

Об использовании принципа суперпозиции и иллюстрирующих его моделей в преподавании раздела физики - электромагнетизм

12, декабрь 2015

Чуев А. С.

УДК: 372.853; 537.8

¹Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

chuev@mail.ru

«Мы должны найти такой приём исследования, при котором мы могли бы сопровождать каждый свой шаг ясным физическим изображением явления».

Д.К. Максвелл

Введение

Принцип суперпозиции (линейного наложения) и аддитивность физических величин и математических функций, как проявление того же принципа в отдельных объектах, относятся к самым фундаментальным и общим законам Природы. Данный принцип является одним из самых общих законов, выполняемых во многих разделах физики. В самой простой формулировке принцип суперпозиции гласит: результат воздействия совокупности различных факторов равен сумме воздействий от каждого фактора по отдельности. Другими словами, результат каждого отдельного воздействия таков, как будто бы других воздействий не существует.

Принцип суперпозиции позволяет нам разобраться во многих сложных явлениях Природы путем членения сложного на более простые части (метод Декарта) и последовательного изучения воздействия множества факторов по отдельности (анализ). Затем следует этап синтеза в виде суммирования отдельных полученных результатов в общий итог. Конечно же, это является неким упрощением, поскольку в Природе как целом «все связано со всем». Но если бы вдруг принцип суперпозиции перестал действовать в Природе, то изучать окружающий мир для человека оказалось бы чрезвычайно трудно или вообще невозможно. Особенно ценно использование принципа суперпозиции в обучении, так как логически простое и объясняется проще, и постигается легче.

К сожалению, в наше время, характерное повсеместным и углубленным изучением нелинейных процессов и синергетических эффектов [1], а также потерей наглядности в постижении явлений микро- и мега- мира, о методологической ценности принципа суперпозиции говорить и писать стали мало. Неоправданно малое внимание уделяется этому

принципу и в преподавании курса общей физики, в частности, по разделу электромагнетизма. В практическом плане дело доходит до того, что в ряде случаев части и целое в изучаемых объектах не различаются или путаются, вычленение частей из целого не производится. В этих случаях использование такого мощного и методологически верного научного метода, каким является принцип суперпозиции, становится просто невозможным.

Сказанное рассмотрим на конкретных примерах, отобранных применительно к разделу физики – электромагнетизм. Некоторые примеры приводились и рассматривались, несколько с иных позиций, в работах [2–4].

Рассмотрение начнем с наглядных изображений. В электростатике встречаются изображения электрических полей векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$ внутри и вне диэлектрического шара, помещенного в однородное электрическое поле (рис.1, 2) [5, 6].

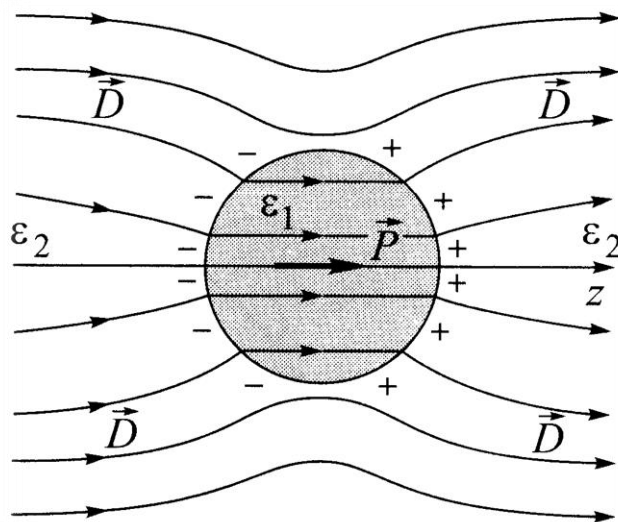


Рис. 1. Изображение поля вектора $\mathbf{D}$ внутри и вне диэлектрического шара

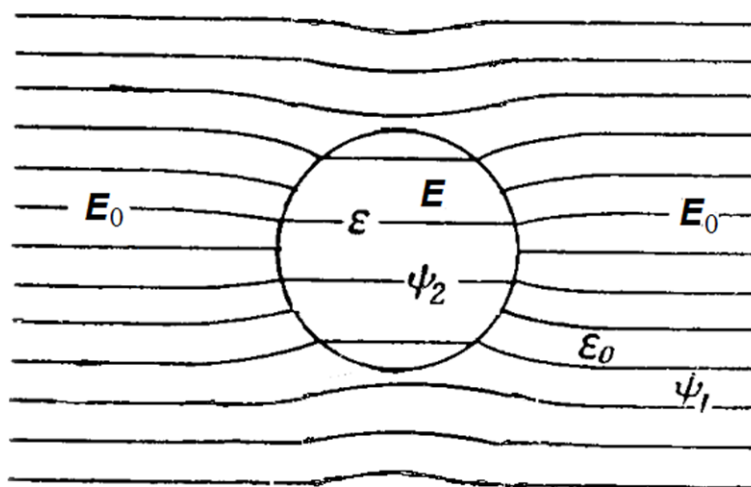


Рис. 2. Изображение поля электрической напряженности $\mathbf{E}$ внутри и вне диэлектрического шара

При этом поле вектора $\mathbf{D}$ считается суммарным, состоящим из полей векторов $\varepsilon_0 \mathbf{E}$ и $\mathbf{P}$. Общепринятая формульная запись этого соотношения [7–9] имеет вид

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad (1)$$

где $\mathbf{D}$ - *индукция* электрического поля; ε_0 - *электрическая постоянная*, именовавшаяся ранее *диэлектрической проницаемостью* вакуума, $\mathbf{E}$ – *средняя напряженность* электрического поля внутри диэлектрика; $\mathbf{P}$ - *поляризованность* диэлектрической среды.

Согласно соотношению (1) все три вектора $\mathbf{E}$, $\mathbf{P}$ и $\mathbf{D}$ имеют преимущественно одинаковое направление, а линии векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$ принято считать совпадающими как внутри, так и вне диэлектрического шара. Если принять логику изображений рис. 1, рис. 2 и соотношения (1), то принцип суперпозиции, казалось-бы соблюдается: линии поля векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$ совпадают вне шара, а внутри шара различаются по интенсивности (плотности), поскольку там присутствует поле вектора поляризованности $\mathbf{P}$.

Однако при таком подходе упускаются из виду два очень важных обстоятельства. Первое обстоятельство, специально подчеркнутое нами выше: диэлектрический шар помещен в однородное электрическое поле и это поле, как независимая суперпозиционная составляющая, должно видаться (замечаться) в итоговой картине. Такая картина изображена на рис. 3. Здесь по отдельности показаны однородное электрическое поле, создаваемое параллельно расположенными пластинами заряженного конденсатора, и собственное вторичное поле диэлектрического шара, имеющее дипольный характер [10].

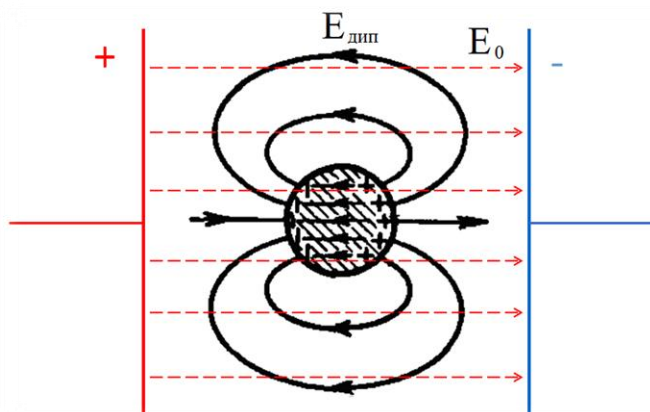


Рис. 3. Суперпозиционные составляющие: однородное поле $\mathbf{E}_0$ конденсатора и дипольное поле $\mathbf{E}_{\text{дип}}$ поляризованного шара

Второе обстоятельство, это то, что дипольное электрическое поле, создаваемое диэлектрическим шаром под воздействием внешнего поля, по большей части направлено против первичного внешнего поля, а в среднем точно против него.

Нетрудно видеть, что суперпозиционное поле двух показанных на рис. 3 составляющих будет иметь вид, показанный на рис. 2. В тех местах, где векторные линии двух полей совпадают по направлению, результирующее поле более сильное (таких мест мало). Там, где линии полей противоположны друг другу, происходит ослабление поля (этих мест значительно больше). При расположении линий двух полей под углом друг к другу наблюдается искривление линий суммарного поля.

Показанное на рис. 3 расчленение общего поля *электрической напряженности* $\mathbf{E}$ на две независимые составляющие - внешнее однородное поле $\mathbf{E}_0$ и дипольное поле шара $\mathbf{E}_{\text{дип}}$ - позволяет увидеть многое и весьма важное для понимания.

Во-первых, приходит осознание того, что собственное дипольное электрическое поле $\mathbf{E}_{\text{дип}}$, создаваемое поляризованным шаром, существует как внутри шара, так и вне него, в среднем это поле направлено против внешнего, первоначально однородного поля.

Во-вторых, вектор $\mathbf{P}$, характеризующий внутреннюю реакцию диэлектрика на внешнее поле, должен иметь направление, противоположное этому полю. Во избежание путаницы такой вектор станем обозначать с индексом: $\mathbf{P}^*$.

В-третьих, не остается ничего иного, как признать за вектором $\mathbf{D}$ его представительство в качестве первичного однородного внешнего поля $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}_0$. Таким образом, изображение рис. 1 следует признать ложным.

С учетом сказанного и принципа суперпозиции исходных составляющих, векторное выражение (1) принимает иной, на наш взгляд, правильный вид

$$\epsilon_0 \mathbf{E} = \mathbf{D} + \mathbf{P}^*. \quad (2)$$

Какие следствия для теории электростатики вытекают при замене выражения (1) выражением (2) подробно рассмотрено в работе автора [4].

С точки зрения принципа суперпозиции, наиболее важным следствием является необходимость пересмотра модели и описания механизма преломления электрических векторов $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$ на границе двух сред. Данная модель представлена на рис. 5. По этой модели вектор $\mathbf{D}$ вообще не испытывает преломлений, а угол преломления вектора $\mathbf{E}$ определяется не только свойствами диэлектрических сред, но и в значительной степени состоянием и формой поверхности раздела, на которой образуются связанные заряды одного преимущественного знака. Последнее не должно вызывать сомнений, поскольку подтверждается на опыте – лучи света и микроволн фокусируют за счет формы поверхностей диэлектрических линз.

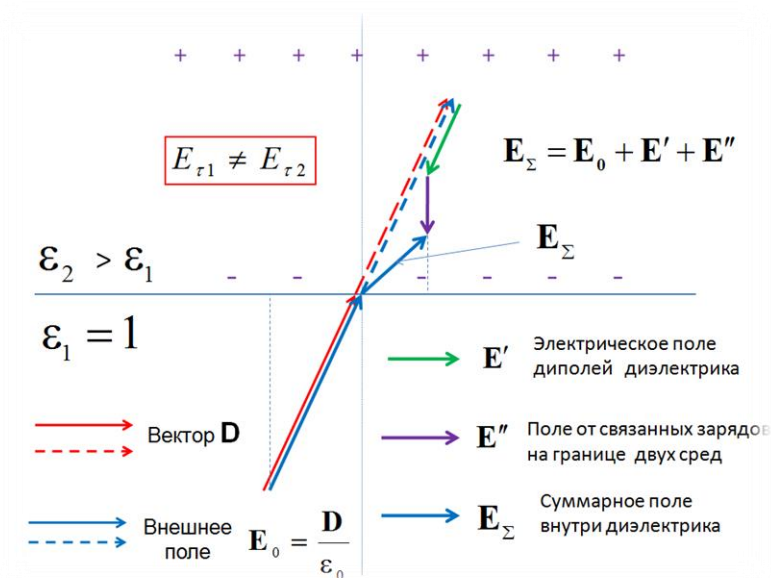


Рис. 4. Суперпозиционная модель преломления электрического вектора $\mathbf{E}$ на границе двух сред

Обратимся теперь к магнитному полю и проведем аналогичный анализ поведения полей магнитных векторов внутри и на границе двух сред с привлечением принципа суперпозиции. При проведении анализа будем исходить из аналогии электрических и магнитных векторов: $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$, $\mathbf{D}$ и $\mathbf{H}$, $\mathbf{P}^*$ и $\mathbf{J}$. Используемые обозначения следующие: $\mathbf{B}$ – индукция магнитного поля, $\mathbf{H}$ – напряженность магнитного поля, $\mathbf{J}$ – намагниченность магнетиков.

Магнитный аналог изображения рис. 2 приведен на рис. 5. Здесь внешнее первоначально однородное магнитное поле с индукцией $\mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}$ (не показываемое на рисунке) испытывает сильное сгущение (усиление) внутри ферромагнитного стержня и ослабление в области пространства, примыкающего к боковой поверхности стержня. Суперпозиционные составляющие изображения поля, показанного на рис. 5, приведены на рис. 6. Сгущение линий наблюдается там, где линии двух составляющих полей совпадают по направлению, а разрежение (взаимное уничтожение) линий происходит там, где они противоположно направлены.

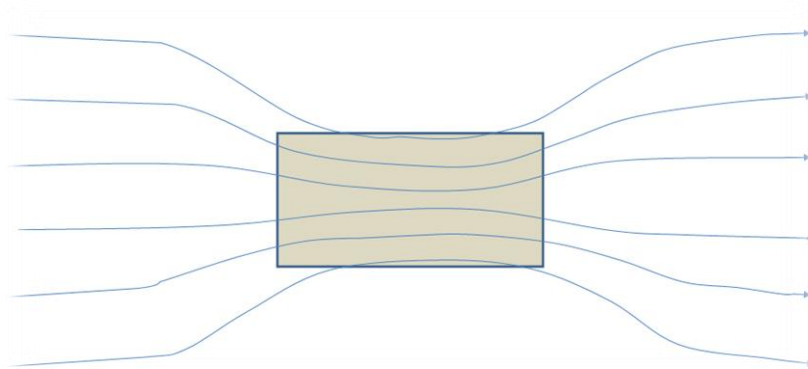


Рис. 5. Картина изменений линий внешнего магнитного поля внутри и вблизи ферромагнитного стержня

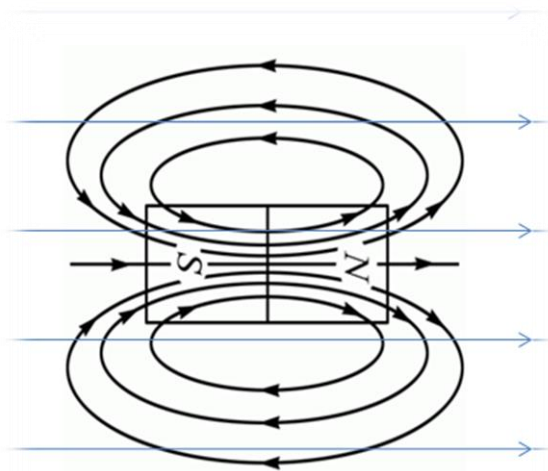


Рис. 6. Суперпозиционные составляющие: внешнее однородное магнитное поле $\mathbf{B}_0$ и дипольное поле $\mathbf{B}_{\text{дип}}$ намагниченного стержня

Математическое описание дипольных электрического и магнитного полей приводится в работах [11, 12].

Следует отметить, что в магнетизме вектор *намагниченности* $\mathbf{J}$ подобен введенному нами вектору поляризованности $\mathbf{P}^*$, для диамагнетиков он направлен против внешнего магнитного поля. Для парамагнетиков и ферромагнетиков вектор $\mathbf{J}$ совпадает с направлением внешнего поля, поэтому введение какого-либо другого вектора в магнетизме не требуется.

Общепринятая запись соотношения трех магнитных векторов, если эту запись умышленно не извращают, представляя ее в виде разности векторов, верна и не нуждается в исправлении:

$$\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} = \mathbf{H} + \mathbf{J} . \quad (3)$$

В соотношении (3) векторы $\mathbf{H}$ и $\mathbf{J}$ являются исходными, а вектор $\frac{\mathbf{B}}{\mu_0}$ - их суммарный (суперпозиционный). Наглядные соотношения для средних значений этих векторов применительно к различным магнетикам приведены на рис. 7.

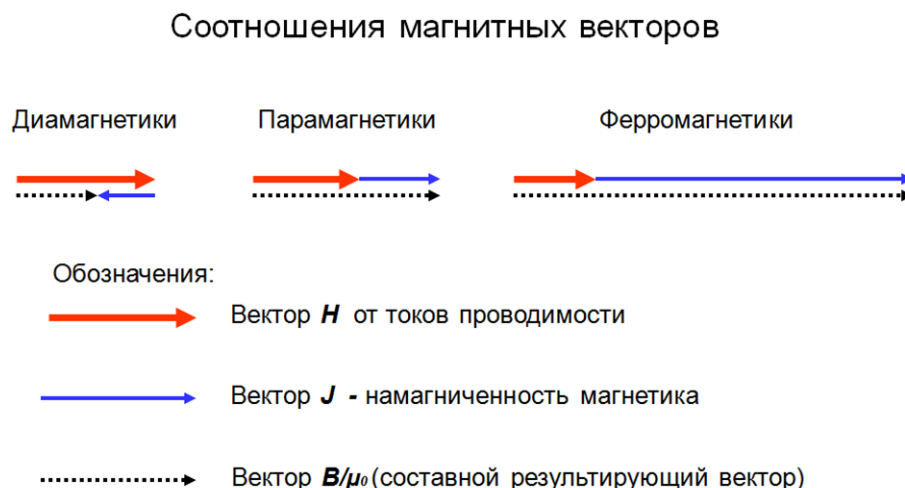


Рис. 7. Соотношения средних значений магнитных векторов внутри различных магнетиков

В диамагнетиках внешнее магнитное поле ослабляется, в парамагнетиках оно немного усиливается и в ферромагнетиках усиливается во много раз (до тысяч единиц).

Поскольку свойства диамагнетиков и диэлектриков по отношению к внешнему полю аналогичны, они, в среднем, только ослабляют внутри себя внешнее поле, то рис. 7 также наглядно иллюстрирует необходимость исправления соотношения (1) для электрических векторов путем введения вектора $\mathbf{P}^*$. Вектор $\mathbf{P}^*$ также, как и вектор $\mathbf{J}$ в диамагнетиках, обязательно должен быть направленным против вектора внешнего поля.

Отметим также, что в магнетизме вектор $\mathbf{H}$ следует считать существующим и создаваемым только токами проводимости (он подобен вектору $\mathbf{D}$, определяемому только свободными зарядами). Магнитное поле, создаваемое постоянными магнитами, целесообразно выражать вектором *намагниченности* $\mathbf{J}$ внутри магнитов и вектором $\mathbf{B}$ (точнее, соот-

ношением $\frac{\mathbf{B}}{\mu_0}$) вне тела магнита. В этом случае принцип суперпозиции будет строго соблюдаться. Внешнее магнитное поле, создаваемое магнитом с суммарным магнитным дипольным моментом $\mathbf{p}_m = \mathbf{J}V_m$, приблизительно будет описываться выражением

$$\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} = \frac{V_m}{4/3 \pi r^3} \left(\mathbf{e}_r (\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{J}) - \frac{\mathbf{J}}{3} \right). \quad (4)$$

Это выражение подобно уже известному выражению, встречающемуся в работах [11, 12], только в центре внимания здесь намагниченность. Новые обозначения в формуле (4): V_m – объем магнита; $\mathbf{e}_r$ – единичный вектор вдоль направления радиуса r , соединяющего центр магнитного диполя с рассматриваемой точкой пространства вне магнита.

В приводимой выше характеристике формулы (4) использовано слово “приблизительно”, так как форма внешнего поля магнита в значительной степени определяется его формой [13]. В скалярном представлении дипольное магнитное поле описывается более простой формулой [7, стр.168]

$$\frac{B}{\mu_0} = \frac{p_m}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}.$$

Принцип суперпозиции оказался весьма эффективен при анализе и разработке модели нового механизма преломления магнитных векторов на границе двух сред [14]. Используя этот принцип, магнитные векторы при произвольной их направленности относительно плоской границы двух сред, разделяем на две составляющие: нормальную и касательную. После этого разделения проводим анализ воздействия каждой составляющей по отдельности.

От нормальной составляющей внешнего магнитного поля H (рис.8) молекулярный токовый лист, рассматриваемый далее, не возникает. Если даже предположить, что на границе двух сред от этой составляющей поля H токовый лист возникает, то о направленности этого тока ничего сказать нельзя. Поэтому при такой конфигурации внешнего поля (или для нормальной составляющей) на границе раздела двух магнетиков, определенным образом ориентированный молекулярный токовый лист не возникает.

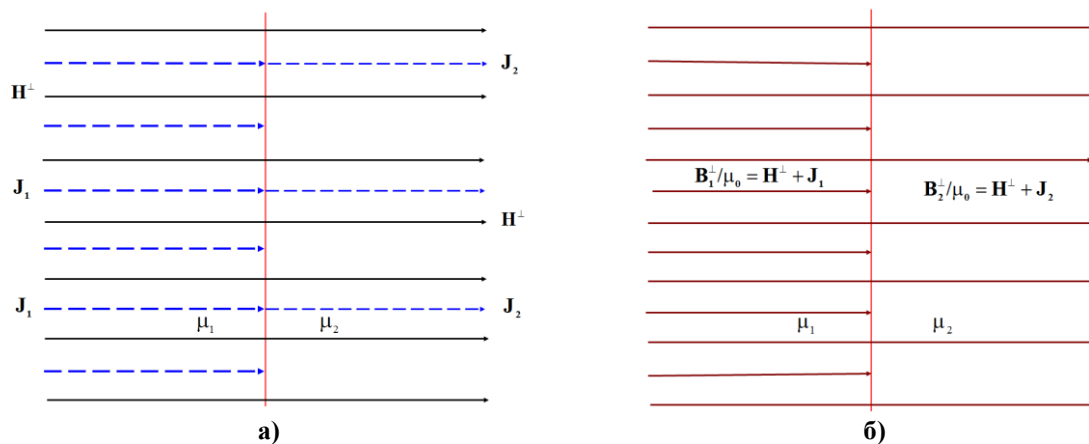


Рис. 8. Внешнее поле H , поля намагниченности J_1 и J_2 (а); суммарные поля, возникающие при ориентации внешнего поля по нормали к границе раздела двух сред (б)

Совсем иная картина возникает в случае, когда линии внешнего поля H оказываются (хотя бы частично) параллельными плоскости раздела двух сред. Эта картина показана на рис. 9. В этом случае на плоской границе двух сред с различной намагненностью обязательно возникает токовый лист с поверхностной плотностью молекулярного тока $i_{\text{пов}}$.

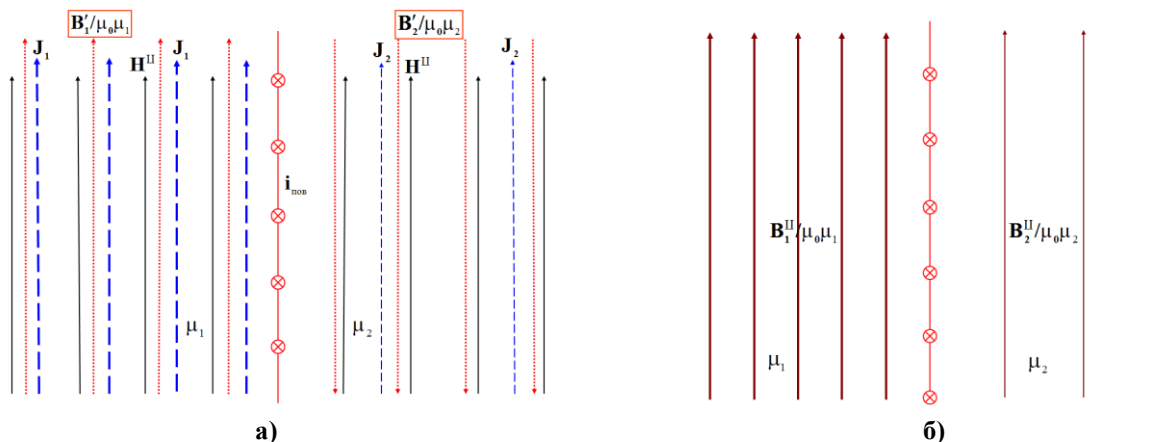


Рис. 9. Внешнее поле H , поля намагненности J_1 и J_2 , и поле от листа молекулярных токов: а) образующие два суммарных поля; б) параллельных границе раздела двух сред

Лист молекулярных токов образует два дополнительных магнитных поля, обозначенных на рис. 9 линиями векторов $\mathbf{B}_1^{\text{II}}/\mu_0\mu_1$ и $\mathbf{B}_2^{\text{II}}/\mu_0\mu_2$. Эти два поля не только различны по интенсивности из-за разницы значений μ_1 и μ_2 , но и имеют разную направленность по обе стороны от границы двух сред.

Теперь рассмотрим суперпозицию двух обозначенных типов полей, изображенных на рис. 8, 9. Частный вариант суперпозиции двух типов полей (параллельных и перпендикулярных плоскости раздела сред) изображен на рис. 10. Из векторных диаграмм, помещенных на векторных линиях рис. 10 и иллюстрирующих различие векторов по касательной составляющей ($\mathbf{B}_1^{\text{II}}/\mu_0\mu_1$ и $\mathbf{B}_2^{\text{II}}/\mu_0\mu_2$) видно, что преломление линий суммарного поля, представленного векторами $\mathbf{B}_1^{\Sigma}/\mu_0\mu_1$ и $\mathbf{B}_2^{\Sigma}/\mu_0\mu_2$, происходит из-за наличия разнонаправленного магнитного поля, создаваемого плоским листом определенным образом направленным суммарным молекулярным током. Других причин преломления линий магнитного поля на плоской границе двух сред, нет.

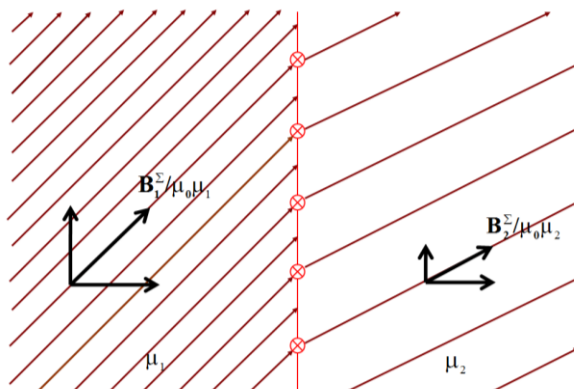


Рис. 10. Поведение суперпозиционных линий поля и суммарного вектора магнитной индукции на плоской границе двух сред

Если бы дополнительного разнонаправленного магнитного поля от листа молекулярных токов не было, то никакого преломления линий магнитного поля не наблюдалось бы. По разные стороны раздела двух сред магнитное поле отличалось бы по величине, но не по направлению.

Влияние листа молекулярных токов, возникающих на границе двух магнетиков, на преломление линий вектора $\mathbf{B}$ аналогично влиянию на линии вектора $\mathbf{E}$ связанных зарядов, возникающих в плоскости раздела двух диэлектриков (рис. 4), что рассмотрено в авторской работе [3].

По аналогии с моделью преломления линий суммарного электрического вектора $\mathbf{E}$ на границе двух сред, можно представить модель преломления магнитного вектора $\mathbf{B}$ (рис. 11).

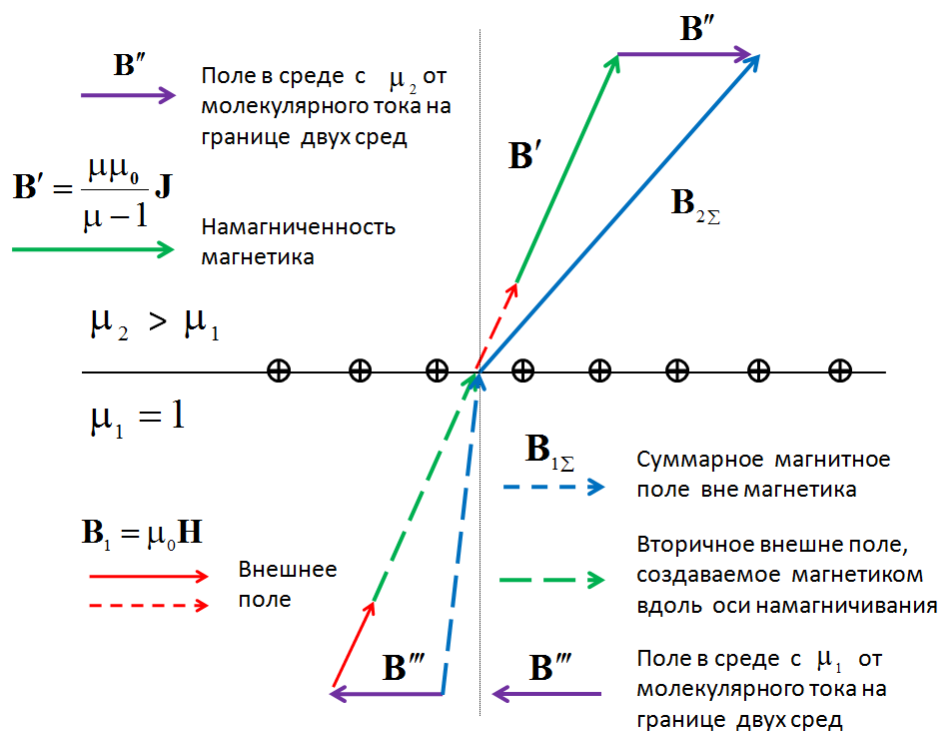


Рис. 11. Модель механизма преломления магнитного вектора $\mathbf{B}$, с учетом воздействия магнетика на первичное поле в ближайшем пространстве

На этом рисунке вектор $\mathbf{B}_1$ первичного поля, входящего в магнетик с магнитной проницаемостью μ_2 , обозначен красным цветом. Внутри магнетика этот вектор посредством намагниченности порождает вектор $\mathbf{B}'$, обозначенный зеленым цветом. Вектор, обозначенный зеленым пунктиром, вне магнетика, показывает обратное влияние намагниченности вещественной среды на внешнее первичное намагничивающее поле, в результате чего оно усиливается. Таким образом, внутри и вне магнетика в одном и том же направлении первичного вектора $\mathbf{B}_1$ начинают действовать как бы два составных равновеликих и однонаправленных вектора. Эти составные векторы в совокупности с разнонаправленным магнитным полем от скачка токов намагничивания на поверхности раздела двух сред (векторы $\mathbf{B}''$ и $\mathbf{B}'''$) образуют конечные векторы $\mathbf{B}_{2\Sigma}$ и $\mathbf{B}_{1\Sigma}$, которые уже не имеют одинаковой направленности. Описываемые составляющие этого процесса приводят к тому, что

наблюдается в действительности как эффекты увеличения и поворота исходного вектора (линий поля, примыкающих к поверхности раздела со стороны свободного пространства) в направлении нормали к поверхности раздела двух сред.

Заключение

Использование принципа суперпозиции и наглядных моделей, его иллюстрирующих, позволяет при преподавании вузовского курса общей физики (раздел электромагнетизма) по-новому объяснять поведение электрических и магнитных векторов на границе двух сред. При этом в объяснении преломления линий электрических и магнитных векторов нет необходимости опираться на закон тангенсов поскольку этот закон противоречит другому известному эмпирическому закону – закону синусов, которому подчиняется механизм преломления оптических лучей.

Список литературы

[1] Сайт С.П. Курдюмова. Режим доступа: <http://spkurdyumov.ru/> (дата обращения 01.11.2015).

[2] Чуев А.С. О системном и физическом делении электромагнитных величин, относимых традиционно к группе полевых. // *Инженерный журнал: наука и инновации*. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. № 7 (31). Режим доступа: <http://engjournal.ru/catalog/fundamentals/physics/1295.html> (дата обращения 20.11.2014). DOI: [10.18698/2308-6033-2014-7-1295](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2014-7-1295)

[3] Чуев А.С. О новых подходах в описании стационарного электрического поля внутри диэлектрических сред и на границе их раздела. // *Инженерный журнал: наука и инновации*. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. №. 6 (30). Режим доступа: <http://engjournal.ru/catalog/fundamentals/physics/1325.html> (дата обращения 20.11.2014). DOI: [10.18698/2308-6033-2014-6-1325](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2014-6-1325)

[4] Чуев А.С. О формульном и наглядном соотношении магнитных векторных величин и изображении их полей. // Научно-техническая библиотека Sciteclibrary. Режим доступа: <http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/12150.html> (дата обращения 26.06.2012 г.).

[5] Мартинсон Л.К., Морозов А.Н., Смирнов Е.В. *Электромагнитное поле: учебное пособие для втузов*. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2013. 422 с.

[6] Зоммерфельд А. *Электродинамика*. М.: Издательство иностранной литературы. 1958. 505 с.

[7] Савельев И.В. *Курс общей физики: В 5 кн.: Кн. 2: Электричество и магнетизм*. 5-е изд. М.: АСТ, Астрель. 2008. 334 с.

- [8] Иродов И.Е. *Электromагнетизм. Основные законы*: учебное пособие для вузов. Изд. 4-е испр. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2003. 320 с.
- [9] Калашников С.Г. *Электричество*: Учебное пособие. 5-е изд. испр. и доп. М.: Наука. 1985. 576 с.
- [10]. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. *Фейнмановские лекции по физике*. Вып.5. Электричество и магнетизм: Курс лекций. / Перевод с англ. под ред. Я.А. Смородинского. М: МИР. 1966. 296 с.
- [11] Джексон Дж. *Классическая электродинамика*. / Перевод с англ. Г.В. Воскресенского и Л.С. Соловьева. Под редакцией Э. Л. Бурштейна. М.: Мир. 1965. 702 с.
- [12] Матвеев А.Н. *Электричество и магнетизм*: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа. 1983. 463 с.
- [13] Арнольд Р.Р. *Расчет и проектирование магнитных систем с постоянными магнитами*. М.: Энергия. 1969. 184 с.
- [14] Чуев А.С. *О новых подходах в описании стационарного магнитного поля внутри и на границе раздела двух сред*. // Научно - практический журнал «Современные научные исследования и инновации». Международный научно-инновационный центр (ООО). 2015. № 7 (51). Режим доступа: <http://web.snauka.ru/issues/2015/07/56905> (дата обращения: 20.11.2015).