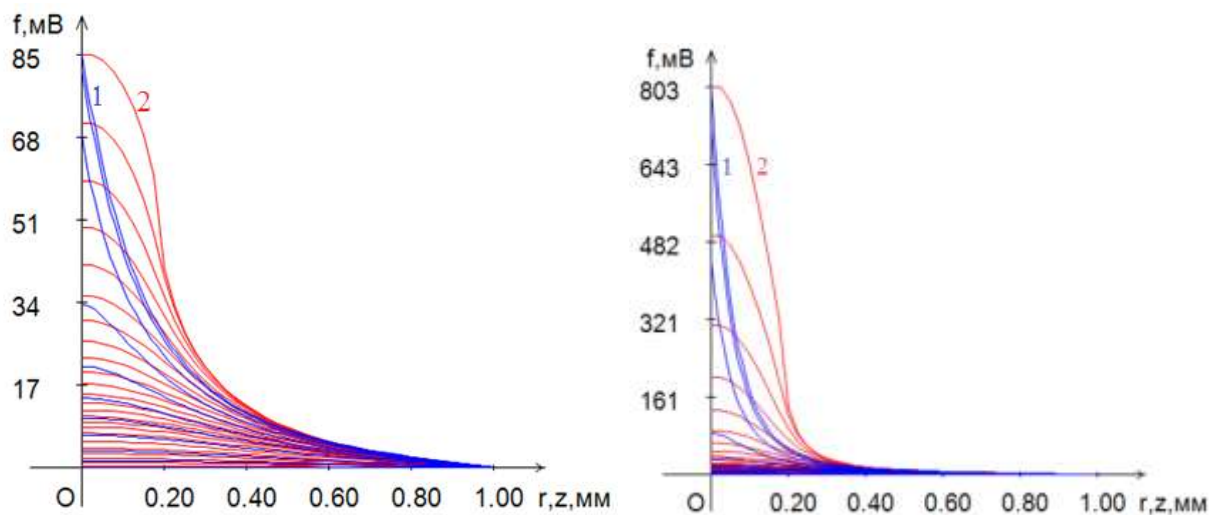


Рис.4. Зависимости потенциала на 2 шаге (слева) и на 2000 шаге по времени (справа): (1) – от z , $r = \text{fixed}$; (2) – от r , $z = \text{fixed}$

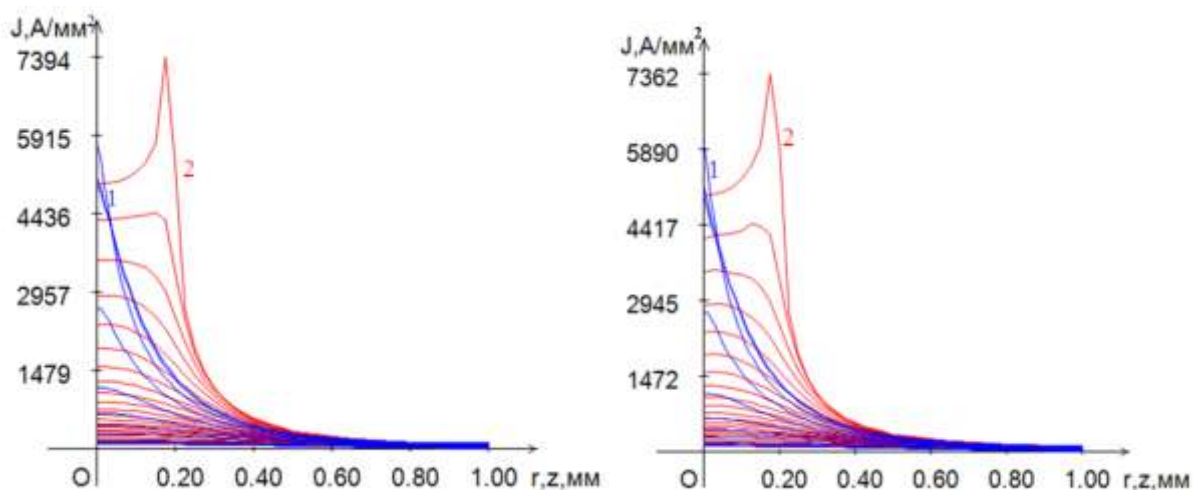


Рис.5. Плотность тока на 2-м и 2000-м шагах (1 – зависимости от z , $r = \text{fixed}$, 2 – зависимости от r , $z = \text{fixed}$)

Как следует из рис.5 плотность тока относительно слабо зависит от времени. Плотность джоулевых источников равна отношению квадрата плотности тока к электропроводности (последняя уменьшается приблизительно обратно пропорционально росту температуры). На рассматриваемом интервале времени среднее по объему значение электропроводности уменьшается на порядок, что приводит к соответствующему увеличению напряжения.

3.3 Результаты для второго варианта краевых условий (5б)

На рис.6 представлены серии графиков температурного поля в зависимости от пространственных координат (с шагом по времени $2,5 \cdot 10^{-4}$ с). При относительно малых напряжениях за время несколько миллисекунд происходит установление стационарного режима, при больших напряжениях происходит интенсивное кипение и испарение материала.

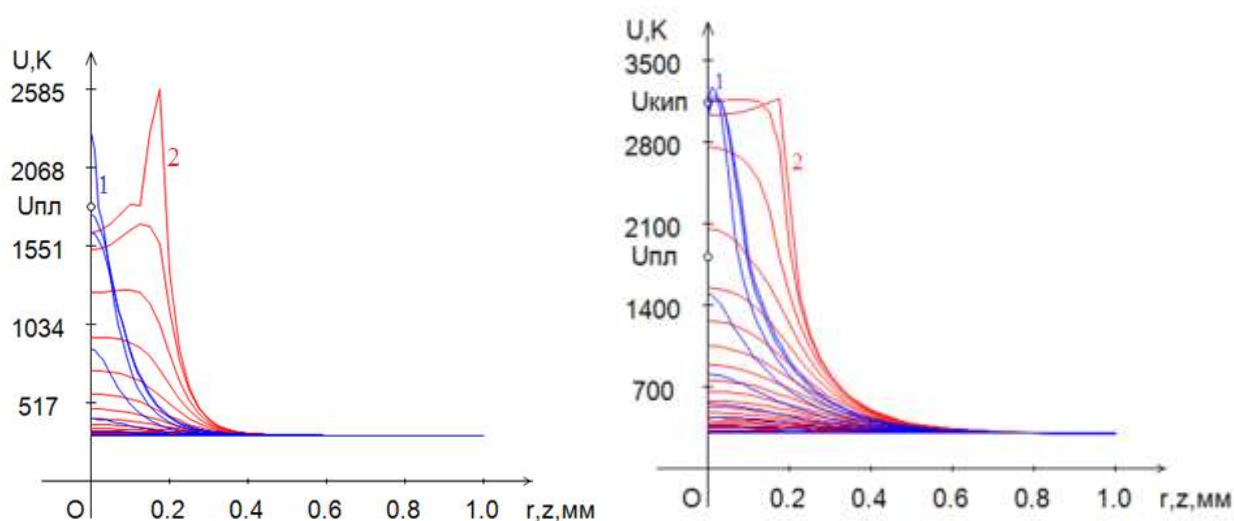


Рис.6. Профили температурного поля на 200 и 2000 шаге: 1 – зависимости от z , $r = \text{fixed}$; 2 – зависимости от r , $z = \text{fixed}$.

На рис.7 представлены графики (в относительных единицах) зависимости от времени координат фронтов фазовых переходов. Наибольшие значения координат фронтов фазовых переходов: $x_{nl}(t_F) = 80$ мкм; $x_{uch}(t_F) = 1,7$ мкм. Скорости движения фронта испарения: $v_{uch}(t_F) = 0,012$ м/с.

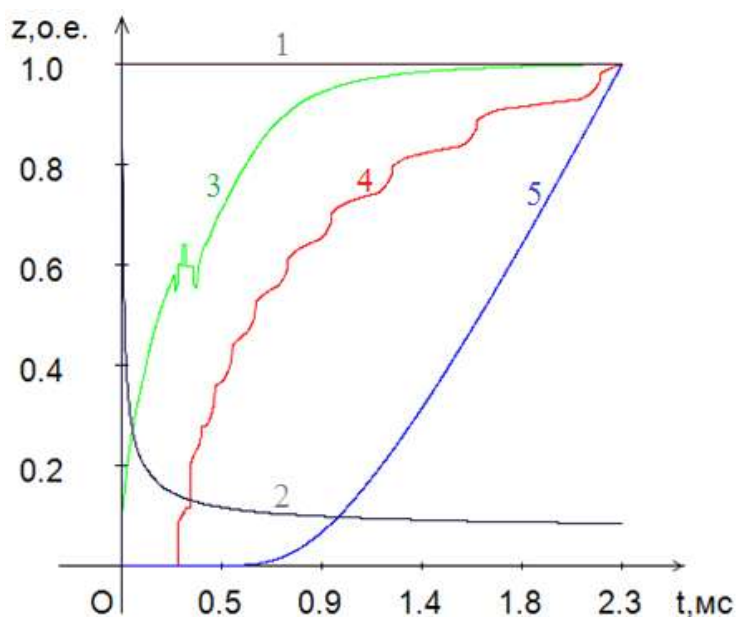


Рис.7. (1) – значение электрического потенциала в токовом пятне, (2) – ток; графики максимальной температуры (3) и координат фронтов фазовых переходов: 4 – $z_{nl}(t)$, 5 – $z_{uch}(t)$

На начальном этапе процесс имеет характер короткого замыкания, значение тока равно около 4760 А. В дальнейшем из-за разогрева зоны проводимости происходит многократное увеличение электрического сопротивления и соответствующее снижение значений тока примерно до 400 А.

Графики, описывающие характер электрического поля в электроде, представлены на рис.8 и 9.

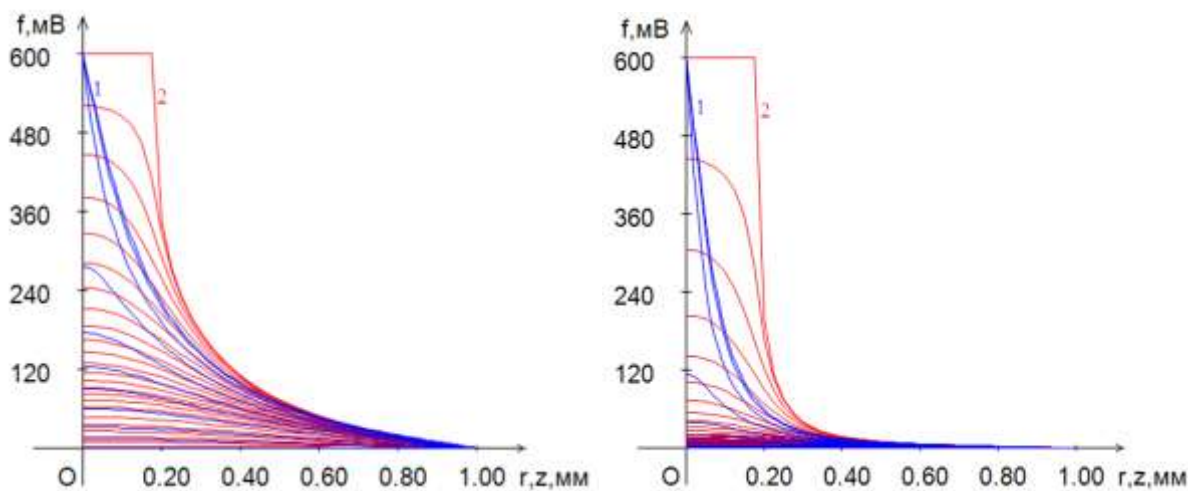


Рис.8. Зависимости потенциала на 2-м и 2000-м шаге по времени (1 – зависимости от z , $r = \text{fixed}$, 2 – зависимости от r , $z = \text{fixed}$)

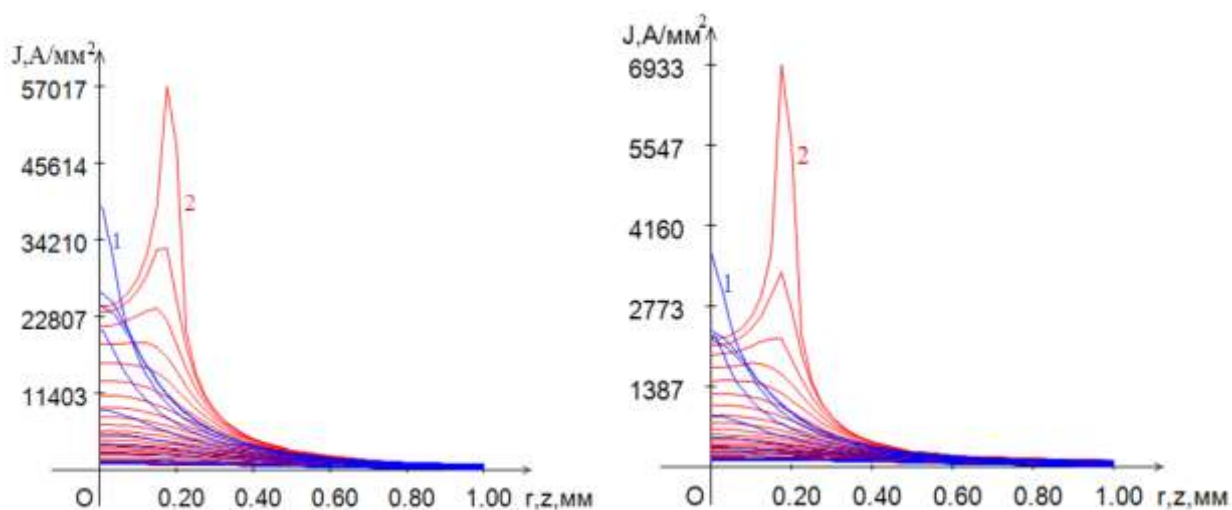


Рис.9. Плотность тока на 2 и 2000-м шаге (1 – зависимости от z , $r = \text{fixed}$, 2 – зависимости от r , $z = \text{fixed}$)

В отличие от варианта (5а) плотность тока на рассматриваемом интервале времени изменяется на порядок. Наибольшие значения плотности тока и температуры достигаются на краях проводящей ток площадки. Это согласуется с известным фактом теории контактов, что сваривание контактов часто происходит по краям контактного пятна.

Как показали результаты компьютерных экспериментов, влияние нелинейностей тепло- и электрофизических характеристик значительно. Так для случая краевых условий с постоянным током 500 А в момент времени 2,25 мс в детальной модели температура в центре токопроводящего пятна на электроде равняется 2636,5 К; глубина проплавления 110 мк, абсцисса фронта испарения 12,5 мк, скорость испарения 1 мм/с. Для модели с усредненными тепло- и электрофизическими параметрами, даже при учете фазового перехода соответствующие значения (3628,8 К; 170 мк, 20,6 мк, 44 мм/с) отличаются на 50-100% и более. Как уже было выше отмечено на расчетном интервале времени средние по объему значения электропроводности меняются на порядок.

Выводы

Сформулирована математическая модель, а также разработаны алгоритм и программы для ЭВМ, позволяющие эффективно осуществлять компьютерное моделирование тепло- и электрофизических процессов при воздействии сильноточного импульса на металлические электроды и электрические контакты.

Осуществлена серия расчетов для информативного случая железа, являющегося основной наиболее употребительного в промышленности металла - стали.

Установлено значительное влияние нелинейностей теплофизических параметров, фазовых переходов плавления и испарения, вида краевых условий на значения температурного и электрического полей.

Влияние потерь на радиационное излучение и конвективное охлаждение пренебрежимо.

Результаты работы могут применяться в практике исследования и проектирования электрических аппаратов и других электротехнических устройств.

Список литературы

1. Таев И.С. Электрические контакты и дугогасительные устройства аппаратов низкого напряжения. М.: Энергия, 1973. 423 с.
2. Ульрих Т.А. Математическое моделирование процесса контактной точечной сварки: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Пермь, 2000. 15 с.
3. Абрамов Н.Р., Кужекин И.П., Ларионов В.П. Характеристики проплавления стенок металлических объектов при воздействии на них молнии // Электричество. 1986. № 11. С. 22-27.
4. Борисенко П.А., Павлейно О.М., Павлейно М.А., Статуя А.А. Методы численного решения нелинейных нестационарных термо-электро-механических контактных задач // IX Международная научная конференция «Современные проблемы электрофизики и электро-гидродинамики жидкостей»: сб. тр. СПб., 2009. С. 287-291.
5. Павлейно О.М. Физические особенности нагрева сильноточных электрических контактов: дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2015. 148 с. Режим доступа: http://iperas.nw.ru/d_p.pdf (дата обращения 01.03.2016).
6. Weißenfels C., Wriggers P. Numerical modeling of electrical contacts // Computational Mechanics. 2010. Vol. 46, no. 2. P. 301-314. DOI: [10.1007/s00466-009-0454-8](https://doi.org/10.1007/s00466-009-0454-8)
7. Теплофизические свойства расплавов // Научная библиотека Сибирского федерального университета: сайт. Режим доступа: http://files.lib.sfu-kras.ru/ebibl/umkd/Mamina/u_lectures.pdf (дата обращения 01.03.2016).
8. Теплоемкость железа // Лаборатория крупного слитка: сайт. Режим доступа: http://steelcast.ru/iron_heat_capacity (дата обращения 01.03.2016).
9. Самарский А.А., Моисеенко Б.Д. Экономичные разностные схемы решения задачи Стефана // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1965. Т. 5, № 6. С. 11-19.
10. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. М.: Едиториал УРСС, 2003. 784 с.
11. Дарьин Н.А., Мажукин В.И. Математическое моделирование задачи Стефана на адаптивной сетке // Дифференциальные уравнения. 1987. Т. 23, № 7. С. 1154-1160.
12. Бреславский П.В., Мажукин В.И. Алгоритм численного решения гидродинамического варианта задачи Стефана при помощи динамически адаптирующихся сеток // Математическое моделирование. 1991. Т. 3, № 10. С. 104-115. Режим доступа: <http://www.mathnet.ru/links/7acac63c3343a552568a2cf62bb95bb6/mm2286.pdf> (дата обращения 01.03.2016).

13. Бучко Н.А. Энтальпийный метод численного решения задач теплопроводности в промерзающих или протаивающих грунтах // Вестник Международной академии холода. 2009. № 2. С. 25-28.

Simulation of High-current Pulse Effect on the Electrode with Nonlinear Material Characteristics and Phase Transitions Taken into Account

R.V. Arutjunjan^{1,*}

^{*}rob57@mail.ru

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: metal electrode, a high current pulse, electric field, temperature field, calculation, through method

The article investigates the thermal and electrical processes when heating the metal electrode by a high current pulse. The aim is to understand an impact nature of the nonlinearities of thermal parameters, the phase transitions of melting and evaporation, and the type of boundary conditions in the current spot. To solve the problem was formulated a mathematical model, and were also developed a finite-difference method and computer programmes which allow an effective computer simulations of thermal and electrical processes under the high current pulse impact on the metal electrodes. The Stefan problem is solved by the through "enthalpy" method. Calculation of the electric field is performed by Seidel iteration. Thermal and current balance and comparison with solution results of model problems allow computer error monitoring.

The work involved a series of calculations for an informative case of iron. It enabled to find a significant influence of the nonlinearities of thermal parameters, the phase transitions of melting and evaporation, the type of boundary conditions on the values of the temperature and electric fields, especially in the vicinity of the current spot. The presence of high current density and temperature, respectively, in the vicinity of the current spot edge confirms the well-known hypothesis about the causes of contact welding on the edges of the contact area. It has been found that the impact of losses on radiation and convection cooling is negligible. The article continues and complements the well-known research in the theory of electrical contacts and welding processes based on detailed consideration of the electrode material properties, the nonlinearities, and a type of boundary conditions for temperature and electric fields.

The results can be used in the practice in research and design of electrical machines and other electrical devices.

The study has revealed the need to improve the enthalpy finite- difference method for solving the Stefan problem in order to enhance its accuracy, in particular in the calculation of the phase transition front. Further detailed analysis of thermal and electrical processes in the boiling point, defining an adequacy degree of the model of quiet evaporation, and gas-, hydro- and electro-dynamic factors to be taken in more consideration are of interest.

References

1. Taev I.S. *Elektricheskie kontakty i dugogasil'nye ustroystva apparatov nizkogo napryazheniya* [Electrical contacts and arc-suppressing devices of apparatuses of low voltage]. Moscow, Energiya Publ., 1973. 423 p. (in Russian).
2. Ul'rikh T.A. *Matematicheskoe modelirovanie protsessa kontaktnoi tochechnoi svarki. Avtoreferat kand. diss.* [Mathematical modeling of the process of resistance spot welding. Abstract of cand. diss.]. Perm, 2000. 15 p. (in Russian).
3. Abramov N.R., Kuzhekin I.P., Larionov V.P. Characteristics of penetration of walls of metal objects when exposed to lightning on them. *Elektrichestvo = Electricity*, 1986, no. 11, pp. 22-27. (in Russian).
4. Borisenko P.A., Pavleino O.M., Pavleino M.A., Statuya A.A. Methods of numerical solution of nonlinear transient thermo-electro-mechanical contact problems. *9 Mezhdunarodnaya nauchnaya konferentsiya "Sovremennye problemy elektrofiziki i elektro-gidrodinamiki zhidkostei": sb. tr.* [9th International scientific conference "Modern problems of Electrophysics and electro-hydrodynamics of liquids": collected articles]. St. Petersburg, 2009, pp. 287-291. (in Russian, unpublished).
5. Pavleino O.M. *Fizicheskie osobennosti nagreva sil'notochnykh elektricheskikh kontaktov. Kand. diss.* [Physical particular qualities of heating of high current electrical contacts. Cand. diss.]. St. Petersburg, 2015. 148 p. Available at: http://iperas.nw.ru/d_p.pdf, accessed 01.03.2016. (in Russian).
6. Weißenfels C., Wriggers P. Numerical modeling of electrical contacts. *Computational Mechanics*, 2010, vol. 46, no. 2, pp. 301-314. DOI: [10.1007/s00466-009-0454-8](https://doi.org/10.1007/s00466-009-0454-8)
7. *Teplofizicheskie svoystva rasplavov* [Thermophysical properties of melts]. Scientific library of Siberian Federal University: website. Available at: http://files.lib.sfu-kras.ru/ebibl/umkd/Mamina/u_lectures.pdf, accessed 01.03.2016. (in Russian).
8. *Teploemkost' zheleza* [The heat capacity of iron]. Laboratory of large ingot: website. Available at: http://steelcast.ru/iron_heat_capacity, accessed 01.03.2016. (in Russian).
9. Samarskii A.A., Moiseenko B.D. Economical difference schemes solving Stefan problem. *Zhurnal Vychislitel'noi Matematiki i Matematicheskoi Fiziki = Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1965, vol. 5, no. 6, pp. 11-19. (in Russian).
10. Samarskii A.A., Vabishchevich P.N. *Vychislitel'naya teploperedacha* [Computing heat transfer]. Moscow, Editorial URSS Publ., 2003. 784 p. (in Russian).
11. Dar'in N.A., Mazhukin V.I. Mathematical modeling of Stefan problem on an adaptive grid. *Differetial'niye Uravneniya = Differential Equations*, 1987, vol. 23, no. 7, pp. 1154-1160. (in Russian).
12. Breslavskii P.V., Mazhukin V.I. Computational algorithm of a hydrodynamical version of Stefan problem by dynamic adapting grid. *Matematicheskoe Modelirovanie = Mathematical Models and Computer Simulations*, 1991, vol. 3, no. 10, pp. 104-115. Available at:

<http://www.mathnet.ru/links/2ce6b364e6b66d23e454e9d4aec01a21/mm2286.pdf> , accessed 01.03.2016. (in Russian).

13. Buchko N.A. Enthalpy method of numerical solution of heat conductivity problems in the freezing-through or thawing-through soils. *Vestnik Mezhdunarodnoi Akademii Kholoda = Journal of IAR*, 2009, no. 2, pp. 25-28. (in Russian).