НАУКА и ОБРАЗОВАНИЕ

Эл № ФС77 - 48211. Государственная регистрация №0421200025. ISSN 1994-0408

электронный научно-технический журнал

## Аналитическое резервирование измерительных систем летательного аппарата # 06, июнь 2013 DOI: 10.7463/0613.0571439 Дик В. В., Краснова С. А., Ткачев С. Б.

УДК 519.71

Россия, ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана volodka.8891@gmail.com skrasnova@list.ru mathmod@bmstu.ru

#### Введение

Один из возможных путей повышения надежности летательных аппаратов (ЛА) — внедрение систем аналитического резервирования различных измерительных устройств, установленных на борту ЛА. Под аналитическим резервированием понимается использование на борту ЛА специальных вычислительных алгоритмов, позволяющих получить оценки переменных состояния ЛА в случае отказа соответствующих измерительных устройств на основе информации, поступающей от устройств, предназначенных для измерения других переменных состояния или некоторых функций от переменных состояния. Повышение надежности информационного обеспечения процесса управления особенно важно для беспилотных летательных аппаратов, функционирующих в автоматическом или полуавтоматическом режимах.

Исследование возможности аналитического резервирования в настоящее время привлекают достаточно большое внимание. Так, например, для аппаратов вертикального взлета и посадки известны подходы к оцениванию угловых скоростей на основе косвенных измерений с использованием численных алгоритмов, а также к решению задачи отслеживания заданной траектории по высоте и боковому отклонению при отключенной системе измерения угла крена и соответствующей угловой скорости [1, 2].

С точки зрения математической теории управления система аналитического резервирования бортового измерительного устройства представляет собой наблюдатель состояния специальную динамическую систему, которая реализуется в вычислительной среде и в реальном времени позволяет получить оценки переменных состояния системы на основе данных, доступных измерению (выходов системы). Различные методы построения наблюдателей для линейных систем с неопределенностью приведены в [3], а для нелинейных систем — в [4]. Блочный подход к синтезу наблюдателей, работающих на скользящих режимах, предложен в [5]. Отметим, что для нелинейных систем с неопределенностью использование наблюдателей на скользящих режимах представляется достаточно удобным,поскольку наряду с информацией о переменных состояния системы, используемых для получения требуемых оценок, необходима информация только о максимальных по модулю значениях внешних возмущений.

В классической постановке для построения наблюдателя состояния требуется знать математическую модель объекта управления и динамическую модель внешних возмущений, действующих на объект. Однако адекватное моделирование внешних воздействий (ветровых возмущений, турбулентности и др.) в различных условиях полета на борту ЛА представляется практически неразрешимой проблемой.

Для решения задачи оценивания переменных состояния вместо моделирования внешних возмущений можно перейти к их оцениванию. Для решения этой задачи предлагается воспользоваться специально сконструированным наблюдателем, позволяющим наряду с оценкой переменных состояния системы получить и оценку действующих возмущений. Для этих целей оказалось удобным использовать наблюдатели на скользящих режимах [5].

Поскольку необходимость в получении оценки состояния обычно возникает в связи с решением задачи управления системой, в работе рассматривается комплексная задача синтеза обратной связи по состоянию, стабилизирующей движение по заданной траектории на этапе снижения и захода на посадку, с использованием данных о скорости ЛА, получаемых системой аналитического резервирования.

При этом предполагается, что в случае отказа инструментальной системы измерения скорости эта система отключается, и в алгоритме управления информацию от датчиков заменяется на оценки, получаемые с использованием вычислительных алгоритмов.

Отметим, что кроме оценок переменных состояния, получаемых наблюдателем, при синтезе закона управления могут быть использованы и оценки действующих внешних возмущений.

#### 1. Модель летательного аппарата

Будем рассматривать движение центра масс ЛА. В этом случае движение ЛА описывается системой шестого порядка [6]. В режиме снижения основным является управление движением ЛА в вертикальной плоскости, что позволяет перейти к рассмотрению упрощенной модели движения ЛА.

Движение ЛА в вертикальной плоскости будем описывать, используя траекторную и земную неподвижную системы координат [6]. Такой подход оказался весьма плодотворным при синтезе алгоритмов управления ЛА [7, 8, 9, 10]. Модель движения ЛА имеет вид [10]

$$\dot{H} = V \sin \vartheta, 
\dot{L} = V \cos \vartheta, 
\dot{V} = (n_x - \sin \vartheta)g + \eta_1(t), 
\dot{\vartheta} = \frac{(n_y - \cos \vartheta)g}{V} + \eta_2(t),$$
(1)

где H — высота, м; L — продольная дальность полета, м; V — путевая скорость, м/с;  $\vartheta$  — угол наклона траектории, измеряемый между вектором скорости и осью OX земной неподвижной системы координат, рад; g — ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $n_x$  и  $n_y$  продольная и поперечная перегрузки соответственно;  $\eta_1(t),\eta_2(t)$  — внешние возмущения, которые трактуются как неизвестные функции времени, ограниченные по модулю известными константами.

В системе (1) в качестве управлений рассматривают перегрузки  $n_x$ ,  $n_y$  [7, 8, 9]. При указанном выборе управлений система (1) является аффинной, и для синтеза программного и стабилизирующего управлений ее удобно преобразовать к каноническому виду [11, 12]. Такое преобразование существует [7] при  $V \neq 0$ ,  $|\vartheta| < \pi/2$ .

Обозначим  $y_1 = (y_{11}, y_{12})^{\mathsf{T}}, y_2 = (y_{21}, y_{22})^{\mathsf{T}},$ где

$$\begin{cases} y_{11} = H, \\ y_{12} = L, \\ y_{21} = V \sin \vartheta = V_y, \\ y_{22} = V \cos \vartheta = V_x, \end{cases}$$
(2)

Тогда замена переменных  $(y_1, y_2) = \Phi(H, L, V, \vartheta)$  приведет систему (1) в указанной области к каноническому виду

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = f(g) + C(\vartheta, V)\eta(t) + B(\vartheta)u, \end{cases}$$
(3)

записанному в виде «заготовки» [11], т.е. с правой частью, в которой присутствуют исходные переменные. Такой вид удобен для решения задачи синтеза стабилизирующего управления в исходных переменных. В уравнениях (3)

$$f = \begin{pmatrix} -g \\ 0 \end{pmatrix}; \quad B = g \begin{pmatrix} \sin \vartheta & \cos \vartheta \\ \cos \vartheta & -\sin \vartheta \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} \sin \vartheta & V \cos \vartheta \\ \cos \vartheta & -V \sin \vartheta \end{pmatrix};$$

 $u = (u_1, u_2)^{T}$  — вектор управляющих воздействий:  $u_1 = n_x, u_2 = n_y; \eta(t) = (\eta_1, \eta_2)^{T}$  — вектор внешних возмущений. Отметим, что det  $B = -g \neq 0$ , и канонический вид (3) аффинной системы (1) регулярен в рассматриваемой области.

http://technomag.bmstu.ru/doc/571439.html

#### 2. Базовый закон управления

Рассмотрим задачу автоматического управления движением ЛА по заданной траектории в вертикальной плоскости. Будем предполагать, что на ЛА действуют неизвестные ограниченные внешние возмущения, а измерениям доступен полный вектор состояния.

Пусть  $y_{1d}(t) = (y_{11d}, y_{12d}(t))^{T}$  — программное изменение высоты и дальности полета. Введем ошибку слежения

$$e_1 = y_1 - y_{1d}, \quad e_1 \in \mathbb{R}^2.$$
 (4)

Синтезируем с помощью блочного подхода [13, 14] закон управления, обеспечивающий выполнение условия

$$\lim_{t \to \infty} \|e_1(t)\| = 0.$$
(5)

Такой закон управления будем называть базовым.

Дифференцируя соотношение (4), получим

$$\dot{e}_1 = y_2 - \dot{y}_{1d}.$$
 (6)

Будем рассматривать в (6) вектор  $y_2$  как фиктивное управление v. Тогда (6) примет вид

$$\dot{e}_1 = -\dot{y}_{1d} + v. (7)$$

Положим

$$v(e_1, t) = -K_1 e_1 + \dot{y}_{1d},\tag{8}$$

где  $-K_1 \in R^{2 \times 2}$  — гурвицева матрица.

Система (7), замкнутая фиктивным управлением (8), имеет вид

$$\dot{e}_1 = -K_1 e_1,$$

и ее положение равновесия асимптотически устойчиво в силу гурвицевости матрицы - K<sub>1</sub>.

Поскольку точная реализация требуемого в соответствии с (8) изменения фиктивного управления  $v(e_1, t)$  с использованием реальных управлений не представляется возможной, введем в рассмотрение ошибку  $e_2 = y_2 - v(e_1, t)$ , которая описывает отклонение реального значения переменной  $y_2$  от требуемого.

С учетом (8) получим

$$e_2 = y_2 + K_1 e_1 - \dot{y}_{1d}. \tag{9}$$

Сделаем в (3) замену переменных, определяемую соотношениями (4), (9). Относительно новых переменных  $e_1, e_2 \in R^2$  из (3), (4) и (6)–(9) получим систему

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -K_1 e_1 + e_2, \\ \dot{e}_2 = f(g) + C(\vartheta, V)\eta(t) + K_1(-K_1 e_1 + e_2) - \ddot{y}_{1d} + B(\vartheta)u. \end{cases}$$
(10)

Примем базовый закон управления в виде

$$u = -B^{-1}(\vartheta) \left( K_1 \left( -K_1 e_1 + e_2 \right) + K_2 e_2 + f(g) - \ddot{y}_{1d} + C(\vartheta, V) \eta(t) \right),$$
(11)

где  $(-K_2) \in R^{2 \times 2}$  — гурвицева матрица. Система (10), замкнутая обратной связью (11), есть стационарная линейная система

$$\dot{e}_1 = -K_1 e_1 + e_2, \quad \dot{e}_2 = -K_2 e_2,$$
(12)

устойчивая в силу выбора матриц  $K_1$ ,  $K_2$  и свойств каскадных систем [5].

Желаемые параметры переходного процесса системы (12) обеспечиваются путем выбора элементов матриц  $K_1, K_2$ . Например, эти матрицы можно выбрать диагональными, положив

$$K_1 = \operatorname{diag}(k_{11}, k_{12}), \ k_{1i} > 0, \ K_2 = \operatorname{diag}(k_{21}, k_{22}), \ k_{2i} > 0.$$

## 3. Информационное обеспечение базового закона управления

Для реализации обратной связи (11) необходимо знать полный вектор состояния системы (5) и вектор  $\eta(t)$  внешних возмущений. Задачи получения оценок вектора состояния и вектора внешних возмущений могут быть решены с использованием наблюдателей на скользящих режимах [5].

Данные наблюдатели при определенных условиях выполняют двойную функцию, а именно, по выходным сигналам позволяют получить текущие оценки как неизмеряемых переменных вектора состояния, так и значения правых частей соответствующих дифференциальных уравнений, которые включают внешние воздействия.

Будем полагать, что измеряются только высота H и продольная дальность L. Рассмотрим первую задачу — получение оценок путевой скорости V и угла наклона траектории  $\vartheta$ . Отметим, что оценку скорости можно получить прямым дифференцированием измеряемых сигналов (см., например, [15]), однако задачу получения оценок двух переменных удобнее решать с использованием наблюдателей.

На основе первого уравнения системы (3) построим наблюдатель по части переменных

$$\dot{z}_0 = v_0, \tag{13}$$

где  $z_0 \in R^2$  — вектор переменных состояния наблюдателя,  $v_0 \in R^2$  – вектор корректирующих воздействий наблюдателя. Такой наблюдатель называют укороченным [7].

Относительно ошибки наблюдения  $arepsilon_0=y_1-z_0\in R^2$  имеем систему

$$\dot{\varepsilon}_0 = y_2 - v_0$$

Предположим, что шумы в измерениях отсутствуют и  $||y_2(t)|| \leq Y_2$ , где  $Y_2$  — известная константа в течение всего рассматриваемого временного интервала. Выберем разрывные

корректирующие воздействия  $v_0 = M_0 \operatorname{sign} \varepsilon_0$ , здесь и далее  $\operatorname{sign} \varepsilon_0 = (\operatorname{sign} \varepsilon_{01}, \operatorname{sign} \varepsilon_{02})^{\mathrm{T}}$ . При выборе амплитуды корректирующих воздействий  $M_0 > Y_2$  обеспечивается достаточное условие возникновения скользящего режима  $\varepsilon_0^T \dot{\varepsilon}_0 < 0$ , и за конечное время  $t_0 > 0$  в малой окрестности поверхности  $\varepsilon_0 = 0$  возникает скользящий режим [16].

При  $t > t_0$  из уравнения статики  $\dot{\varepsilon}_0 = y_2 - v_{0eq} = 0$  найдем эквивалентное управление  $v_{0eq}(t) = y_2(t)$ . Это управление соответствует медленно меняющейся составляющей разрывного управления и для ее выделения нужно отфильтровать высокочастотную составляющую разрывного управления. С этой целью традиционно используют фильтры первого порядка с малыми постоянными времени [16]:

$$\mu_0 \dot{\tau}_0 = -\tau_0 + v_0, \tag{14}$$

где  $\tau_0 = (\tau_{01}, \tau_{02})^T$  — переменные состояния,  $\mu > 0$  — постоянная времени фильтра. Фильтр (14) позволяет за теоретически конечное время получить оценки неизмеряемых переменных, поскольку

$$\lim_{\mu \to +0} \tau_0(t) = v_{0eq}(t), \quad \tau_{0i}(t) = y_{2i}(t) + O_{0i}(\mu_0, t), \quad i = 1, 2,$$
(15)

где  $\lim_{\mu_0 \to +0} O_{0i}(\mu_0, t) = 0, i = 1, 2.$ 

При этом, пренебрегая быстро затухающими собственными колебаниями фильтра, с учетом введенной замены (2), получаем следующие соотношения:

$$\tilde{V} = \sqrt{\tau_{01}^2 + \tau_{02}^2}, \quad \sin \tilde{\vartheta} = \frac{\tau_{01}}{\tilde{V}}, \quad \cos \tilde{\vartheta} = \frac{\tau_{02}}{\tilde{V}}, \tag{16}$$

из которых легко находятся искомые оценки  $\tilde{V}$  и  $\tilde{\vartheta}$ .

С использованием полученных оценок составляющие базового закона управления (11) принимают вид

$$\tilde{e}_2 := \tau_0 + K_1 e_1 - \dot{y}_{1d}, \quad \tilde{B}^{-1} := \frac{1}{g} \begin{pmatrix} \sin \tilde{\vartheta} & \cos \tilde{\vartheta} \\ \cos \tilde{\vartheta} & -\sin \tilde{\vartheta} \end{pmatrix}, \quad \tilde{C} := \begin{pmatrix} \sin \tilde{\vartheta} & \tilde{V} \cos \tilde{\vartheta} \\ \cos \tilde{\vartheta} & \tilde{V} \sin \tilde{\vartheta} \end{pmatrix}.$$
(17)

Для информационного обеспечения базового закона управления (11) достаточно оценок (16)–(17), полученных с помощью укороченного наблюдателя (13)–(14), если имеется аналитическое описание программного изменения  $y_{1d}(t)$  в виде гладких функций времени (что позволит вычислять их производные до второго порядка), а внешние возмущения отсутствуют ( $\eta(t) \equiv 0$ ).

Пусть на объект управления действуют внешние возмущения, а программная траектория формируется в виде набора точек в трехмерном пространстве, в которые ЛА необходимо попадать в заданные моменты времени.

Рассмотрим задачу построения наблюдателя состояния по всем переменным для оценивания внешних возмущений и производных программной траектории. Предполагаем, что известны ошибки слежения  $e_1(t) = y_1 - y_{1d}$ , а оценки  $\sin \tilde{\vartheta}$ ,  $\cos \tilde{\vartheta}$  получены с помощью наблюдателя (13)–(14). С целью упрощения структуры регулятора будем строить наблюдатель состояния на скользящих режимах на основе системы (10), записанной относительно ошибок слежения [17]:

$$\dot{z}_1 = -K_1 e_1 + z_2 + v_1, \quad \dot{z}_2 = f(g) - K_1^2 e_1 + K_1 z_2 + B(\tau) u + v_2,$$
 (18)

где  $z_1, z_2 \in R^2$  — переменные состояния наблюдателя,  $v_1, v_2 \in R^2$  — корректирующие воздействия наблюдателя. Относительно ошибок наблюдения  $\varepsilon_i = e_i - z_i$ , i = 1, 2, имеем систему

$$\dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2 - v_1, \quad \dot{\varepsilon}_2 = K_1 \varepsilon_2 + \varphi(t) + \Delta B u - v_2,$$
(19)

где  $\varphi(t) = C(\vartheta, V)\eta(t) - \ddot{y}_{1d}, \Delta B = B(\tau) - B(\vartheta).$ 

Предположим, что шумы в измерениях отсутствуют и

$$\|\varepsilon_2(t)\| \le E, \quad \|\Delta Bu(t)\| \le U, \quad \|\varphi(t)\| \le F$$

где *E*, *U*, *F* — известные константы. Выполним процедуру каскадного синтеза [5] разрывных корректирующих воздействий наблюдателя состояния (18) с учетом (19).

Выбор в первом блоке (18) разрывных корректирующих воздействий  $v_1 = M_1 \operatorname{sign} \varepsilon_1$ при  $M_1 > E$  обеспечивает выполнение достаточных условий возникновения скользящего режима  $\varepsilon_1^T \dot{\varepsilon}_1 < 0$  и за конечное время  $t_1 > 0$  в малой окрестности поверхности  $S_1 = \{\varepsilon_1 = 0\}$ возникнет скользящий режим. При  $t > t_1$  найдем эквивалентное управление из уравнения статики

$$\dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2 - v_{1eq} = 0, \quad v_{1eq}(t) = \varepsilon_2(t).$$

Значение  $v_{1eq}(t)$  получим с помощью фильтра первого порядка, аналогичного (14):

$$\mu_1 \dot{\tau}_1 = -\tau_1 + v_1, \tag{20}$$
$$\lim_{\mu_1 \to +0} \tau_1(t) = v_{1eq}(t), \quad \tau_1(t) = \varepsilon_2(t) + O_1(\mu_1, t),$$

где  $\tau_1 = (\tau_{11}, \tau_{12})^{\mathrm{T}}$  — переменные состояния;  $\mu_1 > 0$  — постоянная времени фильтра;  $\lim_{\mu_1 \to +0} O_{1i}(\mu_1, t) = 0, i = 1, 2.$ 

Полученные оценки используем для синтеза разрывного корректирующего воздействия во втором блоке наблюдателя (18):  $v_2 = M_2 \operatorname{sign} \tau_1 = M_2 \operatorname{sign} \varepsilon_2$ . При  $M_2 > E \max\{k_{11}, k_{12}\} + F + U$  обеспечивается выполнение достаточных условий возникновения скользящего режима:  $\varepsilon_2^T \dot{\varepsilon}_2 < 0$ . За теоретически конечное время  $t_2 > t_1$  в малой окрестности многообразия  $S_2 = \{S_1 \cap \varepsilon_2 = 0\}$  возникнет скользящий режим. При  $t > \max\{t_2, t_0\}$  можно пренебречь ошибкой наблюдения укороченного наблюдателя (13). Заметим, что и  $\|\Delta Bu\| \to 0$ . Тогда уравнение статики имеет вид:

$$\dot{\varepsilon}_2 = \varphi(t) - v_{2eq} = 0, \quad v_{2eq}(t) = \varphi(t).$$

Значение эквивалентного управления получим с помощью фильтра первого порядка

$$\mu_2 \dot{\tau}_2 = -\tau_2 + v_2. \tag{21}$$

http://technomag.bmstu.ru/doc/571439.html

Здесь

$$\lim_{\mu_2 \to +0} \tau_2(t) = v_{2eq}(t), \quad \tau_2(t) = \varphi(t) + O_2(\mu_2, t),$$

где  $\tau_2 = (\tau_{21}, \tau_{22})^{\mathrm{T}}$  — переменные состояния;  $\mu_2 > 0$  — постоянная времени фильтра;  $\lim_{\mu_2 \to +0} O_{2i}(\mu_2, t) = 0, i = 1, 2.$ 

Таким образом, в предположении, что прямым измерениями подлежат только ошибки слежения  $e_1(t)$ , автономные динамические модели задающих воздействий и внешних возмущений отсутствуют, укороченный (13) и полный (18) наблюдатели на скользящих режимах позволяют получить текущие оценки как переменных вектора состояния объекта управления, так и внешних воздействий. Существенно, что и закон управления (11), и наблюдатель (18) синтезируются на основе системы (10), записанной относительно ошибок слежения, что не требует выполнения прямых и обратных замен переменных в реальном времени.

Тот факт, что наблюдатели (13), (18) сходятся за теоретически конечное время, позволяет при  $t > \max\{t_2, t_0\}$  не учитывать ошибки наблюдения в замкнутой системе при реализации базового закона управления (11) в виде

$$u = -\tilde{B}^{-1} \left( K_1 (-K_1 e_1 + z_2) + K_2 z_2 + f(g) + \tau_2 \right).$$
(22)

Структурная схема замкнутой системы управления, включающей систему аналитического резервирования бортовых приборов, показана на рис. 1.

#### 4. Результаты моделирования

При заходе ЛА на посадку выделяют несколько этапов, из которых основными являются этап снижения, которое осуществляется практически по прямой линии, и этап выравнивания, в результате выполнения которого вектор скорости ЛА становится параллельным земле.

Для численного моделирования зададим программное изменение высоты и дальности на этих этапах следующим образом.

На первом этапе происходит снижение с высоты 400 м до 16 м. Положим, что продольная и вертикальная составляющие скорости движения на этом этапе постоянны и равны соответственно  $V_x = 80$  м/сек и  $V_y = -4$  м/с, тогда

$$H_d = 400 - 4t, \quad L_d = 80t. \tag{23}$$

Длительность этого этапа составляет 96 секунд.

При достижении ЛА высоты 16 м начинается следующий этап. На этом этапе уменьшается угол наклона траектории, а также продольная и вертикальная составляющие скорости полета.

На этом участке высота  $H_d$  уменьшается от 16 м до 0 м, скорость движения - до 70 м/сек. В конце участка угол наклона траектории становится равным 0. Время движения составляет T = 10 с.



Рис. 1. Структурная схема замкнутой системы

Траекторию движения на этом участке будем задавать с помощью полиномиальных функций вида

$$H_{d} = a_{5}t^{5} + a_{4}t^{4} + a_{3}t^{3} + a_{2}t^{2} + a_{1}t + a_{0},$$

$$L_{d} = b_{5}t^{5} + b_{4}t^{4} + b_{3}t^{3} + b_{2}t^{2} + b_{1}t + b_{0},$$
(24)

где коэффициенты  $a_i, b_i, i = 0, ..., 5$ , выберем по алгоритмам, описанным в [8, 9] так, чтобы удовлетворялись заданные граничные условия, и в в точке «стыковки» траекторий (23) и (24) выполнялись условия согласования производных: производные  $\dot{H}_d, \ddot{H}_d, \dot{L}_d$  и  $\ddot{L}_d$  слева и справа должны быть равны между собой. Дополнительно потребуем, чтобы в конце второго участка  $\ddot{H}_d(T) = 0$  и  $\ddot{L}_d(T) = 0$ .

При использовании полиномиальных функций вида (24) основной проблемой является выбор времени движения *T*. В данном примере время подбиралось на основе результатов моделирования.

Компьютерное моделирование проведено с помощью программного комплекса Matlab. На рис. 2–5 представлены эталонные графики, полученные в предположении, что все переменные состояния известны, внешние возмущения отсутствуют, траектория полета известна и задается аналитически соотношениями (23)–(24).



Рис. 2. Эталонный график траектории движения ЛА







Рис. 4. Эталонный график скорости полета ЛА



Рис. 5. Эталонный график управляющих воздействий

На следующей серии графиков (рис. 6–8) представлены результаты моделирования замкнутой системы с наблюдателями состояния на скользящих режимах (см. рис. 1).





Рис. 7. График угла наклона траектории ЛА при действии внешних возмущений



Рис. 8. График управляющих воздействий при действии внешних возмущений

Предполагалось, что прямым измерениям доступен только вектор выходных переменных  $y_1$  (высота и дальность полета), на объект действуют неизвестные ограниченные возмущения (при моделировании принято  $\eta_1(t) = 2 \sin t$ ,  $\eta_2(t) = 0.01 \sin 2t$ ), аналитический вид задающих воздействий не известен, текущие значения  $y_{1d}(t)$  генерировались уравнениями (23) и (24). На первом графике изображена траектория движения ЛА в случае, если сразу после начала движения регулирование осуществляется на основе оценок, полученных в наблюдателях состояния (13), (18).

При таком сценарии использования наблюдателей состояния параметры переходных процессов на начальном этапе неудовлетворительны, несмотря на то, что в целом задача стабилизации движения по заданной траектории решена. Это обусловлено тем, что в первые несколько секунд процесса управления оценки, получаемые с помощью наблюдателей состояния, имеют большое отклонение от реальных наблюдаемых переменных, и только после установления скользящего режима погрешность наблюдения становится пренебрежимо малой. Чтобы избежать нежелательных эффектов во время переходных процессов, регулирование по наблюдателям (13), (18) следует включать не сразу, а с некоторой временной задержкой. Такой сценарий использования данных, получаемых наблюдателями состояния, предполагает, что за достаточно малое время будут получены оценки наблюдаемых величин с пренебрежимо малыми ошибками, после чего эти оценки начинают использоваться в базовом законе управления. Моделирование показывает, что в этом случае переходные процессы имеют приемлемое качество.

Возникновения указанной проблемы можно избежать, если держать систему аналитического резервирования в «горячем» резерве, получая оценку от наблюдателей постоянно. Результаты сравнения такой оценки с данными, получаемыми прямыми измерениями, можно использовать для диагностики отказов измерительных систем.

#### Заключение

Вычислительные эксперименты показывают, что при «аккуратном» использовании наблюдателей состояния замена в законе управления отсутствующих переменных состояния их аналитическими оценками позволяет сохранить уже имеющуюся схему управления, а также построить семейство однотипных схем управления, работающих с разным множеством измеряемых переменных состояния и различающихся только внутренними алгоритмами получения оценок.

К достоинствам предложенной схемы реализации наблюдателей на скользящих режимах можно отнести возможность получать оценки внешних возмущений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 11-01-00733, 12-07-00329) и Программы Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (грант НШ-3659.2012.1).

## Список литературы

- Do K.D., Liang Z.P., Pan J. On Global Tracking Control of a VTOL Aircraft without Velocity Measurements // IEEE Trancactions on Automatic Control. 2003. Vol. 48, no. 12. P. 2212–2217. DOI: 10.1109/TAC.2003.820148.
- Wang X., Liu J., Cai K.-Y. Tracking control for VTOL aircraft with disable IMUs // International Journal of Systems Science. 2010. Vol. 41, no. 10. P. 1231–1239.
- 3. Коровин С.К., Фомичев В.В. Наблюдатели состояния для линейных систем с неопределенностью. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 224 с.
- 4. Голубев А.Е., Крищенко А.П., Ткачев С.Б. Стабилизация нелинейных динамических систем с использованием оценки состояния системы асимптотическим наблюдателем (обзор) // Автоматика и телемеханика. 2005. № 7. С. 3–42.

- 5. Краснова С.А., Уткин В.А. Каскадный синтез наблюдателей состояния динамических систем. М.: Наука, 2006. 272 с.
- 6. Остославский И.В., Стражева И.В. Динамика полета. Траектории летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1969. 500 с.
- Канатников А.Н., Крищенко А.П. Терминальное управление пространственным движением летательных аппаратов // Известия РАН. Теория и системы управления, 2008. № 5. С. 51–64.
- Канатников А.Н., Шмагина Е.А. Задача терминального управления движением летательного аппарата // Нелинейная динамика и управление: Сб. статей. Вып. 7 / Под ред. С.В. Емельянова, С.К. Коровина. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. С. 79–94.
- 9. Крищенко А.П., Канатников А.Н., Ткачев С.Б. К задаче построения траектории и управления движением летательных аппаратов // Проблемы нелинейного анализа в инженерных системах. 2010. Т. 16, № 2 (34). Р. 88–103.
- 10. Крищенко А.П., Канатников А.Н., Ткачев С.Б. Допустимые пространственные траектории беспилотного летательного аппарата в вертикальной плоскости // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2012. № 3. Режим доступа: http://technomag.edu.ru/doc/367724.html (дата обращения 26.10.2012).
- 11. Краснощеченко В.И., Крищенко А.П. Нелинейные системы: геометрические методы анализа и синтеза. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2005. 520 с.
- Крищенко А.П. Преобразование многомерных аффинных управляемых систем // Управляемые нелинейные системы: сб. статей. М.: ВНИИ Системных Исследований, 1991. № 2. С. 5–14.
- 13. Дракунов С.В., Изосимов Д.Б., Лукьянов А.Г., Уткин В.А., Уткин В.И. Принцип блочного управления. Ч. I // Автоматика и телемеханика. 1990. № 5. С. 3–13.
- 14. Дракунов С.В., Изосимов Д.Б., Лукьянов А.Г., Уткин В.А., Уткин В.И. Принцип блочного управления. Ч. II // Автоматика и телемеханика. 1990. № 6. С. 20–31.
- Levant A. Robust Exact Differentiation via Sliding Mode Technique // Automatica. 1998. Vol. 34. P. 379–384.
- Уткин В.И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. М.: Наука, 1981.
   368 с.
- 17. Краснова С.А., Мысик Н.С. Синтез инвариантной системы управления продольным движением летательного аппарата // Автоматика и телемеханика. 2011. № 10. С. 104–116.

# **SCIENCE and EDUCATION**

EL Nº FS77 - 48211. Nº0421200025. ISSN 1994-0408

electronic scientific and technical journal

# Analytical reservation of measuring systems of an aircraft # 06, June 2013 DOI: 10.7463/0613.0571439

Dik V. V., Krasnova S. A., Tkachev S. B.

V.A. Trapeznikov ICS RAS, Moscow, Russian Federation Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russian Federation volodka.8891@gmail.com skrasnova@list.ru mathmod@bmstu.ru

The problem of analytical reservation of measuring systems of an aircraft is solved with the use of state observers. The problem of tracking a program trajectory which implements landing maneuvers (approach and round-out) is solved by using estimates obtained by state observers. Aircraft movement in vertical plane was considered. It was assumed that the aircraft is exposed to limited unknown external disturbances. As a system of analytical reservation of board instruments, cascade system of state observers working on the sliding mode was proposed. This system allowed to estimate both some of the variables of the state vector and external disturbances acting on the aircraft. Simulation results were presented in the article.

## References

- Do K.D., Liang Z.P., Pan J. On Global Tracking Control of a VTOL Aircraft without Velocity Measurements. *IEEE Trancactions on Automatic Control*, 2003, vol. 48, no. 12, pp. 2212–2217. DOI: 10.1109/TAC.2003.820148.
- 2. Wang X., Liu J., Cai K.-Y. Tracking control for VTOL aircraft with disable IMUs. *International Journal of Systems Science*, 2010, vol. 41, no. 10, pp. 1231–1239.
- 3. Korovin S.K., Fomichev V.V. *Nablyudateli sostoyaniya dlya lineynykh sistem s neopredelennost'yu* [Observers of state for linear systems with uncertainty]. Moscow, FIZMATLIT, 2007. 224 p.
- Golubev A.E., Krishchenko A.P., Tkachev S.B. Stabilizatsiya nelineynykh dinamicheskikh sistem s ispol'zovaniem otsenki sostoyaniya sistemy asimptoticheskim nablyudatelem (obzor) [Stabilization of Nonlinear Dynamic Systems Using the System State Estimates Made by the Asymptotic Observer]. *Avtomatika i telemekhanika*, 2005, no. 7, pp. 3–42. (Trans. version: *Automation and Remote Control*, 2005, vol. 66, no. 7, pp. 1021–1058. DOI: 10.1007/s10513-005-0147-5).
- 5. Krasnova S.A., Utkin V.A. *Kaskadnyy sintez nablyudateley sostoyaniya dinamicheskikh system* [Cascaded design of state observers of dynamical systems]. Moscow, Nauka, 2006. 272 p.

- 6. Ostoslavskiy I.V., Strazheva I.V. *Dinamika poleta. Traektorii letatel'nykh apparatov* [Flight dynamics. The trajectories of aircraft]. Moscow, Mashinostroenie, 1969. 500 p.
- Kanatnikov A.N., Krishchenko A.P. Terminal'noe upravlenie prostranstvennym dvizheniem letatel'nykh apparatov [Terminal control of spatial motion of flying vehicles]. *Teoriya i sistemy upravleniya*, 2008, no. 5, pp. 51–64. (Trans. version: *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2008, vol. 47, no. 5, pp. 718–731. DOI: 10.1134/S1064230708050055).
- Kanatnikov A.N., Shmagina E.A. Zadacha terminal'nogo upravleniya dvizheniem letatel'nogo apparata [Terminal control problem of flying vehicle motion]. *Nelineinaia dinamika i upravlenie: sbornik statei. Vyp.* 7 [Nonlinear dynamics and control: collected articles. Iss. 7]. Moscow, Phismatlit, 2010, pp. 79–94.
- Krishchenko A.P., Kanatnikov A.N., Tkachev S.B. K zadache postroeniya traektorii i upravleniya dvizheniem letatel'nykh apparatov [Building trajectory and control for flying Vehicles]. *Problems of nonlinear analysis in engineering systems* [Problems of Nonlinear Analysis in Engineering Systems], 2010, vol. 16, no. 2 (34), pp. 88–103.
- Krishchenko A.P., Kanatnikov A.N., Tkachev S.B. Dopustimye prostranstvennye traektorii bespilotnogo letatel'nogo apparata v vertikal'noy ploskosti [Admissible Spatial Trajectories of the Unmanned Aeral Vechicle in the Vertical Plane]. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education of the Bauman MSTU], 2012, no. 3. Available at: http://technomag.edu.ru/doc/367724.html, accessed 26.10.2012.
- Krasnoshchechenko V.I., Krishchenko A.P. *Nelineynye sistemy: geometricheskie metody analiza i sinteza* [Nonlinear systems: geometrical methods of analysis and synthesis]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2005. 520 p.
- Krishchenko A.P. Preobrazovanie mnogomernykh affinnykh upravlyaemykh system [Transformation of multidimensional affine controlled systems]. *Upravlyaemye nelineynye sistemy:* sb. statey [Controlled non-linear systems: collect. articles]. Moscow, Research Institute of Systems Research, 1991, no. 2, pp. 5–14.
- Drakunov S.V., Izosimov D.B., Luk'yanov A.G., Utkin V.A., Utkin V.I. Printsip blochnogo upravleniya. Ch. 1 [Block Control Principle. Pt. 1]. *Avtomatika i telemekhanika*, 1990, no. 5, pp. 3–13.
- Drakunov S.V., Izosimov D.B., Luk'yanov A.G., Utkin V.A., Utkin V.I. Printsip blochnogo upravleniya. Ch. 2 [Block Control Principle. Pt. 2]. *Avtomatika i telemekhanika*, 1990, no. 6, pp. 20–31.
- Levant A. Robust Exact Differentiation via Sliding Mode Technique. *Automatica*, 1998, vol. 34, pp. 379–384.
- 16. Utkin V.I. *Skol'zyashchie rezhimy v zadachakh optimizatsii i upravleniya* [Moving States in Optimization and Control Problems]. Moscow, Nauka, 1981. 368 p.
- Krasnova S.A., Mysik N.S. Sintez invariantnoy sistemy upravleniya prodol'nym dvizheniem letatel'nogo apparata [Design of invariant control system for longitudinal motion of flight vehicle]. *Avtomatika i telemekhanika*, 2011, no. 10, pp. 104–116. (Trans. version: *Automation and Remote Control*, 2011, vol. 72, no. 10, pp. 2100–2111. DOI: 10.1134/S0005117911100092.)