

УДК 62-13, 67.05, 534.1

Исследование влияния режимов обработки на изгибные вибрации инструмента при сверлении

Иванов И. И.^{1,*}, Киселёв И. А.¹,
Колоскова А. В.¹

[*ivanovilig@gmail.com](mailto:ivanovilig@gmail.com)

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В работе рассматривается модель динамики процесса сверления, учитывающая изгибную податливость инструмента. Выполнен анализ динамической устойчивости процесса обработки в зависимости от выбора параметров режима обработки. Модель динамики учитывает эффект запаздывания за счет алгоритма формирования новых поверхностей при срезании материала. Для описания динамики инструмента применяется редуцированная модель, построенная на основе его полной трехмерной конечно-элементной модели. Для оценки устойчивости процесса обработки применяется теория Флоке. Результаты работы, в виде полученной диаграммы устойчивости для выбранной модели инструмента, могут быть использованы для назначения эффективных режимов обработки, свободных от возбуждения нежелательных поперечных колебаний инструмента.

Ключевые слова: сверление, вибрации, динамическая устойчивость

1. Введение

Сверление – широко распространённая в машиностроении технологическая операция. При сверлении отверстий возможно возникновение нежелательных изгибных вибраций, возбуждаемых по механизму «резания по следу» (регенеративный эффект) [1,2,3].

Суть регенеративного эффекта состоит в том, что инструмент на каждом проходе обрабатывает не исходную поверхность заготовки, а уже изменённую, образованную после предыдущих проходов режущих кромок инструмента (см рис. 1). При этом на образование новых поверхностей в процессе срезания материала влияет не только движение подачи, но и упругие отклонения системы, связанные с вибрациями ее элементов. Формирование искаженной вибрациями обработанной поверхности торца отверстия приводит к тому, что сила резания, действующая на кромки инструмента в текущий момент времени становится переменной и зависит от истории вибраций системы в момент предыдущего прохода режущих кромок. При определённых условиях действие

такой силы резания может приводить к формированию положительной обратной связи и подкачке энергии в колебательную систему, вызывая тем самым динамическую потерю устойчивости равновесия.

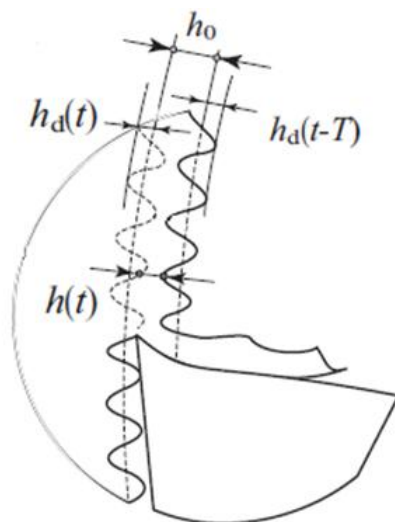


Рис. 1. Иллюстрация к понятию регенеративного эффекта. h_0 – задаваемая толщина срезаемого слоя, $h_d(t)$ – упругое смещение инструмента на текущем проходе, $h_d(t-T)$ – упругое смещение инструмента на предыдущем проходе, $h(t)$ – реальная толщина срезаемого слоя, полученная с учётом вибраций на текущем и предыдущем проходах, T – период прохождения режущих кромок

В линейном приближении дифференциальные уравнения динамики системы представляют собой уравнения с запаздыванием, решение которых даёт диаграмму устойчивости. Пример такой диаграммы [3] приведён на рис. 2. По горизонтальной оси отложена скорость вращения инструмента, по оси ординат – параметр «ширины» резания, определяющий масштаб сил резания. Сочетание двух указанных параметров определяет режим обработки. Как видно из схематичного изображения на рис. 2, диаграмма разделена на две области границей устойчивости регулярного движения. Выше границы устойчивости расположены нежелательные режимы обработки, сопровождающиеся динамической потерей устойчивости и соответствующим нарастанием вибраций в системе до выхода на нелинейное ограничение (предельный цикл), обусловленный сложным нелинейным характером поведения системы, после того, как нарастание вибраций начнет приводить к периодическому прерыванию стружки. Напротив, при выборе режима обработки, сочетание технологических параметров которого находится на диаграмме ниже границы устойчивости, возбуждения нежелательных вибраций в процессе обработки не происходит. Приведенная диаграмма показывает, что при условии сохранения устойчивости в зависимости от выбора скорости вращения инструмента обработка может осуществляться с различной шириной резания, т.е. с различной эффективностью и производительностью. Таким образом, диаграмма устойчивости позволяет выбрать наиболее рациональные режимы обработки при заданных ограничениях на варьирование технологических параметров. Построение диаграмм устойчивости осуществляют для заданного сочетания инструмента и обрабатываемой детали (включая геометрические

характеристики режущих кромок и механические свойства обрабатываемого материала). Диаграммы устойчивости, характерный вид которых показан на рис. 2, могут быть построены для всех процессов обработки резанием.

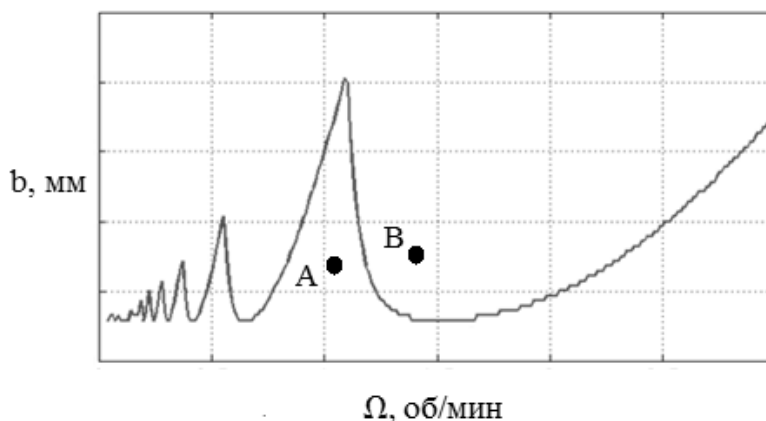


Рис. 2. Пример диаграммы устойчивости при обработке резанием. Ω – частота вращения, b – ширина резания (в случае сверления – диаметр), A – точка в устойчивой зоне, B – точка в неустойчивой зоне

При рассмотрении динамики процесса сверления, параметр b имеет смысл диаметра сверла и является варьируемым конструктивным параметром. Из рис. 2 видно, что при фиксированном значении b при увеличении частоты вращения происходит последовательный проход через чередующиеся зоны устойчивости и неустойчивости. Существуют 2 основных подхода для построения диаграммы устойчивости: нахождение границ устойчивости как условия существования периодического решения [4] и применение теории Флоке к анализу систем с запаздыванием [4].

В работах [1,2,3] показано, что условия возбуждения колебаний по регенеративному эффекту включают коэффициенты моделей сил резания. Чем выше силы резания, тем выше опасность возникновения вибраций. Таким образом, возбуждению вибраций наиболее подвержены инструменты и детали при обработке жаропрочных сплавов на основе стали, часто применяемых в авиационном двигателестроении.

Важной особенностью процесса сверления, фактически, его отличием от других процессов лезвийной обработки (точения, фрезерования), является то, что возбуждение осевых вибраций инструмента приводит к дроблению стружки [6,7], позволяющему существенно повысить качество и производительность обработки, в частности, значительно увеличить допустимую глубину обработки отверстий. При точении и фрезеровании возбуждение вибраций в любом направлении приводит к ухудшению качества обработанной поверхности и ускоренному износу инструмента. Однако, помимо «полезных» осевых вибраций, в процессе сверления при неудачном сочетании технологических режимов и динамических характеристик инструмента могут возбуждаться также нежелательные поперечные колебания инструмента, приводящие к порче боковой поверхности отверстия, в частности может возникать эффект «огранки».

В настоящей работе представлено применение теории Флоке к построению диаграммы устойчивости к возбуждению поперечных колебаний деформируемого сверла

на основе его 3-х мерной конечноэлементной модели. Модель сил резания рассматривается в разделе 2. Подход к построению динамической модели инструмента представлен в разделе 3. Процесс математического моделирования во времени, включающий расчёт колебаний инструмента под действием сил резания и вычисление сил резания с учётом колебаний инструмента на текущем и предыдущем проходах режущих кромок, описан в разделе 4. Алгоритм исследования устойчивости на основе многократного моделирования процесса во времени описан в разделе 5. В разделе 6 описаны основные результаты моделирования, а в разделе 7 представлены основные выводы по выполненной работе.

2. Описание конечно-элементной модели сверла

Конечно-элементная модель (см рис. 3) включает 3373 тетраэдрических элемента с квадратичной аппроксимацией перемещений и 6660 узлов. Сверло изготовлено из твёрдого сплава с модулем Юнга $6,32 \cdot 10^5$ МПа и плотностью 15100 кг/м^3 . Диаметр сверла – 14 мм, количество режущих кромок – 2, длина винтовой части – 172 мм, полная длина – 249 мм [7]. На рисунке также показана система координат, связанная со сверлом и используемая в дальнейших расчётах: z – ось сверла, x – направлена по одной из режущих кромок.

Схема закрепления показана на рис. 4. На левом конце запрещены все линейные и угловые перемещения, на правом – только поперечные линейные перемещения, что является приемлемым приближением к реальным условиям взаимодействия сверла с обрабатываемой деталью. Так как осевая жёсткость сверла значительно более высока, чем изгибная, в данной работе влияние продольных деформаций инструмента на общие вибрации системы не учитывается. Поскольку исследование направлено на построение диаграммы устойчивости колебаний, т.е. исследуется только вопрос возможности их возбуждения, взаимодействие сверла с боковой поверхностью отверстия не рассматривается.

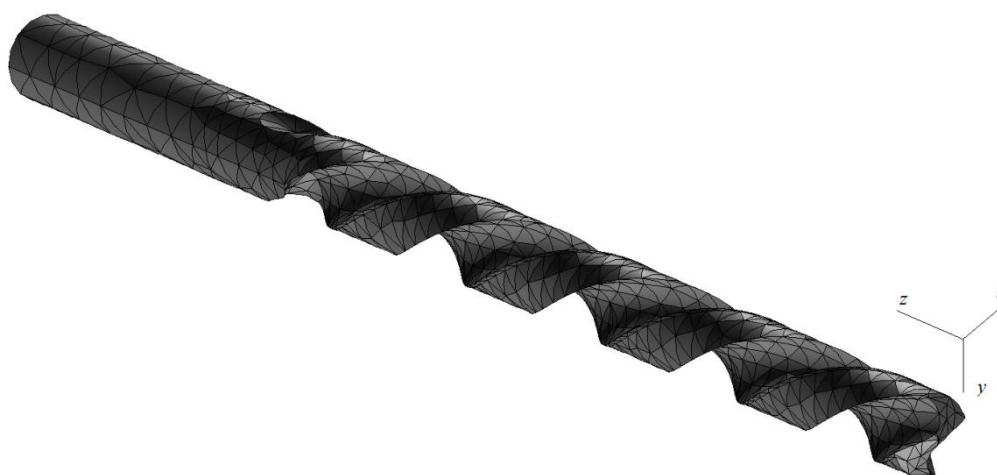


Рис. 3. Конечноэлементная модель сверла

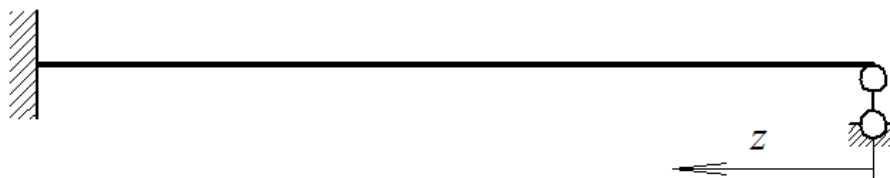


Рис. 4. Условия закрепления конечноэлементной модели сверла

При принятых условиях закрепления и допущениях для определения сил резания достаточно знать лишь величины углов поворота режущей части инструмента. В то же время, узлы трёхмерных объемных элементов имеют только поступательные степени свободы в направлении осей системы координат. Для описания поворотов режущих кромок, связанных с изгибом оси инструмента, в модель вводится дополнительный узел, прикрепленный посредством жёсткой многоточечной связи (в англоязычной литературе *multipoint constraint – MPC*) [8] к узлам трёхмерной модели в её режущей части и расположенный на конце инструмента (рис. 5). Повороты этого узла будут связаны с осевыми смещениями точек режущей части инструмента и таким образом позволят определять силы резания. К выбранному дополнительному узлу прикладываются граничные условия на линейные перемещения на правом конце инструмента (рис. 4).

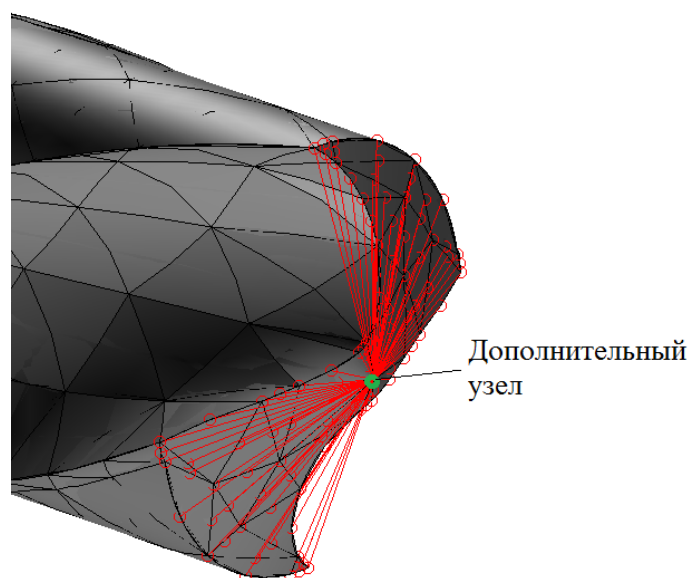


Рис. 5. Фрагмент КЭ модели инструмента в части его режущей части и наложенная многоточечная связь (показана красным)

По результатам расчета методом конечных элементов (процедура описана в [8]), первые две собственные частоты сверла имеют значения 727,8 Гц и 747,6 Гц. Собственные формы, соответствующие этим частотам качественно не отличаются друг от друга, поскольку форма сверла близка к осесимметричному телу. Первая собственная форма приведена на рис. 6. При дальнейших расчётах вместо полной конечно-элементной

модели инструмента применяется его редуцированная модальная модель [8] с 2 степенями свободы (учитываются только 2 собственные формы). При этом углы поворота режущей части в добавленном узле однозначно связаны с перемещениями системы по собственным формам.

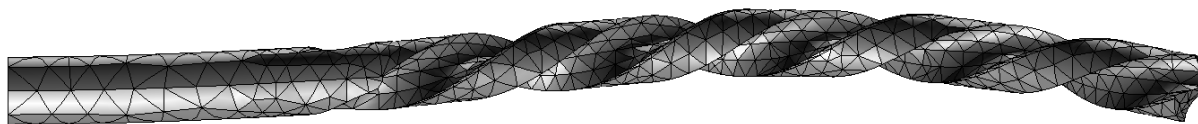


Рис. 6. Первая собственная форма сверла

Модальная динамическая модель описывается уравнениями (параметры модели см табл. 1):

$$m_j \ddot{u}_j + b_j \dot{u}_j + k_j u_j = Q_j \quad (1)$$

где j – номер собственной формы (=1,2),

u_j – j -ая главная координата, в рассматриваемом случае представляет собой поворот торца сверла вокруг оси X или Y

m_j – модальные массы,

b_j – модальное демпфирование,

k_j – модальная жёсткость,

Q_j – модальная сила, вычисление которой описано в разделе 4.

Таблица 1. Модальные параметры, соответствующие первой и второй собственным формам, рассчитанные методом конечных элементов.

	1я собственная форма	2я собственная форма
Угол поворота режущей части относительно x	0,4299	-1,8641
Угол поворота режущей части относительно y	1,8986	0,4229
Собственная частота, Гц	727,8	747,6
Обобщённая масса m_j	1,0	1,0

3. Модель сил резания

В данной работе режущая кромка представлена прямой линией, а для расчета сил резания выбрана линейная модель [2]:

$$\begin{aligned} dF_n &= K_n h(s) ds \\ dF_t &= K_t h(s) ds \end{aligned} \quad (2)$$

где n, t – соответственно индексы нормального и тангенциального направления по отношению к обрабатываемой поверхности,

dF_n, dF_t – элементарные силы резания, действующие на элемент ds режущей кромки;

K_n, K_t – коэффициенты резания, МПа;

$h(s)$ – толщина срезаемого слоя, соответствующая координате s (рис. 7).

При выбранных условиях закрепления (см рис. 4) на перемещениях инструмента работу совершают приведённые к его вершине моменты сил, действующих на сверло при резании материала. Изгибающие моменты создаются нормальными элементарными силами dF_n :

$$dM = s \cdot dF_n \quad (3)$$

Из рис. 7 следует, что при малых поворотах режущих кромок сверла толщина срезаемого слоя может быть выражена в предположении, что инструмент не выходит из материала, при помощи соотношения (4):

$$h(s) = a \sin \alpha - \theta(t)s + \theta(t-T)s \quad (4)$$

где a – подача на режущую кромку, мм;

T – период прохождения режущих кромок, с;

α – полуугол при вершине режущей части инструмента, рад;

θ – угол поворота режущих кромок относительно перпендикулярной им оси.

Подставим (4) и (2) в (3) и проинтегрируем по всей режущей части (2 кромки):

$$M = \int_{-S_d}^{S_d} s \cdot K_n \cdot (a \sin \alpha - \theta(t)s + \theta(t-T)s) ds = \frac{2}{3} K_n (-\theta(t)s + \theta(t-T)) S_d^3 \quad (5)$$

где $S_d = \frac{d}{2 \sin \alpha}$ – координата s , соответствующая точкам на наружной части сверла; d – диаметр сверла, мм.

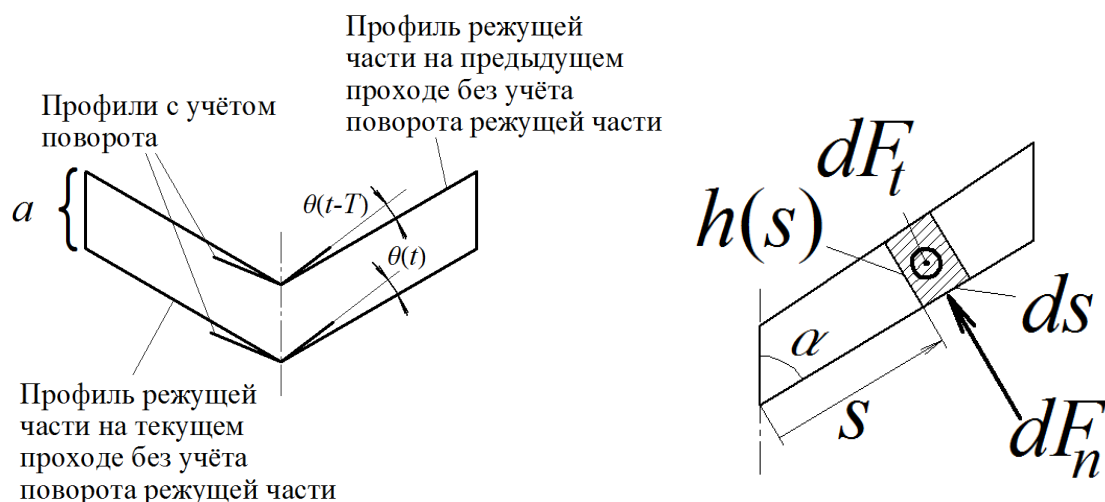


Рис. 7. Иллюстрации к вычислению силовых факторов, действующих на режущую часть сверла

Обычно при задании свойств материала осевую силу резания задают в следующем виде (в случае линейного закона резания):

$$F_z = K_c \cdot d \cdot a \quad (6)$$

где K_c – экспериментально определяемый коэффициент, МПа. Для сталей ориентировочно равен 2000 МПа.

Для того, чтобы определить связь между K_c и K_n подставим (4) в (2) и проинтегрируем по режущей части, спроецировав на продольную ось:

$$F_z = K_n \cdot d \cdot a \cdot \sin \alpha \quad (7)$$

Сравнивая выражения (7) и (6), получим:

$$K_n = K_c / \sin \alpha$$

Тогда выражение (5) можно переписать в виде:

$$M = \frac{1}{12} \frac{K_c d^3}{\sin^4 \alpha} (-\theta(t)s + \theta(t-T)) \quad (8)$$

Выражение (8) можно использовать для вычисления изгибающего момента, действующего на инструмент, при известных углах поворота режущей части в данный момент времени и один период прохождения режущих кромок назад.

4. Описание процесса математического моделирования

Вычисление моментов сил резания производится по формуле (8). Определение обобщённых сил, соответствующих перемещениям по собственным формам, выполняется по соотношению [8]:

$$Q_j = \{v_j\}^T \cdot \{M\} \quad (9)$$

где $\{v_j\}$ – вектор j -ой собственной формы, компонентами которого являются повороты режущей части инструмента относительно осей x, y , соответствующие деформации КЭ модели по j -ой форме (см раздел 2, рис. 6);

$\{M\}$ – вектор моментов сил резания относительно осей x, y (проекции вектора, направленного по нормали к режущим кромок и равного M).

После подстановки (9) в систему (1) производится интегрирование последней, в результате которого получаются значения главных координат u_j в конце шага интегрирования. Затем производится вычисление поворотов режущей части инструмента путём обратного перехода из пространства главных координат в пространство координат физических:

$$\{\mathcal{Q}\} = \{v_1\} \cdot u_1 + \{v_2\} \cdot u_2 \quad (10)$$

Данный вектор $\{\mathcal{Q}\}$ используется при вычислении M по формуле (8), где θ – это проекция вектора $\{\mathcal{Q}\}$ на нормаль к плоскости режущих кромок.

Таким образом, система уравнений (1), (8), (9), (10) является замкнутой с запаздывающим аргументом и решается на каждом временном шаге численно. Для решения вводится сетка дискретных отсчётов – $t_i = i\Delta t$, где $i=0,1,2,3,\dots$ $\{g_i\}$ – решения, получаемые для каждого момента времени. В качестве начальных условий выступают значения искомым функций не в начальный момент времени, а, в силу наличия запаздывания, на некотором начальном множестве – $\{g_{-k}\}, \{g_{-k+1}\}, \dots, \{g_0\}$, а также производная в начальный момент времени – $\{\dot{g}_0\}$. Здесь k – количество временных шагов, укладываемых в период прохождения режущих кромок.

5. Алгоритм исследования устойчивости

Так как полученная система дифференциальных уравнений (1), (8), (9), (10) линейная, то справедливо следующее равенство [4]:

$$\{w_k\} = [A] \cdot \{w_0\} \quad (11)$$

где

$$\{w_k\} = \begin{bmatrix} \{g_0\}^T & \{g_1\}^T & \{g_2\}^T & \dots & \{g_k\}^T & \{\dot{g}_k\}^T \end{bmatrix}^T,$$

$$\{w_0\} = \begin{bmatrix} \{g_{-k}\}^T & \{g_{-k+1}\}^T & \{g_{-k+2}\}^T & \dots & \{g_0\}^T & \{\dot{g}_0\}^T \end{bmatrix}^T,$$

$[A]$ – матрица монодромии [10].

Фактически соотношение (11) означает, что состояние системы на произвольном участке времени продолжительностью, равной периоду прохождения режущих кромок, целиком определяется её перемещениями на таком же участке, предшествующем данному, и скоростью на границе участков.

Вычислить матрицу монодромии представляется возможным численно: каждый её j -ый столбец является решением системы дифференциальных уравнений (1), (8)-(10) на временном интервале $[0, T]$, когда все элементы вектора начальных условий $\{w_0\}$ равны 0, а его j -ый элемент равен 1.

Собственные числа матрицы монодромии называются мультипликаторами и позволяют судить о том, возрастают ли колебания системы во времени [4, 10]. Если все мультипликаторы по модулю меньше 1, то колебания затухают, и положение равновесия устойчиво; если хотя бы один мультипликатор по модулю больше 1, то система теряет устойчивость, и наблюдается в линейном приближении неограниченный рост вибраций.

Следует заметить, что в реальности амплитуды вибраций всё же будут ограничены взаимодействием по боковой поверхности инструмента, а также по задней грани режущего клина. Но таких взаимодействий желательно избегать, так как они ведут к ускоренному износу инструмента.

6. Результаты моделирования

В настоящей работе производится многократное численное решение системы уравнений (1), (8)-(10) на интервале времени, соответствующем одному периоду прохождения режущих кромок, вычисляется матрица монодромии, определяются мультипликаторы, и делается вывод об устойчивости положения равновесия сверла с точки зрения возможности возбуждения поперечных колебаний при работе на заданном режиме. Эти расчёты проведены для выбранного диапазона значений частоты вращения инструмента от 1000 до 10000 оборотов в минуту, и построена зависимость наибольшего по модулю мультипликатора от частоты вращения (см рис. 8), позволяющая делать вывод об устойчивости равновесия системы. При расчётах принято, что демпфирование составляет 5 % от критического; остальные модальные параметры приведены в табл. 1; диаметр сверла 14 мм, полуугол при вершине – $\alpha=70^\circ$, коэффициент $K_c = 2000$ МПа. Из рисунка видно, что наибольшая область устойчивости имеет место между частотами вращения 8000 и 9000 об/мин. Приведенная диаграмма показывает, что для выбранного типа инструмента существуют области режимов, где будет происходить самовозбуждение рассматриваемого типа изгибных поперечных колебаний инструмента, что может привести к значительному ухудшению качества боковой поверхности обработанного отверстия.

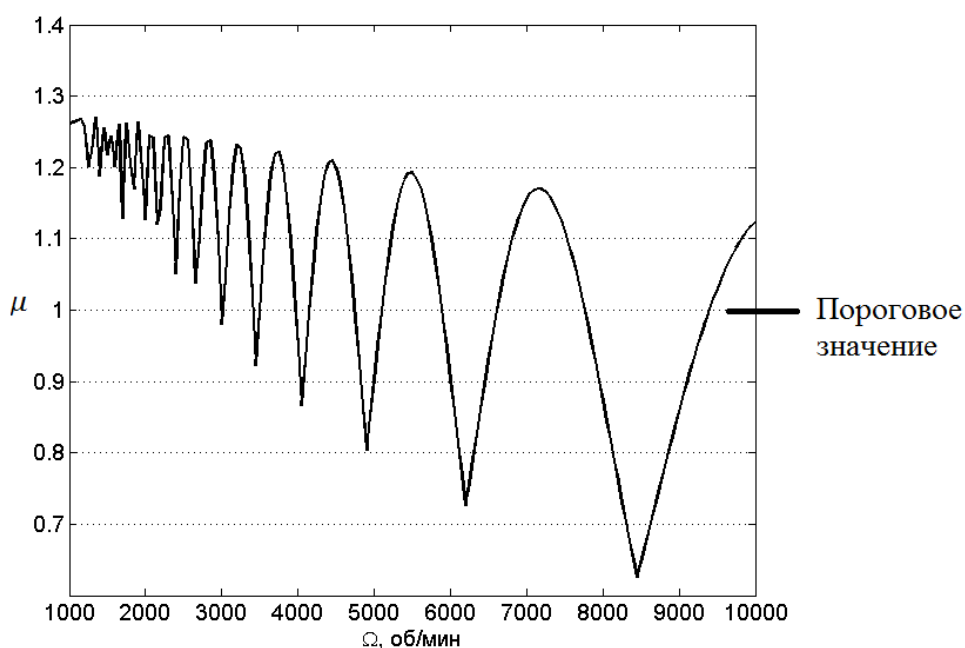


Рис. 8. Зависимость наибольшего мультипликатора от частоты вращения сверла

7. Заключение

В работе описан подход к исследованию потери устойчивости статического равновесия инструмента при сверлении за счет самовозбуждения его поперечных изгибных колебаний. Динамические характеристики инструмента учитываются на основе его конечно-элементной модели. Показано, что при условии известных свойств

обрабатываемого материала и параметров режущего инструмента предложенная методика позволяет определять режимы работы, свободные от изгибных поперечных вибраций инструмента, способных привести к ухудшению качества боковой поверхности отверстия. Полученные результаты могут быть использованы при назначении рациональных режимов обработки отверстий.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта «мол_а» № 14-08-31603 «Разработка методов и алгоритмов моделирования динамики процессов обработки резанием деталей сложной формы».

Список литературы

1. Кудинов В.А. Динамика станков. М.: Машиностроение, 1967. 357 с.
2. Altintas Y. Manufacturing automation. New York: Cambridge University Press, 2012. 366 p.
3. Schmitz T.L., Smith K.S. Machining Dynamics. Frequency Response to Improved Productivity. Springer US, 2009. 303 p. DOI: [10.1007/978-0-387-09645-2](https://doi.org/10.1007/978-0-387-09645-2)
4. Merdol S.D., Altintas Y. Multi Frequency Solution of Chatter Stability for Low Immersion Milling // Journal of Manufacturing Science and Engineering. 2004. Vol. 126, iss. 3. P. 459-466. DOI: [10.1115/1.1765139](https://doi.org/10.1115/1.1765139)
5. Insperger T., Stepan G. Vibration Frequencies in High-Speed Milling Processes or a Positive Answer to Davies, Pratt, Duttere and Burns // Journal of Manufacturing Science and Engineering. 2004. Vol. 126, iss. 3. P. 481-487. DOI: [10.1115/1.1763184](https://doi.org/10.1115/1.1763184)
6. Gouskov A.M., Voronov S.A., Ivanov I.I., Nikolaev S.M., Barysheva D.V. Investigation of vibratory drilling model with adaptive control. Part 1: control of cutting continuity index // Journal of Vibroengineering. 2015. Vol. 17, iss. 7. P. 3702-3714.
7. Воронов С.А., Гуськов А.М., Иванов И.И., Барышева Д.В., Киселёв И.А. Существующие методы обеспечения низкочастотных вибраций инструмента с целью дробления стружки при сверлении отверстий // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 12. С. 842-857. DOI: [10.7463/1214.0748342](https://doi.org/10.7463/1214.0748342)
8. Твердосплавные свёрла. Монолитные твёрдосплавные свёрла DREAM с внутренним подводом СОЖ и покрытием TiAlN для обработки глубоких отверстий: каталог. DH510. ST Group. 4 с. Режим доступа: http://www.s-t-group.com/catalog/5_Solid_carbide_dream_drills_mql_type.pdf (дата обращения 01.10.2015).
9. Bathe K.-J. Finite Element Procedures. New Jersey: Prentice Hall, 1996. 1037 p.
10. Якубович И.Ф., Старжинский В.М. Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения. М.: Наука, 1972. 720 с.

Investigation of the Processing Parameters Impact on the Flexural Tool Vibrations While Drilling

I.I. Ivanov^{1,*}, I.A. Kiselev¹, A.V. Koloskova¹

[*ivanovilig@gmail.com](mailto:ivanovilig@gmail.com)

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: drilling, vibrations, dynamic stability

The paper considers an approach to analyze a dynamic stability of the drilling process in terms of tool flexibility. The proposed technique takes into consideration a regenerative effect leading to time delay in the dynamic system. This regenerative delay is the main source of arising dynamically unstable machining conditions. The paper describes a principle of emerging self-vibrations while cutting. It mentions the undesirable nature of transverse bending self-vibrations of tool, which cause a decreasing quality of the processed hole surface.

The suggested approach consists in building a diagram of the drilling process stability for a tool model allowing only its flexural vibrations. The feature of the study is to describe tool dynamics using a finite element model based on the quadratic approximation of displacements for tool dynamics modeling. The assumption of an axial symmetry of drill geometry was discarded. The reduced model of tool was built taking into account two eigenvectors corresponding to tool bending. This model contains 2 degrees of freedom (DOF), which are, essentially, rotations of a drill tip. The technology of rigid multi-point constraints was used to connect those DOFs with solid finite element nodes. The system of delayed differential equations describing the reduced tool model dynamics was derived to estimate a dynamic stability of the drilling process. The Floquet theory is applied to build a stability diagram as a maximum multiplier value versus a drill rotation rate. The presented diagram allows us to draw a conclusion that in the wide range of rotation frequencies transverse bending self-vibrations can be excited. The results obtained and the calculation technique may be used to choose the operation modes free from undesirable flexural self-vibrations of tool.

The reported study was supported by RFBR within the framework of the research project "mol_a" № 14-08-31603 "Development of methods and algorithms for modeling a dynamics of the cutting complex parts".

References

1. Kudinov V.A. *Dinamika stankov* [Machine tools dynamics]. Moscow, Mashinostroenie, 1967. 357 c. (in Russian).

2. Altintas Y. *Manufacturing automation*. New York, Cambridge University Press, 2012. 366 p.
3. Schmitz T.L., Smith K.S. *Machining Dynamics. Frequency Response to Improved Productivity*. Springer US, 2009. 303 p. DOI: [10.1007/978-0-387-09645-2](https://doi.org/10.1007/978-0-387-09645-2)
4. Merdol S.D., Altintas Y. Multi Frequency Solution of Chatter Stability for Low Immersion Milling. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2004, vol. 126, iss. 3, pp. 459-466. DOI: [10.1115/1.1765139](https://doi.org/10.1115/1.1765139)
5. Insperger T., Stepan G. Vibration Frequencies in High-Speed Milling Processes or a Positive Answer to Davies, Pratt, Duttere and Burns. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2004, vol. 126, iss. 3, pp. 481-487. DOI: [10.1115/1.1763184](https://doi.org/10.1115/1.1763184)
6. Gouskov A.M., Voronov S.A., Ivanov I.I., Nikolaev S.M., Barysheva D.V. Investigation of vibratory drilling model with adaptive control. Part 1: control of cutting continuity index. *Journal of Vibroengineering*, 2015, vol. 17, iss. 7, pp. 3702-3714.
7. Voronov S.A., Gus'kov A.M., Ivanov I.I., Barysheva D.V., Kiselev I.A. Existing Methods for Ensuring Low Frequency Tool Vibrations to Chip Breakage in Deep Drilling. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2014, no. 12, pp. 842-857. DOI: [10.7463/1214.0748342](https://doi.org/10.7463/1214.0748342) (in Russian).
8. *Catalogue DREAM. Solid carbide DREAM drills. DH510*. ST Group. 4 p. Available at: http://www.s-t-group.com/catalog/5_Solid_carbide_dream_drills_mql_type.pdf , accessed 01.10.2015. (in Russian).
9. Bathe K.-J. *Finite Element Procedures*. New Jersey, Prentice Hall, 1996. 1037 p.
10. Yakubovich I.F., Starzhinskii V.M. *Lineinye differentsial'nye uravneniya s periodicheskimi koeffitsientami i ikh prilozheniya* [Linear differential equations with periodic coefficients and their application]. Moscow, Nauka Publ., 1972. 720 p. (in Russian).