

УДК 621.396.96

Рабочие характеристики многоканальных автономных информационных систем с позиционными анализаторами состояний сигналов на выходах каналов

Хохлов В. К.^{1,*}, Муратов И. В.¹,
Глазков В. В.¹

[*khokhlov2010@yandex.ru](mailto:khokhlov2010@yandex.ru)

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В статье обоснована методика и рассмотрены вопросы исследования рабочих характеристик многоканальных комбинированных автономных информационных систем с позиционными анализаторами состояний сигналов на выходах каналов. Работа анализатора описывается множеством функций алгебры логики. Для определения истинности или ложности функций алгебры логики, при помощи которых исчисляются высказывания о наличии или отсутствии полезного сигнала на входе системы, на основании теоремы Порецкого и теории совпадения во времени случайных импульсных потоков срабатывания каналов от некоррелированных и коррелированных помех получены зависимости для расчета вероятностей ложных тревог и пропусков сигналов в системах с позиционными анализаторами.

Ключевые слова: многоканальные системы; позиционные анализаторы; совпадение во времени импульсов; некоррелированные и коррелированные помехи; вероятности ложных тревог и пропусков

Введение

Для увеличения избыточности информации о пространственно–геометрических и физических характеристиках объектов с целью повышения помехоустойчивости и эффективности системы ближней локации могут строиться как дискретные многоканальные или комбинированные системы [1,2].

Многоканальные системы включают в себя информативные каналы одинаковой или различной физической природы, причем каждый канал может быть построен как аналоговый или дискретно–аналоговый регрессионный тракт. В большинстве случаев в комплексированных системах не удастся совместить во времени случайные моменты поступления сигналов от объектов по различным каналам во всем множестве условий встреч и условий применения и часто не удастся реализовать совместную корреляционную обработку сигналов в каналах. На основании того, что реализация состояния сигнала на входе

n -канальной системы определяется совокупностью состояний сигналов на входах n каналов в каждой конкретной ситуации вычисление коэффициента правдоподобия в многоканальной системе осуществляется при помощи дискретных операций над квантованными сигналами с выходов каналов z_i^q , длительностью τ_i , имеющими два фиксированных уровня $\sigma_j = 1$ (при наличии объекта по i -му каналу в j -й ситуации) и $\sigma_j = 0$ (при его отсутствии). Расширение сигналов срабатывания каналов на длительность τ_i необходимо для обеспечения их совпадения во времени. При этом анализатор состояний каналов дискретной системы обнаружения представляет собой позиционную систему без памяти с одним внутренним состоянием, для которой определенная совокупность состояний сигналов на выходах каналов в каждой j -и ситуации $z_1^q, \dots, z_n^q$ однозначно определяет сигнал на выходе анализатора [3].

В литературе по дискретной математике [4] изложены теория множеств и отношений, элементы современной абстрактной алгебры, теория графов, классические понятия теории булевых функций, а также основы теории формальных языков, куда включены теории конечных автоматов, используемые для решения поставленной задачи. В [5] рассматриваются принципы, методы и алгоритмы управления многообъектными системами, приводятся методы ускорения алгоритмов на основе параллельной реализации.

В известной зарубежной литературе рассматриваются вопросы математической логики, теории алгоритмов, надежности работы сложных позиционных систем, а также вопросы работы логических систем на случайных битовых потоках [6-9]. В известных работах [4-9] исследуются позиционные системы и не рассматриваются вопросы получения рабочих характеристик дискретных систем принятия решений с позиционными автоматами на выходе при наличии помех на входе рабочих каналов.

Актуальными являются вопросы оценки помехоустойчивости многоканальных систем с позиционными анализаторами состояний каналов при работе в условиях помех различным каналам.

Цель работы состоит в обосновании методики и исследовании вопросов оценки рабочих характеристик многоканальных дискретных систем принятия решений в ближней локации при работе в условиях помех.

Научная новизна

Научная новизна статьи состоит в том, что в ней обоснована методика исследования рабочих характеристик многоканальных автономных информационных систем с расширителями импульсов срабатываний рабочих каналов и позиционными анализаторами состояний сигналов на выходах каналов. Исследованы статистические характеристики ложных срабатываний при коррелированных и некоррелированных помехах на входах каналов и выигрыш по вероятности ошибки обнаружения от числа каналов при различных отношениях сигнал/шум.

Постановка задачи

При работе в сложной помеховой обстановке в многоканальных дискретных системах необходимо иметь информацию о помехах, которая может быть получена в каналах путем обработки входных реализаций в специальных трактах.

Наиболее опасным видом помехи для каналов дискретных автономных информационных многоканальных систем являются маскирующие помехи [1].

В условиях маскирующих помех при уменьшении отношения сигнал / шум в канале с точки зрения уменьшения вероятности ошибки обнаружения выдавать сигнал взведения по данному каналу. Структурная схема многоканальной дискретной системы (рисунок 1) построена с учетом регистрации маскирующих помех в предположении, что вероятность одновременного создания маскирующих помех всем каналам мала. Дискретная многоканальная система обнаружения это система, в которой коэффициент правдоподобия вычисляется при помощи дискретных операций в анализаторе состояний, представляющем собой позиционный автомат без памяти с одним внутренним состоянием.

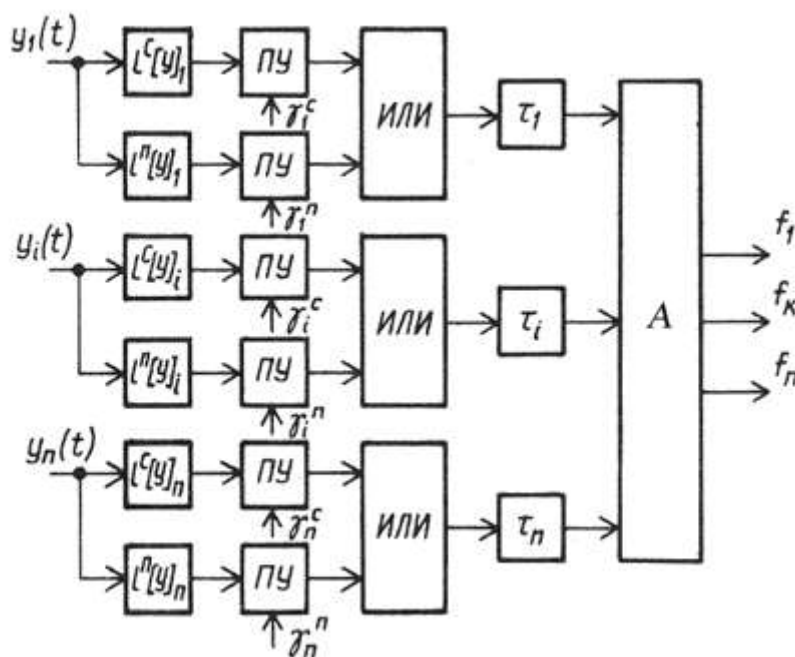


Рис. 1. Структурная схема дискретной системы обнаружения сигналов

На рисунке 1: $l_i^c(x)$ и $l_i^n(x)$ – блоки вычисления коэффициентов правдоподобия соответственно для объекта и маскирующей помехи в i -м канале; τ_i – расширители импульсов; A – анализатор состояний каналов.

Анализатор состояний каналов может иметь несколько выходов, например, для выдачи информации о стороне пролета, т. е. может решать и задачи распознавания, тогда каждый k -й выход анализатора должен иметь только два различных состояния $y_k^g = 0$

при $\sigma_j = 0$ и $y_k^{\sigma_j} = 1$ при $\sigma_j = 1$. Поэтому работа анализатора может быть описана множеством функций алгебры логики

$$Y_k = f_k(z_1^{\sigma_1}, \dots, z_n^{\sigma_n}), \quad (1)$$

равных 0 или 1 и определенных для всевозможных выборов единичных аргументов $z_1, \dots, z_n$.

Тогда каждая функция алгебры логики может быть выражена через конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание в совершенной нормальной дизъюнктивной форме (СНДФ).

$$\begin{aligned} f_k(z_1, \dots, z_n) &= \vee z_1^{\sigma_1} \wedge z_2^{\sigma_2} \wedge \dots \wedge z_n^{\sigma_n}, \\ f_k(\sigma_1, \dots, \sigma_n) &= 1, \end{aligned} \quad (2)$$

или

$$f_k(z_1, \dots, z_n) = \vee z_1^{\sigma_1} \wedge z_2^{\sigma_2} \wedge \dots \wedge z_n^{\sigma_n}, \quad f_k(\sigma_1, \dots, \sigma_n) = 0, \quad (3)$$

где $\wedge$ – конъюнкция; $\vee$ – логическое суммирование (дизъюнкция) по наборам $\sigma_1, \dots, \sigma_n$, для которых $f_k(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ равна 1 в выражении (2), или 0 в выражении (3). Функции алгебры логики (1) могут быть заданы таблично, СНДФ таких функций строится согласно уравнениям (2) и (3).

Условиями правильной работы k – го выхода анализатора во множестве ситуаций являются следующие равенства:

$$\begin{aligned} f_k(z_1, \dots, z_n) &= 1 \text{ для ситуаций, в которых присутствует объект на входе;} \\ f_k(z_1, \dots, z_n) &= 0 \text{ для ситуаций, в которых объект отсутствует.} \end{aligned}$$

С учетом введения трактов обнаружения маскирующих помех алгоритм работы многоканального анализатора по k – му выходу можно представить в виде

$$\begin{aligned} f_k(z_1, \dots, z_n, U_1, \dots, U_n) &= \vee (z_1 \vee U_1)^{\sigma_1} \wedge (z_2 \vee U_2)^{\sigma_2} \wedge \dots \wedge (z_n \vee U_n)^{\sigma_n}, \\ f_k(\sigma_1, \dots, \sigma_n) &= 1. \end{aligned}$$

Для комбинационных систем, какой является анализатор, имеется взаимное соответствие между системами функций алгебры логики и комбинационными схемами. Следовательно, анализатор многоканальной системы может быть построен на элементах «И», «ИЛИ» и «НЕ», выполняющих соответственно операции: конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание. Многоканальные комплексированные системы позволяют селективировать объекты то дополнительным пространственно–геометрическим признакам [3].

Таким образом, многоканальное построение систем ближней локации, кроме увеличения избыточности информации об объекте за счет большего числа каналов, по сравнению с одноканальной системой, позволяет повысить помехоустойчивость за счет выделения дополнительных пространственно – геометрических характеристик объекта.

Обоснование рабочих характеристик многоканальных систем с позиционными анализаторами состояний каналов

Вероятность совпадения во времени импульсов срабатываний каналов дискретной системы при некоррелированных процессах в каналах

Вычисление вероятности ложных тревог дискретной системы на интервале времени сводится к определению средней частоты совпадений во времени импульсов срабатывания (и пауз) на выходах n каналов. Импульсы срабатываний на выходе каждого канала можно представить в виде потока импульсов, имеющих, как правило, прямоугольную форму.

Правило принятия решения анализатором может быть таким, что его срабатывание происходит при совпадении во времени импульсов по $n-k$ каналам и пауз по k -каналам.

В этом случае задача сводится к определению вероятности совпадений n случайных потоков импульсов прямоугольной формы импульсов прямоугольной формы.

При $\gamma_{\Pi_i} \rightarrow \infty$ (где $\gamma_{\Pi_i} = \frac{U_{\text{пори}}}{\sigma_{\Pi_i}}$ – порог срабатывания порогового устройства i -го ка-

нала; канала; σ_{Π_i} – среднеквадратическое значение шума на выходе порогового устройства) распределение длительностей пауз между выбросами нормального случайного процесса стремится к экспоненциальному, следовательно, распределение количества выбросов во времени будет описываться законом распределения Пуассона [1].

Экспериментально доказано [3], что при $\gamma_{\Pi} \geq 2$ моменты появления выбросов независимы. Следовательно, для стационарного случайного процесса распределение количества выбросов над порогом при $\gamma_{\Pi} \geq 2$ можно считать пуассоновским. Для анализаторов систем ближней локации длительность импульса срабатываний i -го канала τ_i пренебрежимо мала по сравнению со средним периодом следования импульсов $\tau_i \ll T_i$.

Поэтому поток импульсов ложных срабатываний можно рассматривать как поток бесконечно коротких импульсов и среднюю частоту выбросов можно принять за параметр λ закона распределения Пуассона. В общем случае на выходе i -го канала будет наблюдаться суммарный поток ложных срабатываний с интенсивностью

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^n \lambda_j,$$

При пуассоновских составляющих потоках суммарный поток на выходе i -го канала также будет пуассоновским потоком неперекрывающихся импульсов при $\tau_i \ll T_i = \frac{1}{\lambda_i}$, когда $T_i = t_i - t_{i-1} > \tau_{i-1}$, где t_i и τ_i – момент появления и длительность i -го импульса потока $z_i(t)$ [10].

Для дальнейшего рассмотрения необходимым требованием является их ординарность, из чего следует неперекрываемость импульсов. Требование прямоугольности им-

пульсов срабатываний каналов не принципиально, и форма их может быть произвольной. Полагается лишь, что математические ожидания длительностей импульсов $\bar{\tau}_i$ и пауз $\bar{\Theta}_i$ каждого суммарного потока на выходе i -го канала существуют:

$$\bar{\tau}_i = \int_0^{\infty} \tau W_i(\tau) d\tau; \quad \bar{\Theta}_i = \int_0^{\infty} \Theta W_i(\Theta) d\Theta,$$

где $W_i(\tau)$ и $W_i(\Theta)$ – плотности распределения вероятностей соответственно длительностей импульсов и пауз i -го потока.

Средняя частота следования стационарного потока $z(t)$

$$\lambda_i = \frac{I}{\bar{\tau}_i + \bar{\Theta}_i}.$$

В результате перекрытия во времени импульсов n потоков образуется импульс потока совпадения. Совпадение считается состоявшимся, если импульсы n потоков перекрываются хотя бы частично. Средняя частота следования импульсов потока совпадения, длительность которых не менее δ , определяется выражением [10]

$$\lambda_{nn}(\delta) = \sum_{i=1}^n \int_0^{\infty} W_i(\tau) d\tau \left(\int_0^{\infty} (\tau - \delta) W_i(\tau) d\tau \right) \prod_{i=1}^n \lambda_i \int_0^{\infty} (\tau - \delta) W_i(\tau) d\tau.$$

В частном случае, когда длительности импульсов на выходах каналов являются фиксированными:

$$\lambda_{nn}(\delta) = \sum_{i=1}^n \frac{I}{\tau_i - \delta} \prod_{i=1}^n \lambda_i (\tau_i - \delta).$$

При $\delta \ll \tau_{i \min}$

$$\lambda_{nn} = \sum_{i=1}^n \frac{I}{\bar{\tau}_i} \prod_{i=1}^n \lambda_i \bar{\tau}_i. \quad (4)$$

Ложное срабатывание дискретной системы – событие редкое, и поток ложных срабатываний можно считать подчиняющимся закону распределения Пуассона с плотностью распределения пауз

$$W(\Theta) = \frac{I}{\bar{\Theta}_{nn}} \exp\left(-\frac{\Theta}{\bar{\Theta}_{nn}}\right),$$

где $\bar{\Theta}_{nn}$ – математическое ожидание длительности паузы потока совпадений

$$\bar{\Theta}_{nn} = \frac{I}{\lambda_{nn}} - \bar{\tau}_{nn}, \quad (5)$$

где $\bar{\tau}_{nn}$ – математическое ожидание длительности импульса потока совпадений,

$$\bar{\tau}_{nn} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{I}{\bar{\tau}_i} \right)^{-1}. \quad (6)$$

Учитывая равенства (4) и (6), формулу (5) перепишем в виде

$$\bar{\Theta}_{nn} = \frac{1 - \prod_{i=1}^n \lambda_i \bar{\tau}_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\bar{\tau}_i} \prod_{i=1}^n \lambda_i \bar{\tau}_i}.$$

Вероятность того, что взятый отрезок времени t_j окажется в пределах импульса потока совпадений, определяется выражением [10]

$$P_n(t_j) = 1 - \left(1 - \prod_{i=1}^n \lambda_i \bar{\tau}_i \right) \exp \left(- \frac{t_j \sum_{i=1}^n \frac{1}{\bar{\tau}_i} \prod_{i=1}^n \lambda_i \bar{\tau}_i}{1 - \prod_{i=1}^n \lambda_i \bar{\tau}_i} \right). \quad (7)$$

При $\lambda_i \bar{\tau}_i \ll 1$

$$P_n(t_j) = 1 - e^{-t_j \lambda_{nn}}, \quad (8)$$

где λ_{nn} определяется выражением (4).

По смыслу равенство (8) представляет собой вероятность появления хотя бы одного импульса пуассоновского потока совпадений за время t_j . Из формулы (7) видно, при $t_j = 0$ вероятность $P_n(0)$ определяется выражением

$$P_n(0) = \prod_{i=1}^n \lambda_i \bar{\tau}_i, \quad (9)$$

Выражение (9) представляет собой вероятность совпадения импульсов в данный момент.

Таким образом, при расчете вероятности ложных тревог в дискретной n -канальной системе с некоррелированными помехами в каналах вероятность каждого конъюнктивного сочетания в выражениях (2) на интервале времени будет определяться как

$$P[z_1^{\sigma_1} \wedge z_2^{\sigma_2} \wedge \dots \wedge z_n^{\sigma_n}, t_j] = P_n(t_j),$$

$$f(\sigma_1, \dots, \sigma_n) = 1,$$

где $P_n(t_j)$ определяется выражениями (7) или (8).

При $t_j = 0$

$$P(z_1^{\sigma_1} \wedge z_2^{\sigma_2} \wedge \dots \wedge z_n^{\sigma_n}) = \prod_{i=1}^n \lambda_i \bar{\tau}_i.$$

Вероятность совпадений во времени импульсов срабатываний каналов дискретной системы при коррелированных процессах в каналах

Известны зависимости для вычисления средней частоты совпадений выбросов случайных непрерывных зависимых процессов и их огибающих, когда длительность импульса срабатывания каждого канала определяется временем пребывания выброса случайного

процесса или его огибающей над фиксированным пороговым уровнем, т. е. длительность импульса расширителя равна нулю.

В общем случае для непрерывных случайных и зависимых процессов $\{x_1(t)\}, \dots, \{x_n(t)\}$ с дифференцируемыми по крайней мере дважды автокорреляционными функциями и совместной плотностью вероятности процессов и их производных, взятых в совпадающий момент времени $W(x_1, \dots, x_n, \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n)$, средняя частота совпадений определяется зависимостью [11]

$$\lambda_{nn}(U_1, \dots, U_n) = \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \sum_{k=1}^n \frac{\partial}{\partial U_{nk}} (-P_{nn}^k) \right\} dt, \quad (10)$$

где

$$P_{nn}^k = \int_{U_{n1}}^{\infty} dx_1 \dots \int_{U_{nn}}^{\infty} dx_n \int_0^{\infty} \dot{x}_k W(x_1, \dots, x_n, \dot{x}_k) d\dot{x}_k;$$

U_n – пороги, над которыми подсчитываются совпадения выбросов процессов.

Для стационарных случайных процессов справедливо соотношение [11]

$$W(x_k, \dot{x}_k) = W(x_k)W(\dot{x}_k), \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Тогда равенство (10) перепишем в виде

$$\begin{aligned} \lambda_{nn}(U_{n1}, \dots, U_{nn}) = & \left(M[\dot{x}_1] \frac{\partial}{\partial U_{n1}} + M[\dot{x}_2] \frac{\partial}{\partial U_{n2}} + \dots \right. \\ & \left. \dots + M[\dot{x}_n] \frac{\partial}{\partial U_{nn}} \right) (-P_{nn}), \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} P_{nn} &= \int_{U_{n1}}^{\infty} \dots \int_{U_{nn}}^{\infty} W(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n; \\ M[\dot{x}_k] &= \int_0^{\infty} \dot{x}_k W(\dot{x}_k) d\dot{x}_k, \quad k = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

Для двухканальной симметричной системы средняя частота совпадения выбросов и их огибающих над уровнями соответственно $U_{\text{пор}}$ и $A_{\text{пор}}$ будет определяться выражениями [11]:

$$\lambda_{22}(U_n) = \lambda_1(U_{\text{пор}}) \left[1 - \Phi \left(\frac{U_{\text{пор}}}{\sqrt{2}\sigma_{\text{ш}}} \sqrt{\frac{1-r}{1+r}} \right) \right], \quad (12)$$

$$\lambda_{22}(A_{\Pi}) = 2\lambda_1(A_{\Pi op})Q\left[\frac{A_{\text{пор}}r_0}{\sigma_{\text{ш}}\sqrt{1-r_0^2}}, \frac{A_{\text{пор}}}{\sigma_{\text{ш}}\sqrt{1-r_0^2}}\right], \quad (13)$$

где

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt;$$

$$Q(p, q) = \int_q^\infty t \exp\left[-\frac{1}{2}(t^2 + p^2)\right] dt - \text{функция Райса};$$

$\lambda_1(U_{\text{пор}})$ и $\lambda_1(A_{\text{пор}})$ – средние частоты следования выбросов мгновенных значений и огибающих узкополосных случайных процессов на уровнях $U_{\text{пор}}$ и $A_{\text{пор}}$;

$$p = \frac{A_{\text{пор}}r_0}{\sigma_{\text{ш}}\sqrt{1-r_0^2}}, q = \frac{A_{\text{пор}}}{\sigma_{\text{ш}}\sqrt{1-r_0^2}};$$

$U_{\text{пор}}$ и $A_{\text{пор}}$ – пороговые уровни; $\sigma_{\text{ш}}$ – среднеквадратическое значение шума; r и r_0 – коэффициент и огибающая коэффициента взаимной корреляции между рассматриваемыми процессами.

В многоканальных дискретных системах импульсы срабатывания каналов расширяются на величину $\bar{\tau}_i$. Причем, как правило, в многоканальных дискретных системах ближней локации длительность расширенного импульса $\bar{\tau}_i$ много больше времени корреляции шума на входе порогового устройства $\bar{\tau}_i \gg \tau_{ki}$, для двухканальных систем

$$\bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2 \gg \tau_{k1,2}. \quad (14)$$

При $\gamma_{\Pi} = \frac{U_{\Pi}}{\sigma_{\text{ш}}} > 2$, что практически всегда имеет место на практике, для нормальных случайных процессов на входах пороговых устройств срабатывания по каждому каналу можно считать пуассоновскими потоками, а вероятность более одного срабатывания за время $\bar{\tau}_i$ на основании ординарности потока считать пренебрежимо малой по сравнению с вероятностью одного срабатывания. На интервале времени $t = \bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2$ в двухканальной системе с ординарными потоками могут произойти практически следующие несовместимые события:

- срабатывание схемы совпадений, когда выбросы произошли в совпадающие моменты времени;
- срабатывание схемы совпадений, когда выбросы произошли в несовпадающие моменты времени, так как импульсы срабатывания расширены на величину $\bar{\tau}_i$.

При выполнении условия (14) срабатывания каналов в несовпадающие моменты времени можно считать независимыми и на основании ординарности потоков срабатываний по каждому каналу поток совпадений можно представить в виде суммы двух потоков с интенсивностью

$$\lambda_{22} = \lambda'_{22} + \lambda''_{22}, \quad (15)$$

где λ'_{22} – средняя частота потока совпадений от срабатываний пороговых устройств в совпадающие моменты времени, определяемая взаимной корреляцией случайных процессов; λ''_{22} – средняя частота потока совпадений от срабатываний пороговых устройств в несовпадающие моменты времени, когда коэффициент взаимной корреляции равен нулю.

Вычислительный эксперимент

На основании уравнения (15) с учетом формул (4), (12) и (13) средняя частота совпадений расширенных выбросов мгновенных значений нормальных случайных процессов идентичных каналов

$$\lambda_{22} = \frac{\omega_z}{2\pi} \exp\left(-\frac{\gamma_n^2}{2}\right) \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{\gamma_n}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1-r}{1+r}}} \exp(-t^2) dt\right) + \left(\frac{\omega_z}{2\pi}\right)^2 \exp(-\gamma_n^2) (\bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2), \quad (16)$$

где ω_z – среднеквадратическая частота флуктуации; $\gamma_n = \frac{U_{\text{пор}}}{\sigma_{\text{ш}}}$ – относительный порог; $U_{\text{пор}}$ – пороговый уровень; $\sigma_{\text{ш}}$ – среднеквадратическое значение шума; r – коэффициент взаимной корреляции; $\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2$ – длительности расширенных импульсов.

Средняя частота совпадений расширенных выбросов огибающих нормальных случайных процессов идентичных каналов

$$\lambda_{22} = 2 \frac{\omega_z}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\gamma_n^2}{2}\right) \gamma_n \int_{\frac{\gamma_n}{\sqrt{1-r_0^2}}}^{\infty} t \exp\left[-\frac{1}{2} \left(t^2 + \frac{\gamma_n^2 r_0^2}{1-r_0^2}\right)\right] dt + \frac{\omega_z^{*2}}{2\pi} \gamma_n^2 \exp(-\gamma_n^2) (\bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2),$$

где ω_z^* – среднеквадратическая частота для огибающей; $\gamma_n = \frac{A_{\text{пор}}}{\sigma_{\text{ш}}}$ – относительный порог; $U_{\text{пор}}$ – пороговый уровень; $\sigma_{\text{ш}}$ – среднеквадратическое значение шума; r_0 – огибающая коэффициента взаимной корреляции между рассматриваемыми процессами; $\bar{\tau}_1$ и $\bar{\tau}_2$ – длительности расширенных импульсов срабатываний пороговых устройств.

На рисунке 2 по выражению (16) построены зависимости средней частоты совпадений расширенных выбросов мгновенных значений над пороговым уровнем в двухканальной системе от коэффициента взаимной корреляции нормальных случайных процессов в идентичных каналах при $\frac{\omega_z}{2\pi} = 250$ Гц.

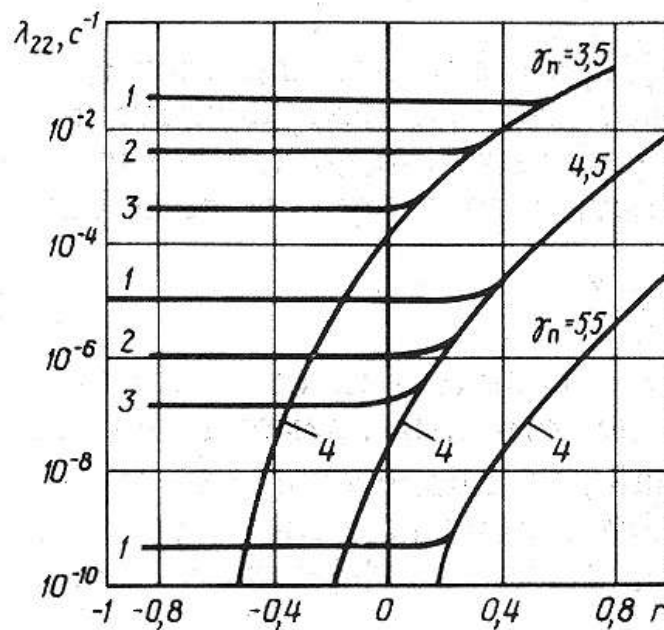


Рис.2. Зависимость средней частоты совпадений расширенных импульсов срабатывания каналов в двухканальной системе от коэффициента взаимной корреляции помех при различных длительностях расширенных импульсов

$$1 - \tau_1 + \tau_2 = 10^{-1} \text{с}; 2 - \tau_1 + \tau_2 = 10^{-2} \text{с}; 3 - \tau_1 + \tau_2 = 10^{-3} \text{с}; 4 - \tau_1 + \tau_2 = 0$$

При отрицательной корреляции случайных процессов и при положительной корреляции ($r < 0,5$) и значениях порогов $\gamma_n = 3,5 \dots 4,5$ средняя частота совпадений зависит от длительностей расширенных импульсов и не зависит от коэффициента корреляции. При порогах $\gamma_n > 5,5$ и положительной корреляции средняя частота совпадений зависит от степени коррелированности процессов.

Вероятности ложных тревог и пропусков сигналов в дискретных системах

Построение дискретной многоканальной системы в виде комбинации каналов обнаружения с анализатором без памяти упрощает анализ и синтез дискретных систем и позволяет получить математические зависимости для их исследования по выбранному критерию. Для этого необходимо задать функции алгебры логики (2) и (3) от n переменных, т. е. указать их значения для каждого из 2^n наборов значений аргументов по каждому k -му выходу анализатора, например в виде таблицы. На каждом входе анализатора могут наблюдаться ложные тревоги и пропуски объекта из-за влияния помех, которые могут приводить к ложным тревогам и пропускам всей системы.

Под вероятностью ложных тревог $P_{\text{лт}}$ дискретной системы по k -му выходу будем понимать вероятность равенства функции алгебры логики единице $f_k(z_1, \dots, z_n) = 1$ при отсутствии объекта.

Вероятность пропуска объекта понимается как вероятность равенства функции алгебры логики $f_k(z_1, \dots, z_n) = 0$ при наличии объекта.

На основании теоремы Порецкого [12] от функций алгебры логики $f_k(z_1, \dots, z_n)$, заданных в СНДФ, можно перейти к вероятности их истинности или ложности, полагая, что вероятности событий $\bar{z}_i$ и z_i связаны соотношением

$$P(\bar{z}_i) = 1 - P(z_i).$$

Тогда вероятности ложных тревог и пропусков объекта для k -го выхода анализатора будут вычисляться по формулам:

$$P_{\text{лт}} = \sum_{f(\sigma_1 \dots \sigma_n) = 1} P[z_1^{\sigma_1} \wedge z_2^{\sigma_2} \wedge \dots \wedge z_n^{\sigma_n}]; \quad (17)$$

$$P_{\text{пр}} = \sum_{f(\sigma_1 \dots \sigma_n) = 0} P[z_1^{\sigma_1} \wedge z_2^{\sigma_2} \wedge \dots \wedge z_n^{\sigma_n}]. \quad (18)$$

При вычислении вероятностей пропуска сигналов в данный момент при независимых каналах и длительностях расширенных импульсов, обеспечивающих их совпадение во времени при наличии на входах сигналов, вероятность каждого конъюнктивного сочетания в формуле (18) может быть вычислена как произведение вероятностей

$$P[z_1^{\sigma_1} \wedge z_2^{\sigma_2} \wedge \dots \wedge z_n^{\sigma_n}] = \prod_{i=1}^n P[z_i^{\sigma_i}].$$

Если каналы зависимы, то при вычислении вероятностей по формуле (18) необходимо учитывать взаимокорреляционные свойства сигналов на входах пороговых устройств информативных каналов.

Обозначим $W[U_1, \dots, U_n]$ совместную плотность распределения вероятностей сигналов на выходах пороговых устройств каналов в данный момент, тогда

$$P[z_1^{\sigma_1} \wedge z_2^{\sigma_2} \wedge \dots \wedge z_n^{\sigma_n}] = \int_{a_1}^{b_1} \dots \int_{a_n}^{b_n} W(U_1 \dots U_n) dU_1 \dots dU_n,$$

где:

$$a_i = -\infty; \quad b_i = U_{\text{пор}i} \quad \text{при} \quad \sigma_i = 0;$$

$$a_i = U_{\text{ш}i}; \quad b_i = \infty \quad \text{при} \quad \sigma_i = 1;$$

$U_{\text{пор}i}$ – порог срабатывания порогового устройства в i -м канале.

Вероятности ложных тревог рассчитываются как вероятности совпадения случайных импульсных потоков ложных срабатываний каждого канала.

Для n -канальной дискретной системы с независимыми шумами в каналах, сигналами, известными точно, и анализатором, выполненным по схеме совпадений («И»), вероятность ошибки обнаружения $P_{\text{ош}}(n)$ (при $P_{\text{ош}}(n) < 0,1 \dots 0,2$) можно представить в виде

$$P_{\text{ош}}(n) \cong t \sum_{i=1}^n \frac{1}{\tau_i} f_{z_i} \exp\left(-\frac{\gamma_{\text{пор}i}^2}{2}\right) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}} - \int_{-\infty}^{\gamma_{\text{пор}i} - a_{ci}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \quad (19)$$

где t – время включенного состояния; $\bar{\tau}_i$ – длительность расширенного импульса;
 $f_{zi} = \frac{\omega_{zi}}{2\pi}$ – среднеквадратическая частота флуктуаций; $\gamma_{\text{пори}} = \frac{U_{\text{пори}}}{\sigma_{\text{ши}}}$ – относительный порог;
 $a_{\text{ci}} = \frac{U_{\text{ci}}}{U_{\text{ши}}}$ – отношение сигнал / шум; U_{ci} – амплитуда сигнала; $\sigma_{\text{ши}}$ – среднеквадратическое значение нормального шума.

При минимизации вероятности ошибки (19) по величинам относительных порогов $\gamma_{\text{пори}}$ могут быть вычислены минимальные значения вероятностей ошибок обнаружения сигналов. На рисунке 3 приведены зависимости вероятности ошибки обнаружения сигналов в дискретной системе от числа идентичных каналов при различных отношениях сигнал/шум a , τ , $f_{zi} = \frac{\omega_{zi}}{2\pi} = 250$ Гц, $t = 2$ с. При малых отношениях сигнал/шум $a=6$, $\tau = 5 \cdot 10^{-2}$ с, $f_2 = 250$ Гц, комбинация n каналов, взаимодействующих по схеме «И», дает незначительный выигрыш по вероятности ошибки обнаружения. Для отношений сигнал / шум $a_c = 8$ увеличение числа каналов более $n = 3 \dots 5$ не дает выигрыша по вероятности ошибки $P_{\text{ош}}(n)$.

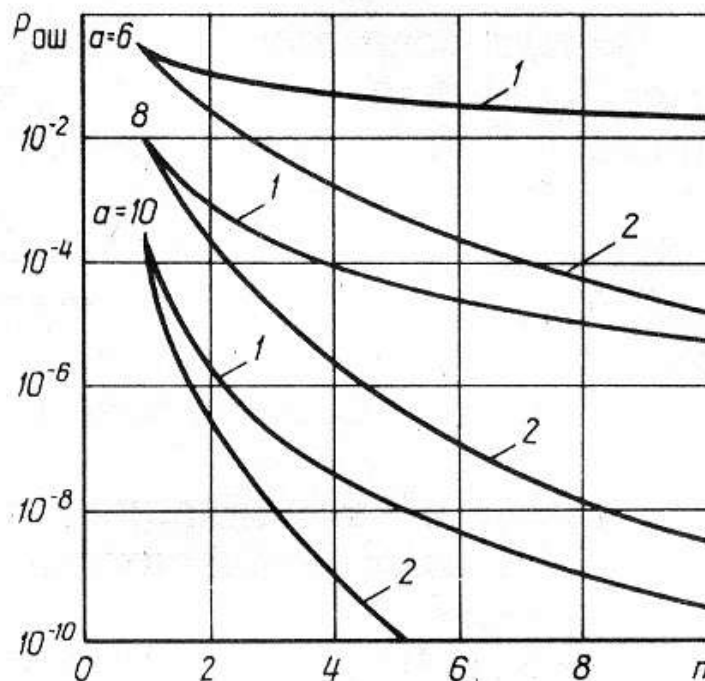


Рис.3. Зависимость минимальной вероятности ошибки обнаружения сигналов в дискретной системе от числа идентичных каналов n при различных отношениях сигнал/шум a и длительностях расширенных импульсов срабатываний каналов a : 1 – $\tau = 5 \cdot 10^{-2}$ с; 2 – $\tau = 5 \cdot 10^{-4}$ с.

На рисунке 4 приведены зависимости минимальной вероятности ошибки обнаружения сигналов в двухканальной дискретной системе от коэффициентов взаимной корреляции шумов на входе, рассчитанные на основании выражений (16) и (19).

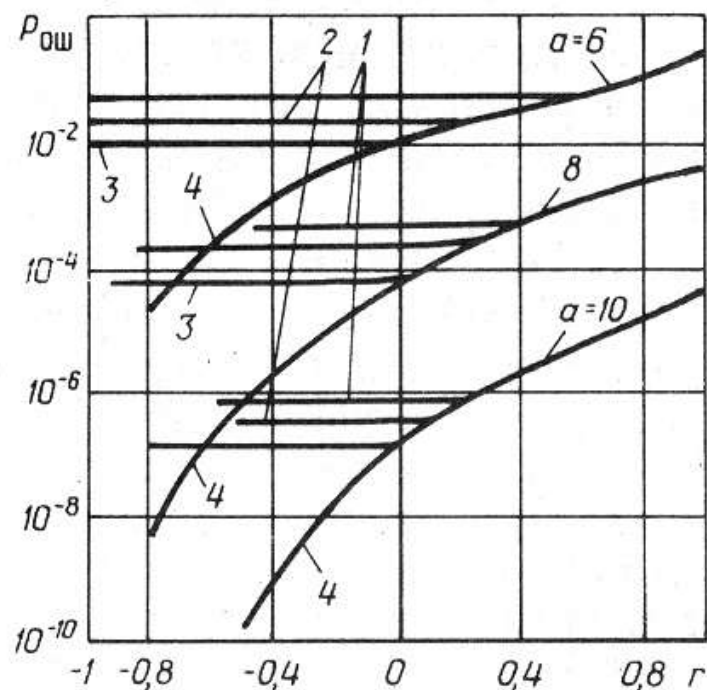


Рис.4. Зависимость минимальной вероятности ошибки обнаружения сигналов в двухканальной дискретной системе от коэффициента взаимной корреляции r шумов на входе: 1 – $\tau_1 + \tau_2 = 10^{-1} c$; 2 – $\tau_1 + \tau_2 = 10^{-2} c$; 3 – $\tau_1 + \tau_2 = 10^{-3} c$; 4 – $\tau_1 + \tau_2 = 0$

При малых отношениях сигнал / шум $a=6$ вероятность ошибки обнаружения $P_{ош}$ для коэффициентов корреляции $r=-1...0,5$ зависит при прочих равных условиях от длительностей расширенных импульсов и не зависит от коэффициента корреляции. При больших отношениях сигнал / шума $a > 10$ и $r = 0...1$ $P_{ош}$ не зависит от длительностей расширенных импульсов в диапазоне $\bar{\tau} = (10^{-3} ... 10^{-2}) c$.

Заключение

В статье обоснована методика и исследованы рабочие характеристик в комбинированных системах с дискретной обработкой информации на основе позиционных автоматов с одним внутренним состоянием. Для осуществления логических операций в реальном масштабе времени в системах предусмотрено расширение импульсов срабатываний каналов. Теорема Порецкого позволяет от функций алгебры логики, описывающих состояния сигналов на выходах анализатора в СНДФ, переходить к вероятностям истинности или ложности принимаемых решений. Для автономных информационных систем, работающих в условиях некоррелированных и коррелированных помех, полученные на основе теории совпадения во времени расширенных импульсов срабатываний каналов зависимости позволяют рассчитывать вероятности ложных тревог в многоканальных автономных информационных системах с позиционными анализаторами состояний сигналов на выходах каналов.

Список литературы

1. Астапов Ю.М., Борзов А.Б., Ефремов А.К. Автономные информационные и управляющие системы: Труды кафедры «Автономные информационные и управляющие системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана. В 4 т. Т.1 / под ред. А.Б. Борзова. М.: ООО НИЦ «Инженер», ООО «Онико-М», 2011. 468 с.
2. Борзов А.Б., Лихоеденко К.П., Лобанов Б.С., Муратов И.В., Павлов Г.Л., Сучков В.Б., Хохлов В.К. Вопросы моделирования автономных информационных систем ближней локации. М.: ООО НИЦ «Инженер», ООО «Онико-М», 2010. 576 с.
3. Хохлов В.К. Обнаружение, распознавание и пеленгация объектов в ближней локации: учеб. пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. 336 с.
4. Белоусов А.И., Ткачев С.Б. Дискретная математика: учебник для вузов / под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. 3-е изд., стер. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 743 с.
5. Воронов Е.М. Методы оптимизации управления многообъектными многокритериальными системами на основе стабильно-эффективных игровых решений: учеб. для вузов / под ред. Н.Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. 575 с.
6. Peng Li, Lilja D.J., Weikang Qian, Bazargan K., Riedel M. The Synthesis of Complex Arithmetic Computation on Stochastic Bit Streams using Sequential Logic // Proceedings 2012 IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design (ICCAD 2012), 2012, 5-8 November, San Jose, USA. San Jose, 2012. P. 480-487.
7. Kolopienczyk M., Barkalov A., Titarenko L. Hardware Reduction for Ram-based Moore FSMs // Proc. 7th International Conference on Human System Interactions (HSI 2014), 2014, 16-18 June, Costa da Caparica, Portugal. Costa da Caparica, 2014. P. 255-260. DOI: [10.1109/HSI.2014.6860485](https://doi.org/10.1109/HSI.2014.6860485)
8. Aadithya K., Roychowdhury J. DAE2FSM: Automatic Generation of Accurate Discrete-Time Logical Abstractions for Continuous-Time Circuit Dynamics // Proc. 49th ACM/EDAC/IEEE Design Automation Conference (DAC 2012), 2012, 3-7 June, San Francisco, USA. San Francisco, 2012. P. 311-316.
9. Peng Li, Lilja D.J., Wei Qian, Riedel M.D., Bazargan K. Logical Computation on Stochastic Bit Streams with Linear Finite-State Machines // IEEE Transactions on Computers. 2014. Vol. 63, iss. 6. P. 1474-1486. DOI: [10.1109/TC.2012.231](https://doi.org/10.1109/TC.2012.231)
10. Седякин Н.М. Элементы теории случайных импульсных потоков. М.: Советское радио, 1965. 261 с.
11. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. В 3 т. Т. 1. Теория случайных процессов. М.: Советское радио, 1974. 552 с.
12. Порецкий П.С. Решение общей задачи теории вероятностей при помощи математической логики // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук общества естествоиспытателей при Казанском университете. Т. 5. Казань, 1887. С. 83-116.

Multi-Channel Autonomous Information System Performance with Positional Signal State Analyzers at the Channel Outputs

V.K. Hohlov^{1,*}, I.V. Muratov¹,
V.V. Glazkov¹

[*khokhlov2010@yandex.ru](mailto:khokhlov2010@yandex.ru)

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: multi-channel system; positional analyzers; the coincidence in time of the pulses; uncorrelated and correlated noise; probability of false alarms and omissions

The article presents a statement of technique to research performances of multi-channel combo standalone information systems with positional analyzers of the signal states at the channel outputs. In most cases, in considered multi-channel systems there has been impossible to coincide in time the random moments of signals coming from the objects through various channels in all ways of encounter environment and conditions of practical application. The analyzer makes decision on the signal using the discrete operations on the quantized signals of the certain duration from the channel outputs. The analyzer performance is described by a set of Boolean algebra functions defined for all possible states of the signals at the outputs of the channels, and in the general case is specified in a perfect disjunctive normal form. To determine the validity or falsity of functions of the algebra of logics, which are calculated statements concerning the available or unavailable useful signal at the system input, on the authority of the Poretsky's theorem and the theory of coincidence in time of the random pulse flow of the channels response because of uncorrelated and correlated noise, are obtained dependences to calculate the probabilities of false alarms and omissions of the signals in discrete combined systems. It is shown that the flows of false alarms because of noise at the channel outputs in the system are Poisson streams. On the basis of the ordinary Poisson flows the paper justifies the relationships for calculating the false alarms of the system with uncorrelated and correlated noise in the channels. The paper also justifies the relationships for performance of multichannel combined systems with positional analyzers of the channels states. Based on the obtained relationships was calculated the average coincidence frequency of the extended pulses of the channel response in a dual-channel system, depending on the noise cross-correlation coefficient with different extended pulse durations and relative response thresholds in the channels. The impact of cross-correlation noise has been analysed. The obtained results enable us to examine the performance of the multi-channel autonomous information systems with positional analyzers of the signal states at the outputs of channels operating under uncorrelated and correlated noise.

References

1. Astapov Yu.M., Efremov A.K.; Borzov A.B., ed. *Avtonomnye informatsionnye i upravliaiushchie sistemy: Trudy kafedry "Avtonomnye informatsionnye i upravlyayushchie sistemy" MGTU im. N.E. Baumana. V 4 t. T. 1* [Autonomous information and control systems: Proc. of department "Autonomous information and control systems" of Bauman MSTU. In 4 vols. Vol. 1]. Moscow, JSC "Inzhener" Publ., JSC "Oniko-M" Publ., 2011. 468 p. (in Russian).
2. Borzov A.B., Likhoedenko K.P., Lobanov B.S., Muratov I.V., Pavlov G.L., Suchkov V.B., Khokhlov V.K. *Voprosy modelirovaniya avtonomnykh informatsionnykh sistem blizhney lokatsii* [Questions of modeling of autonomous information systems of near locations]. Moscow, Publishing center "Inzhener", "Oniko-M" Publ., 2010. 576 p. (in Russian).
3. Khokhlov V.K. *Obnaruzhenie, raspoznavanie i pelengatsiia ob"ektov v blizhnei lokatsii* [Detection, identification and direction finding objects in the near location]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2005. 336 p. (in Russian).
4. Belousov A.I., Tkachev S.B. *Diskretnaya matematika: uchebnik dlya vtuzov* [Discrete mathematics: textbook for higher technical schools]. 3rd ed., ster. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2004. 743 p. (in Russian).
5. Voronov E.M.; Egupov N. D., ed. *Metody optimizatsii upravleniya mnogoob"ektnymi mnogokriterial'nymi sistemami na osnove stabil'no-effektivnykh igrovyykh reshenii: ucheb. dlya vuzov* [Methods of control optimization of multi-object multi-criteria systems based on stable-efficient gaming solutions]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2001. 575 p.
6. Peng Li, Lilja D.J., Weikang Qian, Bazargan K., Riedel M. The Synthesis of Complex Arithmetic Computation on Stochastic Bit Streams using Sequential Logic. *Proceedings 2012 IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design (ICCAD 2012)*. 2012, 5-8 November, San Jose, USA. San Jose, 2012, pp. 480-487.
7. Kolopienczyk M., Barkalov A., Titarenko L. Hardware Reduction for Ram-based Moore FSMs. *Proc. 7th International Conference on Human System Interactions (HSI 2014)*. 2014, 16-18 June, Costa da Caparica, Portugal. Costa da Caparica, 2014, pp. 255-260. DOI: [10.1109/HSI.2014.6860485](https://doi.org/10.1109/HSI.2014.6860485)
8. Aadithya K., Roychowdhury J. DAE2FSM: Automatic Generation of Accurate Discrete-Time Logical Abstractions for Continuous-Time Circuit Dynamics. *Proc. 49th ACM/EDAC/IEEE Design Automation Conference (DAC 2012)*. 2012, 3-7 June, San Francisco, USA. San Francisco, 2012, pp. 311-316.
9. Peng Li, Lilja D.J., Wei Qian, Riedel M.D., Bazargan K. Logical Computation on Stochastic Bit Streams with Linear Finite-State Machines. *IEEE Transactions on Computers*, 2014, vol. 63, iss. 6, pp. 1474-1486. DOI: [10.1109/TC.2012.231](https://doi.org/10.1109/TC.2012.231)
10. Sedyakin N. M. *Elementy teorii sluchainykh impulsnykh potokov* [Elements of theory of stochastic pulse streams]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1965. 261 p. (in Russian).

11. Levin B.R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoi radiotekhniki. V 3 t. T. 1. Teoriia sluchainykh protsessov* [Theoretical basis of statistical radio engineering. In 3 vols. Vol. 1. Theory of stochastic processes]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1974. 552 p. (in Russian).
12. Poretskii P.S. Decision of the general problem of probability theory with the help of mathematical logic. *Sobranie protokolov zasedanii seksii fiziko-matematicheskikh nauk obshchestva estestvoispytatelei pri Kazanskom universitete. T. 5.* [Collection of the minutes of the meetings of the section of physical and mathematical sciences of society of naturalists at Kazan University. Vol. 5]. Kazan, 1887, pp. 83-116. (in Russian).