

Развитие прямого метода Ляпунова для анализа динамической устойчивости системы синхронных генераторов на основе определения неустойчивых положений равновесия на многомерной сфере

05, май 2014

DOI: 10.7463/0514.0712062

Степанов А. В.

УДК [621.31:63]+631.001.57

Россия, МГТУ им. Баумана

stepanov.bmstu@gmail.com

Для обеспечения синхронной работы системы генераторов на стадии эксплуатации необходимо исследовать их динамическую устойчивость при различных возмущающих воздействиях. Так при воздействии возмущения на систему параллельно работающих синхронных генераторов может возникнуть аварийный процесс, который ограничивается действием противоаварийной автоматики. После отключения возмущения возникает переходный процесс и значения переменных состояния (углы поворота роторов генераторов относительно синхронной оси, значения напряжений в узлах сети) изменяются относительно равновесных значений. При больших возмущениях траектории движения могут покинуть область притяжения послеаварийного положения равновесия, в этом случае произойдет нарушение синхронной работы генераторов. Задача анализа динамической устойчивости заключается в исследовании переходного процесса, вызванного аварийным процессом при воздействии различных возмущающих воздействиях.

В процессе исследования динамической устойчивости системы синхронных генераторов широкое распространение получил прямой метод Ляпунова. При использовании прямого метода Ляпунова необходимо для послеаварийной системы построить функцию Ляпунова и вычислить для нее критическое значение. После отключения возмущения для возмущенных переменных состояния системы вычисляется значение функции Ляпунова. Это значение сравнивается с так называемым критическим значением функции Ляпунова, если значение функции Ляпунова для возмущенных значений переменных состояния больше критического значения, то принимается, что данное возмущение приведет к нарушению динамической устойчивости [1-4].

Одной из проблем при использовании прямого метода Ляпунова является построение функции Ляпунова, наиболее полно отражающая свойства системы [1,5,6,7].

Широкое распространение при анализе динамической устойчивости получила функция Ляпунова энергетического типа [1, 2], позволяющая получать наиболее достоверные результаты. В работе [4] предлагается метод, позволяющий с использованием функции Ляпунова управлять коэффициентом мощности для обеспечения динамической устойчивости при изменениях нагрузки. Попытка построить функцию на основе первого интеграла с учетом потерь в электрической цепи при передаче электрической энергии предпринята в работе [10], но для этого случая не выполняются условия, предъявляемые к функции Ляпунова, что не позволяет обосновать достоверность получаемых результатов. В работах [1, 3] многомашинная система преобразуется к системе, содержащей один или два эквивалентных синхронных генератора, называемых одномашинным или двухмашинным эквивалентом. Параметры этих эквивалентных генераторов определяются из параметров системы и заданного возмущения. Анализ динамической устойчивости одномашинного или двухмашинного эквивалента производится методом площадей. Этот метод существенно упрощает анализ динамической устойчивости, однако достоверность получаемых результатов остается под вопросом. В работе [6] уравнения многомашинной системы преобразуются к системе с полиномиальными нелинейностями, что несколько упрощает анализ динамической устойчивости, однако требует сложных алгебраических преобразований.

Другой проблемой при применении прямого метода Ляпунова является нахождение неустойчивых положений равновесия, которые позволяют вычислить критическое значение функции Ляпунова. Определение неустойчивых положений равновесия требует исследования функции Ляпунова в многомерном пространстве в окрестности устойчивого положения равновесия для послеаварийной системы. Минимальное из значений функции Ляпунова, вычисленных в неустойчивых положениях равновесия, принимается за критическое значение. Трудности, возникающие при поиске неустойчивых точек равновесия градиентными методами отмечены в работе [8]. Для определения неустойчивых положений равновесия и оценки запасов динамической устойчивости могут быть использованы траектории возмущенного движения, что требует многократного расчета траекторий при различных возмущениях [2, 9].

В данной работе для сокращения вычислительных затрат и обеспечения надежности при определении неустойчивых положений равновесия, а затем вычислении критического значения функции Ляпунова предлагается метод, основанный на поиске минимума функции Ляпунова на многомерной сфере.

Функция Ляпунова.

Функция Ляпунова строится для математической модели системы, полученной для взаимных движений роторов синхронных генераторов относительно «центра углов», работающих на электрическую сеть с нагрузками, подключенными в узлах сети (рис. 1). В этом случае математическая модель имеет вид [1, 2, 5]

$$T_k^* \frac{d^2 \delta_k}{dt^2} = P_k - T_k^* \frac{\Delta}{T_c} - b_k E_k \sin(\delta_k - \delta_{k+n}), \quad k = 1, \dots, n, \quad (1)$$

$$-P_{HS} + b_S - n E_S - n U_S \sin(\delta_S - n - \delta_S) + \sum_{l=n+1}^{n+m} b_{Sl} U_S U_l \sin(\delta_l - \delta_S) = 0, \quad (2)$$

$$s = n+1, \dots, n+m,$$

$$\begin{aligned} -Q_{HS} - b_S - n(U_S^2 - E_S - n U_S \sin(\delta_S - n - \delta_S)) - \sum_{l=n+1}^{n+m} (b_{Sl} U_S^2 - \\ - b_{Sl} U_S U_l \sin(\delta_l - \delta_S)) = 0, \quad s = n+1, \dots, n+m, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\Delta = \sum_{k=1}^n P_k - \sum_{s=n+1}^{n+m} P_H(s),$$

где $T_k^* = T_k / \omega_H$, $\delta_k = \theta_k - \theta_C$, $k = 1, \dots, n+m$. Угол $\theta_C = (T_C^*)^{-1} \sum_{k=1}^n T_k^* \theta_k$ – «центр углов» системы, $T_C^* = \sum_{k=1}^n T_k^*$; T_k – постоянная времени k -го генератора; P_k – мощность турбины k -го генератора; b_{sk} – реактивная проводимость ветви электрической сети между узлами s и k ; E_k – ЭДС генератора; θ_k – фаза генератора; $1/b_k$ – индуктивное сопротивление генератора.

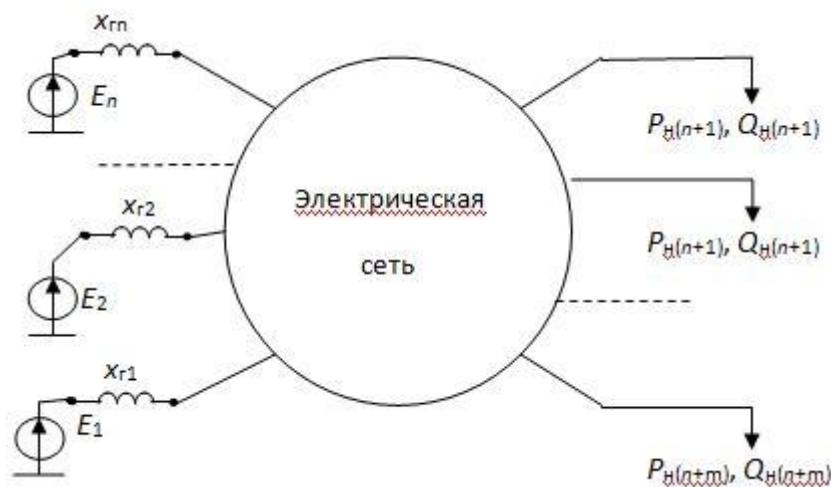


Рис. 1. Система синхронных генераторов, работающих на электрическую сеть

Узлы примыкания генераторов к сети имеют номера $k+n$, где k – номер узла подключения генератора. К узлам с номерами $s = n+1, n+2, \dots, n+m$, $m \geq 2n$ подключаются нагрузки. В s -ом узле сети напряжение задается действующим значением U_s и фазой δ_s . К узлам сети подключена комплексная нагрузка $P_{HS} + jQ_{HS}$. Нагрузка может быть представлена статическими характеристиками нагрузки по напряжению $P_{HS} = P_{HS}(U_{HS})$, $Q_{HS} = Q_{HS}(U_{HS})$,

или активным и реактивным сопротивлениями или проводимостями. Функция Ляпунова для системы уравнений (1) – (3) является функцией аргументов: $\delta_1', \dots, \delta_n', \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n+m}, U_{n+1}, U_{n+2}, \dots, U_{n+m}$.

Следует отметить, что алгебраические уравнения (2), (3) можно рассматривать, как уравнения которые определяют неявно функции: $\delta_s = \delta_s(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$, $s = n+1, \dots, n+m$ аргументами которых являются углы синхронных генераторов δ_k , $k = 1, \dots, n$. Функция Ляпунова в этом случае зависит только от фазы ЭДС синхронных генераторов.

Пусть $V = V(\delta_1', \delta_2', \dots, \delta_n', \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$ – функция Ляпунова. Функция Ляпунова для взаимных движений роторов синхронных генераторов энергетического типа состоит из двух составляющих: $K(\delta_1', \delta_2', \dots, \delta_n')$ – слагаемое, которое зависит от производных фаз ЭДС роторов синхронных генераторов; $W(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$ – слагаемое зависящее от значений фаз ЭДС генераторов. Функция Ляпунова имеет вид

$$V(\delta_1', \dots, \delta_n', \delta_1, \dots, \delta_n) = K(\delta_1', \dots, \delta_n') + W(\delta_1, \dots, \delta_n). \quad (4)$$

Функция $K(\delta')$ может быть представлена в виде [11,8,6]

$$K(\delta') = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} T_k^* (\delta_k')^2. \quad (5)$$

В дальнейшем вектор переменных будем обозначать $\delta = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$ – фазы ЭДС генераторов, $\delta' = (\delta_1', \delta_2', \dots, \delta_n')$ – производные фаз генераторов. Тогда, учитывая (4), (5), можно записать $V(\delta', \delta) = K(\delta') + W(\delta)$.

Рассматривая напряжения $U_{n+1}, U_{n+2}, \dots, U_{n+m}$ и фазы $\delta_{n+1}, \delta_{n+2}, \dots, \delta_{n+m}$ как неявно заданные функции фаз ЭДС генераторов относительно «центра углов», в общем виде функцию $W(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$ можно записать в виде

$$W(\delta, U(\delta), \delta_H(\delta)) = \sum_{k=1}^n \left(P_k - T_k^* \frac{\Delta}{T_C^*} \right) \delta_k - \sum_{k=1}^n \int_0^{\delta_k} b_k E_k U_k(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n) \sin(\delta_k - \delta_{k+n}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)) d\delta_k, \quad (6)$$

где $\delta_H = (\delta_{n+1}, \delta_{n+2}, \dots, \delta_{n+m})$ – фазы напряжений в узлах сети.

Если воспользоваться функцией Ляпунова для случая $P_{H(s)} = \text{const}$ [2, 10], то функция $W(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n+m}, U_{n+1}, U_{n+2}, \dots, U_{n+m})$, заданная выражением (6), может быть представлена в явном виде

$$\begin{aligned}
W(\delta, U) = & - \sum_{k=1}^n \left(P_k - \frac{T_k^* \Delta}{T_c^*} \right) \delta_k - \sum_{k=1}^n b_k E_k U_{n+k} \cos(\delta_k - \delta_{n+k}) + \sum_{s=n+1}^{n+m} P_{HS} \delta_s + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n b_k U_{k+n}^2 - \sum_{s=n+1}^{n+m} \sum_{l=s+1}^{n+m} b_{sl} U_s U_l \cos(\delta_l - \delta_s) + \frac{1}{2} \sum_{s=n+1}^{n+m} \sum_{l=s+1}^{n+m} b_{sl} U_s^2 - \\
& - \sum_{s=n+1}^{n+m} b_{HS} U_s^2 .
\end{aligned}$$

Определим функцию Ляпунова для послеаварийного положения равновесия как

$$V_a(\delta', \delta) = V(\delta', \delta, U(\delta), \delta_H(\delta)) - V(0, \delta^*, U(\delta^*), \delta_H(\delta^*)),$$

где $\delta^* = (\delta_1^*, \delta_2^*, \dots, \delta_n^*)$ – устойчивое положение равновесия для послеаварийной системы; $U(\delta) = (U_{n+1}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n), U_{n+2}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n), \dots, U_{n+m}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n))$ – вектор действующих значений напряжений в узлах электрической сети; $\delta_H(\delta) = (\delta_{n+1}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n), \delta_{n+2}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n), \dots, \delta_{n+m}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n))$ – фазы напряжений в узлах сети.

Вычисление неустойчивых положений равновесия.

Для определения критического значения функции Ляпунова найдем в окрестности устойчивого положения равновесия для послеаварийной системы неустойчивое положение равновесия (седло), в котором функция $W(\delta, U(\delta), \delta_H(\delta))$ принимает минимальное значение. Эта функция является нелинейной функцией нескольких переменных и в окрестности устойчивого положения равновесия может иметь множество неустойчивых положений равновесия. В неустойчивом положении равновесия для локального экстремума функции $W(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n+m}, U_{n+1}, U_{n+2}, \dots, U_{n+m})$ должны выполняться условия

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial W}{\partial \delta_1} d\delta_1 + \frac{\partial W}{\partial \delta_2} d\delta_2 + \dots + \frac{\partial W}{\partial \delta_n} d\delta_n + \frac{\partial W}{\partial \delta_{n+1}} d\delta_{n+1} + \frac{\partial W}{\partial \delta_{n+2}} d\delta_{n+2} + \dots \\
& \dots + \frac{\partial W}{\partial \delta_{n+m}} d\delta_{n+m} + \frac{\partial W}{\partial U_{n+1}} dU_{n+1} + \frac{\partial W}{\partial U_{n+2}} dU_{n+2} + \dots + \frac{\partial W}{\partial U_{n+m}} dU_{n+m} = 0 .
\end{aligned}$$

Как отмечалось выше, переменные: $\delta_{n+1}, \delta_{n+2}, \dots, \delta_{n+m}, U_{n+1}, U_{n+2}, \dots, U_{n+m}$ в силу уравнений (2), (3) можно рассматривать как неявно заданные функции фаз ЭДС генераторов $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n+1}$. Тогда, дифференцируя $W(\delta, U(\delta), \delta_H(\delta))$ как сложную функцию, получаем

$$\frac{\partial W}{\partial \delta_2} - \frac{\partial W}{\partial \delta_n} \frac{\delta_2 - \delta_2^*}{\delta_n - \delta_n^*} + \frac{\partial W}{\partial \delta_{n+1}} \frac{\partial \delta_{n+1}}{\partial \delta_2} + \dots + \frac{\partial W}{\partial \delta_{n+m}} \frac{\partial \delta_{n+m}}{\partial \delta_2} +$$

$$+ \frac{\partial W}{\partial U_{n+1}} \frac{\partial U_{n+1}}{\partial \delta_1} + \dots + \frac{\partial W}{\partial U_{n+1}} \frac{\partial U_{n+1}}{\partial \delta_1} = 0, \quad (10)$$

.....

$$\frac{\partial W}{\partial \delta_{n-1}} - \frac{\partial W}{\partial \delta_n} \frac{\delta_{n-1} - \delta_{n-1}^*}{\delta_n - \delta_n^*} + \frac{\partial W}{\partial \delta_{n+1}} \frac{\partial \delta_{n+1}}{\partial \delta_{n-1}} + \dots + \frac{\partial W}{\partial \delta_{n+m}} \frac{\partial \delta_{n+m}}{\partial \delta_{n-1}} +$$

$$+ \frac{\partial W}{\partial U_{n+1}} \frac{\partial U_{n+1}}{\partial \delta_{n-1}} + \dots + \frac{\partial W}{\partial U_{n+1}} \frac{\partial U_{n+1}}{\partial \delta_{n-1}} = 0.$$

После воздействия возмущения и его отключения углы роторов отклоняются от равновесных значений. Пусть их значения равны $\delta_a = (\delta_1^a, \delta_2^a, \dots, \delta_n^a)$. Этим значениям соответствует точка в n – мерном пространстве. Эту точку проецируем на сферу радиуса ρ_k в n – мерном пространстве. Соединим эту точку прямой с точкой соответствующей устойчивому послеаварийному положению равновесия δ^* . Запишем уравнение прямой в параметрической форме

$$\delta_k = (\delta_k^a - \delta_k^*) \lambda, \quad k = 1, \dots, n, \quad (11)$$

где λ – непрерывный параметр. Подставив (11) в уравнение (8) получаем квадратное уравнение относительно параметра λ :

$$\sum_{k=1}^n (\delta_k^a - \delta_k^*)^2 \lambda^2 = \rho_k^2.$$

Решая это уравнение, получаем значения параметра λ_r для точек, лежащих на сфере

$$\lambda_r = \frac{\rho_0^2}{\sum_{k=1}^n (\delta_k^a - \delta_k^*)^2}. \quad (12)$$

Тогда координаты точки на многомерной сфере соответственно равны

$$\delta_k(0) = \delta_k^a + (\delta_k^a - \delta_k^*) \lambda_r. \quad (13)$$

Эта точка используется как начальное приближение для вычисления экстремума (минимума) функции $W(\delta)$ на многомерной сфере, условием которого являются уравнения (10). Для нахождения минимума функции $W(\delta)$ на многомерной сфере используем модифицированный метод покоординатного спуска [11]. Для начального приближения

$\delta^S = (\delta_1^S, \delta_2^S, \dots, \delta_n^S)$ выбирается переменная δ_i , остальные переменные принимаются неизменными. В этом случае функция $W(\delta)$ является функцией этой переменной. Для этой переменной δ_i задается приращение d_i . В пространстве переменных задаются точки

$$x_1 = \delta_i^S, \quad x_2 = \delta_i^S - \frac{1}{2} d_i, \quad x_3 = \delta_i^S + d_i.$$

Проведем через эти точки прямую $x = x_1 + (x_3 - x_2)z$.

Для этих значений переменной δ_i вычисляются значения функции $W(\delta)$

$$w_1 = W(\delta_1, \dots, x_1, \dots, \delta_n), \quad w_2 = W(\delta_1, \dots, x_2, \dots, \delta_n), \quad w_3 = W(\delta_1, \dots, x_3, \dots, \delta_n).$$

Функцию $W(\delta)$ аппроксимируем в окрестности точки $\delta^S = (\delta_1^S, \delta_2^S, \dots, \delta_n^S)$ полиномом второй степени $W(z) = a + bz + cz^2$, где z – непрерывный аргумент. Коэффициенты этого полинома соответственно равны

$$a = w_1, \quad b = (w_2 - w_3),$$

$$c = 2(w_3 - 2w_1 + w_2).$$

Тогда значение переменной δ_i при котором функция $W(\delta)$ имеет экстремум равно

$$\delta_{i(\text{ext})}^S = \delta_i^S + d_i z_{\text{ext}},$$

где $z_{\text{ext}} = -\frac{b}{2c}$. По значению $\delta_{i(\text{ext})}^S$ с использованием (8) вычисляется значение $\delta_{i(\text{ext})}^S$.

Затем для следующего приближения выбирается точка $\delta^{S+1} = (\delta_1^S, \dots, \delta_{i(\text{ext})}^S, \dots, \delta_n^S)$

в которой функция W принимает минимальное значение. Эта точка может не находиться на сфере поэтому ее необходимо проецировать на сферу с использованием формул (12), (13). Затем выбираем другую переменную δ_j и итерации повторяется до тех пор, пока на сфере не будет найден минимум функции. После этого радиус сферы увеличивается и вышеизложенные вычисления повторяются для сферы нового радиуса. Радиус сферы последовательно увеличивается до тех пор, пока значение минимума функции $W(\delta)$ на сфере увеличивается и не будет выполняться условие (7). Максимальное значение минимума функции $W(\delta)$ на сфере при увеличении радиуса принимается за критическое значение функции Ляпунова.

Пример.

В качестве примера рассматривалась реальная система из десяти синхронных генераторов (СШГЭС), работающих на линию электропередачи 525 кВ (рис. 2).

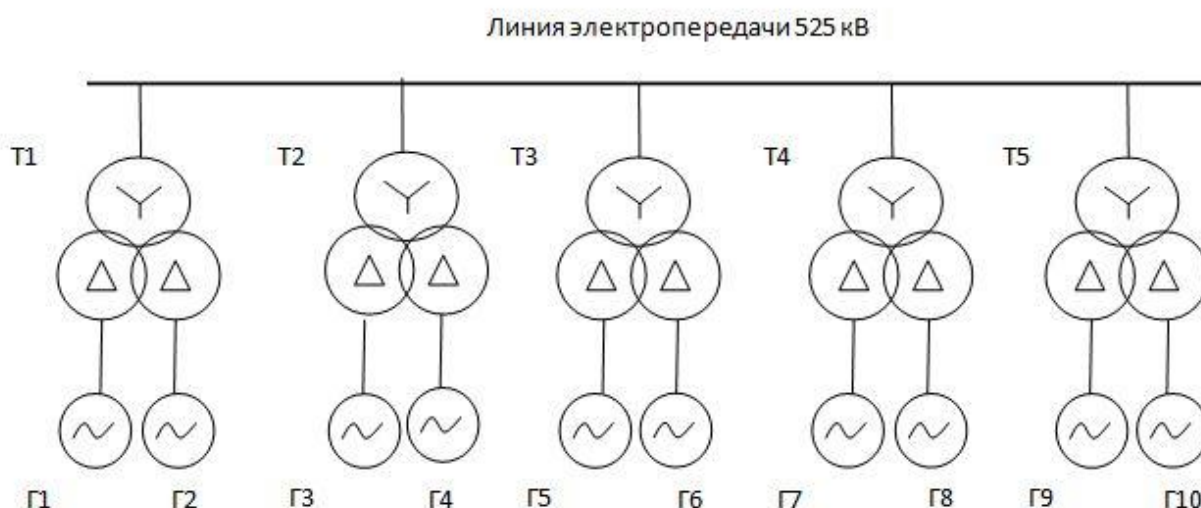


Рис. 2. Схема системы генераторов, работающих на линию 525 кВ

Синхронные генераторы СВФ 1285/275-42 УХЛ4 попарно подключены к трансформаторной подстанции, каждая из которых состоит из трех однофазных трансформаторов ОРНЦ-533000/500. Обмотки низшего напряжения расщеплены на две по 50% мощности каждая. Обмотки низшего напряжения подключены по схеме треугольник, обмотки высшего напряжения – по схеме звезда. По паспортным данным рассчитывалась схема замещения трансформатора.

Мощности генераторов для установившегося послеаварийного режима были рассчитаны с помощью расширения SimPowerSystems пакета MATLAB:

$$P_1 = 610 \text{ МВт}, P_2 = 500 \text{ МВт}, P_3 = 510 \text{ МВт}, P_4 = 510 \text{ МВт}, P_5 = 540 \text{ МВт},$$

$$P_6 - (\text{в резерве}), P_7 = 90 \text{ МВт}, P_8 = 540 \text{ МВт}, P_9 = 530 \text{ МВт}, P_{10} = 120 \text{ МВт}.$$

Переходное сопротивление генераторов $X_d' = 0,43$ о. е (относительные единицы). Для послеаварийного режима работы генераторов по стандартным методикам рассчитаны переходные ЭДС генераторов E_q' (о. е.):

$$E_{q1}' = 1,22; E_{q2}' = 1,19; E_{q3}' = 1,22; E_{q4}' = 1,22; E_{q5}' = 1,22; E_{q7}' = 1,07;$$

$E_{q8}' = 1,23; E_{q9}' = 1,22; E_{q10}' = 1,03$ (переходные ЭДС заданы в относительной системе единиц).

Возмущение синхронной работы генераторов представляло собой трехфазное короткое замыкание (КЗ) на шинах генератора 2. Интенсивность возмущения определялась временем отключения КЗ. Для реализации предлагаемого метода разработаны программы объемом 400 операторов на языке пакета MATLAB для определения критического значения функции Ляпунова и вычисления запасов устойчивости. Вычисления производились при различных длительностях КЗ. В момент отключения для возмущенных значений переменных состояния системы вычислялась функция Ляпунова, построенная для послеаварийного режима. На основе разработанных программ было вычислено критическое значение

ние функции Ляпунова, а затем и запасы устойчивости. Результаты численных экспериментов: критическое значение, значение функции Ляпунова при различных длительностях КЗ, запасы устойчивости, приведены в таблице.

Проведенные численные эксперименты подтвердили обоснованность применения предлагаемого метода для определения неустойчивых положений равновесия системы синхронных генераторов на основе определения минимума функции Ляпунова на многомерной сфере. По результатам, приведенным в таблице, можно сделать вывод, что обеспечить запас устойчивости 50% можно при условии отключения КЗ в течении 0,191 с. Определение критического значения функции Ляпунова с погрешностью $\approx 3\%$ потребовало около 30 итераций по радиусу многомерной сферы.

Таблица. Запасы динамической устойчивости для различного времени отключения КЗ

$t_{\text{кз}}, \text{с}$	$V_{\text{возм}}$	W_{crit}	$K, \%$
0,02	0,026	5,77	99
0,04	0,106	—	98
0,06	0,242	—	95
0,08	0,436	—	92
0,1	0,695	—	88
0,12	1,023	—	82
0,14	1,429	—	75
0,16	1,919	—	67
0,18	2,502	—	56
0,2	3,185	—	45
0,22	3,971	-	31
0,24	4,872	-	15
0,26	5,893	-	-0,02

В таблице обозначено: $t_{\text{кз}}$ — время отключения КЗ, $V_{\text{возм}}$ — значение функции Ляпунова в момент отключения возмущения, W_{crit} — критическое значение функции Ляпунова, $K = (W_{\text{crit}} - V_{\text{возм}}) / W_{\text{crit}} \cdot 100\%$ — запас динамической устойчивости.

Следует отметить, что при использовании этого метода определяется минимум функции на многомерной сфере, а не неустойчивое положение равновесия, которое, как показано в [8], не может быть найдено градиентными методами. Эксперименты показали сходимость итерационного процесса к неустойчивому положению равновесия при различных значениях шага по радиусу. Таким образом, метод может быть рекомендован для анализа и оценки запаса динамической устойчивости при проектировании системы противоаварийного автоматического управления синхронными генераторами и производить более обоснованную ее настройку.

Список литературы

1. Павелла М. От общей теории Ляпунова к практическому прямому методу анализа динамической устойчивости энергосистем // Электричество. 2000. № 6. С. 14-26.

2. Кузовкин В.А., Степанов А.В. Оценка запаса динамической устойчивости энергосистем прямым методом Ляпунова // Электричество. 2002. № 1. С. 2-8.
3. Xue Y., Wehenkel L., Delhomme R., Rousseaux P., Pavella M., Euxibie E., Heikbronn B., Lesigne J.-F. Extended equal area criterion revisited [EHV power systems] // IEEE Transactions on Power Systems. 1992. Vol. 7, no. 3. P. 1012-1021. DOI: [10.1109/59.207314](https://doi.org/10.1109/59.207314)
4. Komurcugil H., Kukrer O. Lyapunov-based control strategy for power-factor preregulators // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. 2003. Vol. 50, iss. 9. P. 1226-1229. DOI: [10.1109/TCSI.2003.816324](https://doi.org/10.1109/TCSI.2003.816324)
5. Bergen A.R., Hill D.J., DeMarcot C.L. Lyapunov function for multimachine power systems with generator flux decay and voltage dependent loads // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. 1986. Vol. 8, no. 1. P. 2-10. DOI: [10.1016/0142-0615\(86\)90019-0](https://doi.org/10.1016/0142-0615(86)90019-0)
6. Anghel M., Milano F., Papachristodoulou A. Algorithmic Construction of Lyapunov Functions for Power System Stability Analysis // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers. 2013. Vol. 60, iss. 9. P. 2533-2546. DOI: [10.1109/TCSI.2013.2246233](https://doi.org/10.1109/TCSI.2013.2246233)
7. Silva F.H.J.R., Alberto L.F.C., London Jr. J.B.A., Bretas N.G. Smooth perturbation on a classical energy function for lossy power system stability analysis // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers. 2005. Vol. 52, iss. 1. P. 222-229. DOI: [10.1109/TCSI.2004.840090](https://doi.org/10.1109/TCSI.2004.840090)
8. Jaewook Lee. Dynamic gradient approaches to compute the closest unstable equilibrium point for stability region estimate and their computational limitations // IEEE Transactions on Automatic Control. 2003. Vol. 48, iss. 2. P. 321-324. DOI: [10.1109/TAC.2002.808492](https://doi.org/10.1109/TAC.2002.808492)
9. Avramenko V.N. Power system stability assessment for current states of the system // 2005 IEEE Russia Power Tech. 2005. P. 1-6. DOI: [10.1109/PTC.2005.4524394](https://doi.org/10.1109/PTC.2005.4524394)
10. Grujic Lj.T., Martynyuk A.A., Ribbens-Pavella M. Large Scale Systems Stability under Structural and Singular Perturbations. Berlin: Springer-Verlag, 1987. 366 p. DOI: [10.1007/BFb0006850](https://doi.org/10.1007/BFb0006850)
11. Бахвалов Н.С. Численные методы. М. Наука, 1973. 631 с.

A development of the direct Lyapunov method for the analysis of transient stability of a system of synchronous generators based on the determination of non- stable equilibria on a multidimensional sphere

05, May 2014

DOI: 10.7463/0514.0712062

A.V. Stepanov

Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russian Federation

stepanov.bmstu@gmail.com

A development of the direct Lyapunov method for the analysis of transient stability of a system of synchronous generators based on the determination of non- stable equilibria on a multidimensional sphere

We consider the problem of transient stability analysis for a system of synchronous generators under the action of strong perturbations. The aim of our work is to develop methods to analyze a transient stability of the system of synchronous generators, which allow getting trustworthy results on reserve transient stability under different perturbations. For the analysis of transient stability, we use the direct Lyapunov method.

One of the problems for this method application is to find the Lyapunov function that well reflects the properties of a parallel system of synchronous generators. The most reliable results were obtained when the analysis of transient stability was performed with a Lyapunov function of energy type. Another problem for application of the direct Lyapunov method is to determine the critical value of the Lyapunov function, which requires finding the non-stable equilibria of the system. Determination of the non-stable equilibria requires studying the Lyapunov function in a multidimensional space in a neighborhood of a stable equilibrium for the post-breakdown system; this is a complicated non-linear problem.

In the paper, we propose a method for determination of the non-stable equilibria on a multidimensional sphere. The method is based on a search of a minimum of the Lyapunov function on a multidimensional sphere the center of which is a stable equilibrium. Our method allows, comparing with the other, e.g., gradient methods, reliable finding a non-stable equilibrium and calculating the critical value. The reliability of our method is proved by numerical experiments. The developed methods and a program realized in a MATLAB package can be recommended for

design of a post-breakdown control system of synchronous generators or as a component of a real-time control system.

Publications with keywords: [transient stability](#), [Lyapunov function](#), [critical value](#), [multidimensional sphere](#), [synchronous generator](#)

Publications with words: [transient stability](#), [Lyapunov function](#), [critical value](#), [multidimensional sphere](#), [synchronous generator](#)

References

1. Pavella M. [From the general Lyapunov theory to practical direct method of analysis of dynamic stability of power systems]. *Elektrichestvo*, 2000, no. 6, pp. 14-26. (in Russian).
2. Kuzovkin V.A., Stepanov A.V. [An estimation of a transient stability margin for multimachine power systems using direct Lyapunov method]. *Elektrichestvo*, 2002, no. 1, pp. 2-8. (in Russian).
3. Xue Y., Wehenkel L., Delhomme R., Rousseaux P., Pavella M., Euxibie E., Heikbronn B., Lesigne J.-F. Extended equal area criterion revisited [EHV power systems]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 1992, vol. 7, no. 3, pp. 1012-1021. DOI: [10.1109/59.207314](#)
4. Komurcugil H., Kukrer O. Lyapunov-based control strategy for power-factor preregulators. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2003, vol. 50, iss. 9, pp. 1226-1229. DOI: [10.1109/TCSI.2003.816324](#)
5. Bergen A.R., Hill D.J., DeMarcot C.L. Lyapunov function for multimachine power systems with generator flux decay and voltage dependent loads. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 1986, vol. 8, no. 1, pp. 2-10. DOI: [10.1016/0142-0615\(86\)90019-0](#)
6. Anghel M., Milano F., Papachristodoulou A. Algorithmic Construction of Lyapunov Functions for Power System Stability Analysis. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2013, vol. 60, iss. 9, pp. 2533-2546. DOI: [10.1109/TCSI.2013.2246233](#)
7. Silva F.H.J.R., Alberto L.F.C., London Jr. J.B.A., Bretas N.G. Smooth perturbation on a classical energy function for lossy power system stability analysis. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2005, vol. 52, iss. 1, pp. 222-229. DOI: [10.1109/TCSI.2004.840090](#)
8. Jaewook Lee. Dynamic gradient approaches to compute the closest unstable equilibrium point for stability region estimate and their computational limitations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, vol. 48, iss. 2, pp. 321-324. DOI: [10.1109/TAC.2002.808492](#)
9. Avramenko V.N. Power system stability assessment for current states of the system. 2005 *IEEE Russia Power Tech*, 2005, pp. 1-6. DOI: [10.1109/PTC.2005.4524394](#)

10. Grujic Lj.T., Martynyuk A.A., Ribbens-Pavella M. Large Scale Systems Stability under Structural and Singular Perturbations. Springer Berlin Heidelberg, 1987. 366 p. DOI: [10.1007/BFb0006850](https://doi.org/10.1007/BFb0006850)
11. Bakhvalov N.S. *Chislennyye metody* [Numerical methods]. Moscow, Nauka Publ., 1973. 631 p. (in Russian).