

О тензорно – нелинейной модели пластических материалов, учитывающей диссипативные изменения структуры и ее самоорганизацию

05, май 2014

DOI: 10.7463/0514.0709269

Комков К. Ф.

УДК 539.3; 539.374

Россия, Военно-технический университет

06kfk38@mail.ru

Введение

Математическая модель для разрыхляющихся сред, с достаточно полным и подробным выводом тензорно – нелинейных уравнений изложена в книге автора [1]. В ней, как и в работах [2] и [3], читатель найдет наиболее простую формулировку материальным функциям, с приданием им физического смысла и методики их определение по результатам испытаний. В ней приведены исследования нестабильных материалов, таких как серые чугуны и квазиизотропные композиты, а так же стабильных металлов, для которых в отечественной и зарубежной литературе можно найти результаты экспериментальных исследований, например, в работах В. Лоде [4], Е. Девиса [5], Ягна Ю. И. [6] и других.

Эта модель показывает согласие теории с опытными данными, по описанию тензорной нелинейности, объединяющей собой дилатансию, деформационную анизотропию и другие эффекты, сопровождающие деформацию многих материалов, вызванных пластическими сдвигами, потерей внутренних связей или снижением их жесткости. Анализ результатов упомянутых работ позволил показать, что допущение «о несжимаемости» металлов при пластической деформации может приводить к неточностям обработки результатов испытаний. С помощью этой модели появилась возможность восполнить сведения обо всех деформациях образца, и в первую очередь об объемной деформации, и прийти к более точным выводам о нелинейности материала, если есть различие его поведения при разных напряженных состояниях.

«Скудная» опытная информация о дополнительной объемной деформации (дилатансии) ведет к введению допущения «о несжимаемости», которое до сих пор используется при выводе определяющих уравнений для решения практических задач. Мало того, в не-

которых работах утверждается, что пластическое течение твердых тел происходит без изменения объема, то есть является изохорическим. Чтобы показать, что такой подход может привести к сомнительным результатам, далее для совершенствования математической модели были использованы результаты экспериментальных исследований алюминиевого сплава, поскольку для него были найдены наиболее полные сведения о деформациях. Вариант модели, учитывающий диссипативные изменения структуры, оказался не способным отразить упомянутую особенность этого и подобных сплавов, заключающуюся в аномально высоких значениях коэффициента поперечной деформации при пластическом растяжении и сжатии.

Для предлагаемого варианта модели, его апробации и проверки определяющих уравнений приняты результаты испытаний Джерарда Ж. и Уайлдхорна С. [7]. Результаты этих испытаний представлены так же в книге А. Надаи [8], в которой сообщается об аналогичных точных измерениях коэффициента (Пуассона), проведенных в области перехода от упругих деформаций к начальным пластическим деформациям на образцах из трех алюминиевых сплавов, испытанных при комнатной температуре. А. Надаи внимательно отнесся к этим результатам, поэтому в книге [8] он дал анализ этой особенности, из которого следует, что аномальное поведение сплавов связано со структурными процессами. Они коротко описаны следующим комментарием «...можно предположить, что определенные зоны ослаблений... в фибриллярной структуре металла реагировали на растяжение иначе, чем на сжатие.... В первом случае остаточное объемное изменение должно становиться отрицательным, поскольку «дыры»...должны частично закрываться под напряжением, тогда как при сжатии объемное расширение должно стать положительным... из-за образования новых пустот...».

Алюминиевые и другие легкие сплавы нашли широкое применение в промышленности. Им уделяют внимание многие исследователи по разным направлениям и, прежде всего, с точки зрения проявления ими, так называемой сверхпластичности. Одной из наиболее актуальных проблем, которой посвящены многие исследования. Определяющие уравнения для данных сред с позиции механики деформируемого твердого тела еще находятся на стадии разработки. Современные металлографические исследования, результаты которых представлены в работах [9] и [10], выявили, что действующими механизмами деформации отмеченной группы сплавов являются зернограницное, внутризеренное, дислокационное скольжения и рекристаллизация. Эти исследования дают убедительные доказательства того факта, что внутренние процессы включает в себя механизм «самозалечивания» дефектов. В результате структурной самоорганизации процесс разрыхления может стать на второе место, что проявляется изменением параметров, характеризующих объемную деформацию и дилатансию. Последняя может быть как отрицательной, например, при растяжении, что подтверждается аномально высокими значениями коэффициента поперечной деформации, так и положительной при сжатии, и в большей мере зависеть от вида напряженного состояния, чем для ранее рассмотренных сред.

1. Анализ результатов испытаний Ж.Джерарда и С. Уайлдхорна сплава

Из приведенной фразы А. Надаи [8] следует, что исследователи - механики предвосхищали структурные изменения, которые подробно изучены позднее. Используя достоинства уже освоенной модели и опираясь на результаты испытаний [7], для предлагаемого варианта модели приняты исходные данные по графикам, приведенным на рис. 1 а). Он является точной копией рисунка, который дан в книге А. Надаи [8] с добавлением крестиков, назначение которых последует ниже. Образцы для испытаний изготовлены из стержней, испытания которых проводились при комнатной температуре.

Диаграммы показаны в виде одной кривой с восходящей ветвью от начала координат для растяжения и нисходящей для сжатия. Они имеют отчетливые линейно-упругие участки до деформаций равных $\sim 0,003$. На рисунке представлены кривая «напряжение – деформация» и кривые для коэффициентов поперечных деформаций при растяжении и сжатии. Экспериментальные сведения о коэффициенте поперечной деформации в зависимости от деформации показаны точками. Сплошная линия, их аппроксимирующая, относящаяся к ветви сжатия, поднимается выше значения 0,5, а ветвь для растяжения не пересекает его, но лежит выше значений, вычисленных из условия линейного изменения объемной деформации с ростом пластической деформации.

По этому условию значения коэффициентов могут быть вычислены по формуле:

$$\nu_t = (1 - \sigma/(3K\varepsilon))/2, \quad (1)$$

где σ и ε осевое напряжение и деформация при растяжении или сжатии, $K = E/3(1 - 2\nu')$ - модуль объемного расширения, ν' - начальное значение коэффициент Пуассона. Значения коэффициентов, показанные крестиками, лежат ниже опытных точек и кривых для текущих коэффициентов ν . Расстояние между крестиками и сплошных линий для коэффициента ν указывает на наличие дополнительной объемной деформации к ее линейной части.

Для сжатия она является положительной, а для растяжения – отрицательной. Знак показывает на преобладание внутренних процессов, диссипативных для сжатия или самоорганизации для растяжения. Чтобы прояснить, какое влияние эти процессы оказывают на деформационные свойства при всех других видах напряженного состояния, можно узнать, воспользовавшись моделью.

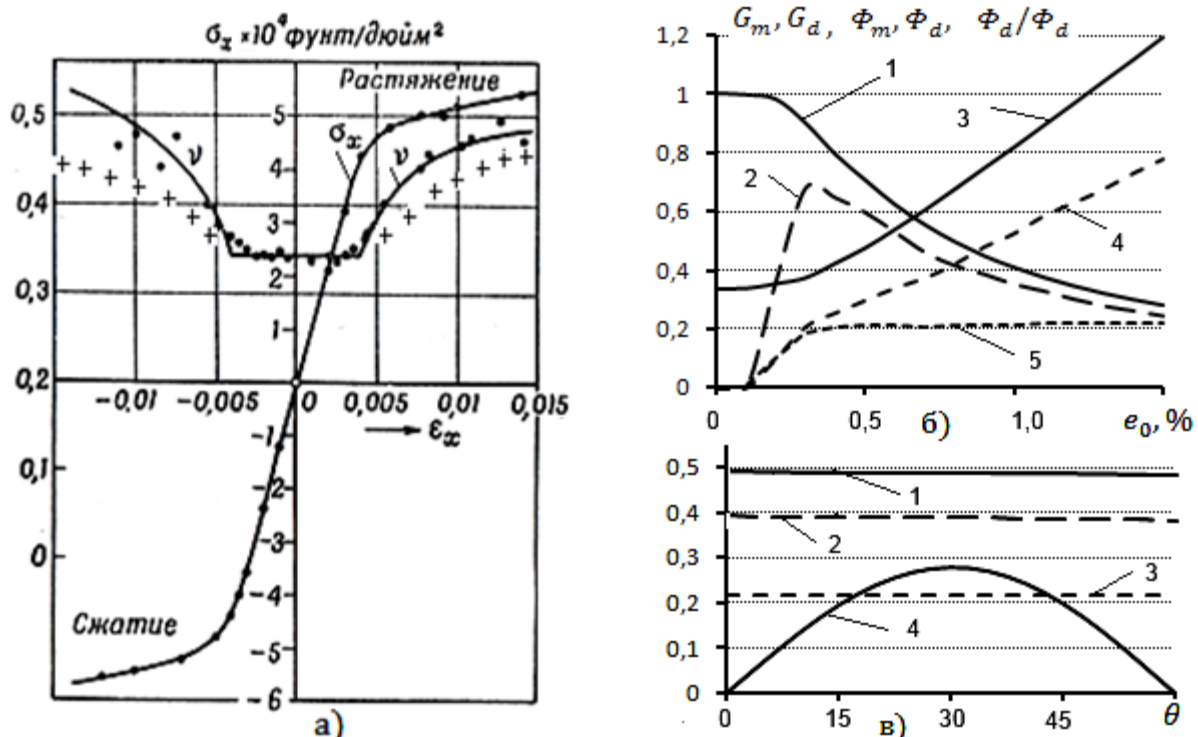


Рис. 1 а). Кривая «напряжение – деформация» и кривые для коэффициентов поперечных деформаций при растяжении и сжатии для алюминиевого сплава 24S-T4 (результаты испытаний Ж.Джерарда и С. Уайлдхорна). Изменение характеристик: б) среднего модуля G_m – кривая 1, среднеквадратического модуля G_d – кривая 2, средней податливости Φ_m – кривая 3, среднеквадратической податливости Φ_d – кривая 4 и отношения Φ_m/Φ_d – кривая 5 от деформации e_0 при $\theta = 30^\circ$; в) податливостей Φ_m – кривая 1, Φ_d – кривая 2, отношения Φ_m/Φ_d – прямая 3 и фазы подобия девиаторов ω – кривая 4 от угла θ при $e_0 = 1,2\%$.

Здесь уместно отметить, что снижение объемной деформации при одноосном растяжении образцов полиэтилена было выявлено по коэффициентам поперечных деформаций ν_{12} и ν_{13} в работе [11]. Экспериментальными исследованиями получены зависимости этих коэффициентов от уровня напряжения и температуры. Показано, что при температуре примерно 22° и напряжении 5 МПа они могут достигать значения 0,7. Авторы этой работы подчеркивают, что уплотнение полиэтилена связано со структурными изменениями надмолекулярных образований и увеличении степени их упорядоченности. Полиэтилен проявляет существенную зависимость свойств от времени. Этот факт и отсутствие каких-либо данных об испытаниях на сжатие не позволяет нам далее воспользоваться результатами этих исследований.

2. Основные соотношения для описания дилатансии по деформациям

Разработанная модель сложной среды позволила более естественно разделить процессы формоизменения и изменения объема, включающего в себя дилатансию, которая отражает основные особенности среды, в соответствии с предложенными уравнениями.

Формоизменение по-прежнему описывается двумя материальными функциями. В работе [1] дан подробный вывод общей зависимости между тензорами напряжений σ_{ij} и тензором малых деформаций ε_{ij} , а так же деформаций с напряжениями, которые далее будем называть исходными, и связывать их с именем М. Рейнера, поскольку по форме они с ними совпадают. Проведено их преобразование, из которых выделены уравнения В. В. Новожилова связи девиатора деформаций, $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_0 \delta_{ij}$, с девиатором напряжений, $S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_0 \delta_{ij}$:

$$e_{ij} = (\Phi_m/2)S_{ij} + \Phi_d(S_{i\alpha}S_{j\alpha} - 2/9S_0^2\delta_{ij})/S_0; \quad i, j, \alpha = 1, 2, 3. \quad (2)$$

Первое слагаемое в правой части с материальной функцией Φ_m , называемой далее средней податливостью, является частью девиатора деформаций при линейном тензорном аргументе S_{ij} , а второе слагаемое представляет нелинейную часть при квадратичном тензорном аргументе $(S_{i\alpha}S_{j\alpha} - 2/9S_0^2\delta_{ij})$. Функция Φ_d – среднеквадратическая податливость, в этом уравнении приобретает смысл дополнительной податливости приобретенной материалом из-за потери внутренних связей или снижения их жесткости. Величина $S_0 = \{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]/2\}^{1/2}$ является интенсивностью напряжений, а $\sigma_0 = \sigma_i/3$ – средним напряжением.

Из упомянутых исходных уравнений выделены уравнения связи шаровой части тензора деформаций с инвариантными величинами тензора напряжений

$$\varepsilon_0 = \sigma_0/3K + (2S_0/9 - \sigma_0\xi)\Phi_d, \quad (3)$$

где $\xi = \sigma_0/S_0$ – параметр, характеризующий вид напряженного состояния при пропорциональном изменении компонент тензора напряжения.

В его правую часть входит материальная функция формоизменения Φ_d , что указывает на зависимость средней (объемной) деформации $\varepsilon_0 = \varepsilon_i/3$ от формоизменения. Объединение уравнений (2) и (3) с целью вывода уравнений для компонент тензора деформаций ε_{ij} , приводит к тому, что второе слагаемое в (3) сокращается с такой же скалярной величиной в уравнении (2). Следует отметить, что модель для разрыхляющихся сред не включала третье слагаемое уравнения (3), как противоречающее физическому смыслу, предполагающему только диссипативные изменения структуры.

При отработке настоящей модели найдено, что следует принять общий вариант уравнения (3) для материалов, склонных к высказанным выше структурным изменениям. Он с практической точки зрения оказался более удобным при использовании параметров ε_s и η_s для точного описания объемной деформации:

$$\varepsilon_0 = \sigma_0/3K - \Phi_d\eta_s\xi\sigma_0 + 2\Phi_d\varepsilon_sS_0/9 = \Phi_k\sigma_0/3 + 2\Phi_d\varepsilon_sS_0/9. \quad (4)$$

Уравнение в виде первого равенства отчетливо показывает структуру объемной деформации, состоящей из линейно – упругой части, зависящей только от среднего напряжения, и дилатансии. Последняя вызвана формоизменением, но ее первая часть зависит и от среднего напряжения, а вторая часть связана только с формоизменением. Второе равенство, по форме совпадает с аналогичным уравнением работы [1]. Оно отличается от последнего характеристикой, которая в прежнем варианте является постоянной величиной, $\Phi_k = 1/K$, а в новом варианте эту характеристику следует рассматривать как обобщен-

ную податливость объемного расширения, $\Phi_k = (1/K - 3\Phi_d\eta_s\xi)$. Второе слагаемое в первом равенстве призвано отражать процесс самоорганизации структуры, а вместе с третьим они представляют дилатансию, которая в виде

$$\varepsilon_g = -\Phi_d\eta_s\xi\sigma_0 + 2\Phi_d\alpha_s S_0/9 \quad (5)$$

реализуется при заданных напряжениях при пропорциональном их изменении. Далее она будет называться дилатансией по деформациям. Величины α_s и η_s являются функциями угла $\theta = 1/3 \arccos [27S_{ij}S_{j\alpha}S_{\alpha i}/(2S_0^3)]$ – вида напряженного состояния, который принимает значения $0 \leq \theta \leq \pi/3$.

Параметр α_s , используемый в исходной модели для разрыхляющихся сред, оправдал свое назначение, объединяя уравнения (2) и (3), исключает в них отмеченное сокращение. Необходимость введения величин α_s и η_s объясняется тем, что степень зависимости характеристики Φ_d от вида напряженного состояния значительно ниже той, которой обладает дополнительная объемная деформация (дилатансия по деформациям). Этот факт более наглядно будет показан ниже графиками. Введение параметров α_s и η_s является отклонением от последовательности общего вывода с позиций механики деформируемого твердого тела, но сохранение параметров в уравнения (4) и (5) дает возможность точного отражения дилатансии. При параметрах $\alpha_s = 1$ и $\eta_s = 1$ исполнится частный случай - уравнение (3).

Принимая изменение объемной деформации в соответствии с уравнением (4), нелинейные уравнения для компонент тензора деформаций представляются в виде:

$$\varepsilon_{ij} = \Phi_k\sigma_0\delta_{ij}/3 + \Phi_m S_{ij}/2 + \Phi_d[S_{iq}S_{qj} - 2(1 - \alpha_s)\delta_{ij}S_0^2/9]/S_0. \quad (6)$$

В работе [1] изложена методика восстановления материальных функций формоизменения по диаграммам $S_0 \sim e_0$, которая использовалась для их определения. Они при наличии физического смысла становятся уже характеристиками. На рис. 1 б) показаны графики зависимости этих характеристик от деформации e_0 при $\theta = 30^\circ$: для средней податливости Φ_m – кривая 3 (с множителем $\mu/3$), среднеквадратической податливости Φ_d – кривая 4 (с множителем $10/\mu$ и отношения Φ_d/Φ_m – кривая 5 (с множителем 10). Ниже на рис. 1 в) с теми же множителями приведены податливости Φ_m – кривая 1, Φ_d – кривая 2, отношения Φ_m/Φ_d – прямая 3 от угла θ . Эти графики для характеристик Φ_m и Φ_d имеют линейный характер. Кривая 4 для фазы $\omega = \arctg[2\Phi_d \sin 3\theta / (3\Phi_m + 2\Phi_d \cos 3\theta)]$ при $e_0 = 1,2\%$. Максимальное значение угла ω для сплава 24S-T4 составляет $0,84^\circ$ при $\theta \cong 30^\circ$. Величина $e_0 = \{2[(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]/9\}^{1/2}$ представляет интенсивность деформации.

3. Результаты исследований дилатансии по деформациям

На рис. 2 а) приведены графики зависимости дополнительной объемной деформации ε_g , описываемой соотношением (5), которая с появлением пластической деформации возникает при всех напряженных состояниях и возрастает почти линейно с увеличением e_0 . Ее значения при растяжении отрицательные, а при всех других углах θ , представленные в градусах, положительные. Положительная часть дилатансии - от разрыхления, описывае-

мая вторым слагаемым уравнения (5), показана на рис. 2 б). Она так же изменяется почти линейно и присутствует при всех напряженных состояниях, в том числе при растяжении и чистом сдвиге. Графики получены после определения введенных параметров, α_s и η_s . Параметр α_s является функцией угла θ в виде

$$\alpha_s = a_1 + a_2\theta + a_3\theta^2, \quad (7)$$

где коэффициенты a_i определяются подбором значений α_s при простых напряженных состояниях: $a_1 = \alpha_p$, $a_2 = 3(4\alpha_\tau - 3\alpha_p - \alpha_c)/\pi$, $a_3 = 18(\alpha_p - 2\alpha_\tau + \alpha_c)/\pi^2$. Такой же функцией является параметр η_s .

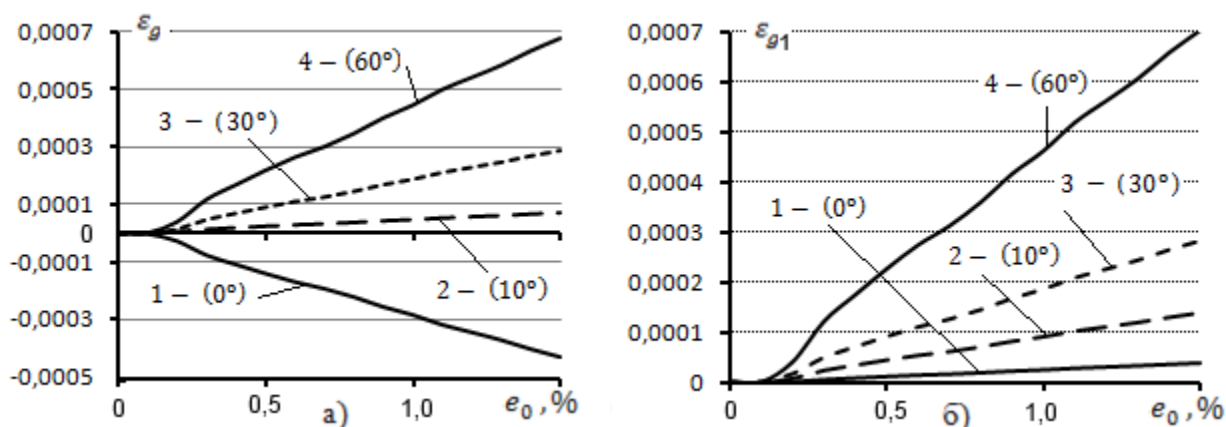


Рис. 2. Зависимость а) дилатансии ε_g по соотношению (5) и б) ее второй составляющей от деформации e_0 при разных напряженных состояниях, указанных в скобках.

График 2 рис. 2 а) показывает, что процесс самоорганизации структуры заметно проявляет себя при напряженных состояниях вблизи растяжения. Его влияние при состояниях $\theta > 15^\circ$, согласно данной модели, незначительное. Проверить это предсказание для алюминиевого сплава 24S-T4 можно только проведением контрольных испытаний. На рис. 3 а) представлены графики изменения дилатансии ε_g — кривая 1, определенной по соотношению (5) и ее составляющих от угла вида напряженного состояния θ при деформации $\varepsilon_0 = 1,5\%$. Кривая 2 иллюстрирует изменение объемной деформации, от самоорганизации структуры, а кривая 3 ее диссипативные изменения с накоплением повреждений. На рис. 3 б) показаны графики изменения параметров η_s — кривая 1 и параметр α_s — кривая 2.

Они определяются путем сведения расчетных кривых для коэффициентов поперечных деформаций при растяжении и сжатии к опытным кривым, чтобы первые как можно лучше накладывались на вторые, одновременно для растяжения и сжатия, что достигается с помощью программы. Поскольку кривые для коэффициентов ν_{ij} , полученные расчетом по конфигурации весьма близки к представленным на рис. 1 а), то приведение расчетных кривых к опытным на первом этапе осуществляется подбором коэффициентов a_i соотношения (7). По этим коэффициентам затем уточняются параметры η_s и α_s по каждому напряженному состоянию. Естественно, что эта процедура длительная и выполняется вначале методом «проб».

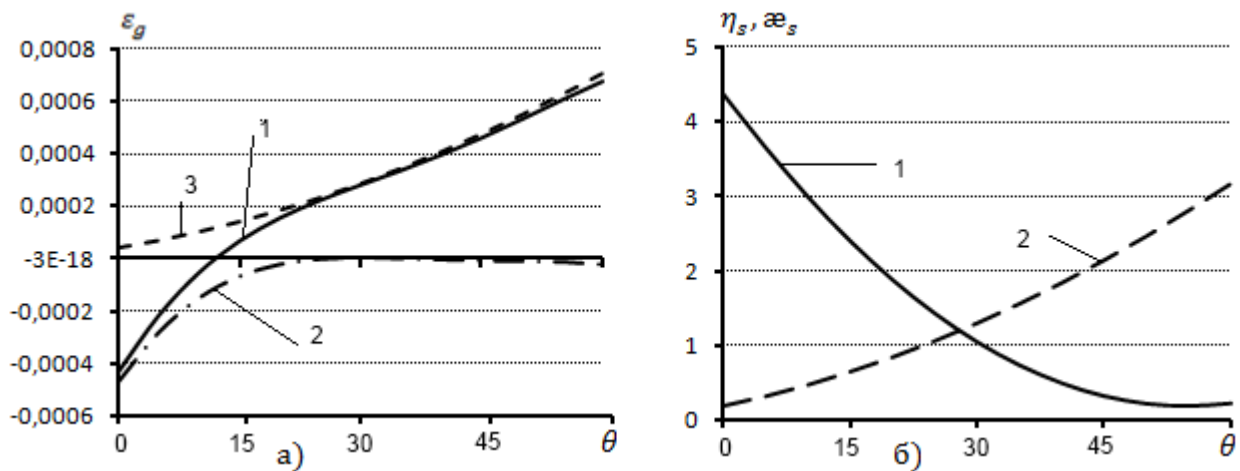


Рис. 3. Изменения: а) дилатансии ε_g – кривая 1, и ее составляющих, вызванных самоорганизацией структуры – кривая 2, и в процессе накопления повреждений – кривая 3, от угла θ ; б) параметра η_s – кривая 1 и параметра α_s – кривая 2 то же от угла θ .

Результаты сведения показаны на рис. 4 а). Исходя из общих уравнений (6), получены [1] соотношения и расчетные данные для этих же коэффициентов и модулей в направлении главных напряжений:

$$E_i^{-1} = (3\Phi_m + \Phi_k + \Phi_d c_{ii})/9, \quad (8)$$

$$\nu_{ij} E_i^{-1} = (3\Phi_m/2 - \Phi_k - \Phi_d c_{ij})/9, \quad (9)$$

$$c_{ii} = c_i(1 + \alpha_s), \quad c_{ij} = c_\alpha + \alpha_s c_i; \quad i, j, \alpha = 1, 2, 3; \quad i \neq j \neq \alpha, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} c_1 &= 2 \cos \theta, & c_2 &= 2 \cos(\theta + 4\pi/3) = \sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta, \\ c_3 &= 2 \cos(\theta + 2\pi/3) = -(\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta). \end{aligned} \quad (11)$$

Графики зависимости «измеряемых» коэффициентов ν_{ij} , которые представляют изотропный материал, перенесены с рис. 1 а) на рис. 4 а). Кривые 1 и 2 относятся к сжатию, кривые 3 и 4 к растяжению. Опытные данные показаны линиями из точек, а сплошные линии получены после расчета по соотношениям (8) и (9). Кривая 5 представляет значения, вычисленные по соотношению (1), предполагающее линейное изменение объемной деформации с ростом пластической деформации, то есть исключаяющее какую либо дилатансию.

На рис. 4 б) показана зависимость секущих модулей упругости: при сжатии – кривые 1 и 2, а при растяжении – кривые 3 и 4 (опытные данные – линии из точек), а сплошные линии, получены расчетом по соотношению (8). Модули менее чувствительны к изменению параметров, а при «совпадении» кривых для коэффициентов поперечных деформаций кривые опытные и расчетные для модулей также практически накладываются друг на друга. Поскольку расхождение диаграмм $S_0 \sim e_0$ незначительное, поэтому различие кривых 2 и 4, полученных расчетом тоже небольшое.

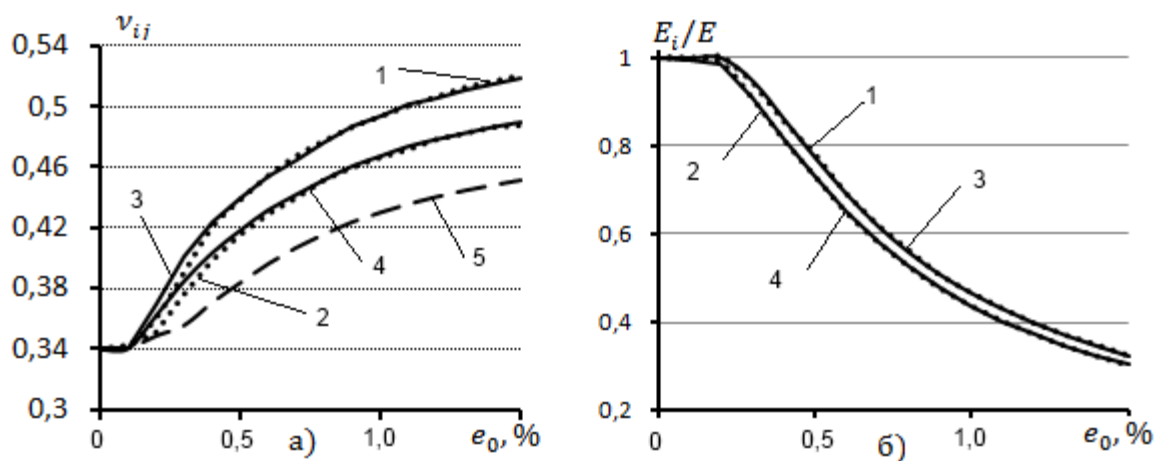


Рис. 4. Графики изменения от угла θ при $\theta \cong 30^\circ$: а) для коэффициентов поперечных деформаций при сжатии – кривые 1 и 2 и растяжении – кривые 3 и 4, кривая 5 по значениям соотношения (1); б) модулей упругости E_i/E : при сжатии – кривые 1 и 2 и растяжении – кривые 3 и 4. Опытные данные - линии из точек, расчет - сплошные линии.

Если зависимость дилатансии ε_g по соотношению (5) и ее составляющие при разных напряженных состояниях, показанные на рис. 2 а) и б) при разных напряженных состояниях возрастают от деформации ε_0 почти линейно, то поведение общей объемной деформации с учетом упругой части может вызвать недоумение. На рис. 5 а) показаны графики этой деформации для пяти напряженных состояний. Кривые с номером 1 и 4 относятся к растяжению и сжатию. Кривые, представленные точками, получены расчетом по известному соотношению $\varepsilon_0 = (1 - 2\nu)\varepsilon/3$, то есть по опытным данным рис. 1 а), а сплошными линиями, расчет по уравнению (4). Их расхождение следует связывать с неточностью определения параметров α_s и η_s .

Расхождение кривых для растяжения и сжатия объясняется как знаком напряжения σ_0 , так и знаком дилатансии. Смещение угла θ на 15° от растяжения приводит к резкому изменению кривой 2, что связано с существенным снижением дилатансии от самоорганизации структуры. Кривая 3 показывает возрастание дилатансии при чистом сдвиге только в результате разрыхления, когда самоорганизация согласно данной модели отсутствует при среднем напряжении $\sigma_0 = 0$. Кривая 4 ($\theta = 45^\circ$) тоже отображает этот эффект, на который накладывается деформация от среднего напряжения σ_0 с отрицательным знаком. Кривые 5 ($\theta = 60^\circ$) подчеркивают отсутствие самоорганизации структуры. Только графики 1 и 2, как и график 2 на рис. 2 а) показывают, что процесс самоорганизации структуры заметно проявляет себя при напряженных состояниях в узком пучке θ вблизи растяжения, тогда как процессы диссипативных изменений преобладают при всех остальных состояниях.

Отмеченное еще более наглядно проявляется на кривых для отношения обобщенного модуля объемного расширения к модулю упругости K_s/K , где $K_s = 1/\Phi_k$, а $\Phi_k = (1/K - 3\Phi_d\eta_s\xi)$, которые приведены на рис. 5 б). Если для сжатия и чистого сдвига отношение равно единице, а при $\theta = 10^\circ$ линейно растет, то при $\theta = 0^\circ$, то есть при простом

растяжении кривая 1 возрастает с увеличением деформации e_0 подобно кривым, которые имеют асимптоту. Кривые для общей объемной деформации и отношения K_s/K своим поведением прогнозируют характер разрушения образцов. Первые при θ вблизи растяжения предсказывают большие продольные деформации с объемной деформацией близкой к нулевой (из-за наложения деформаций разных знаков), а все остальные разрушение от накопления повреждений.

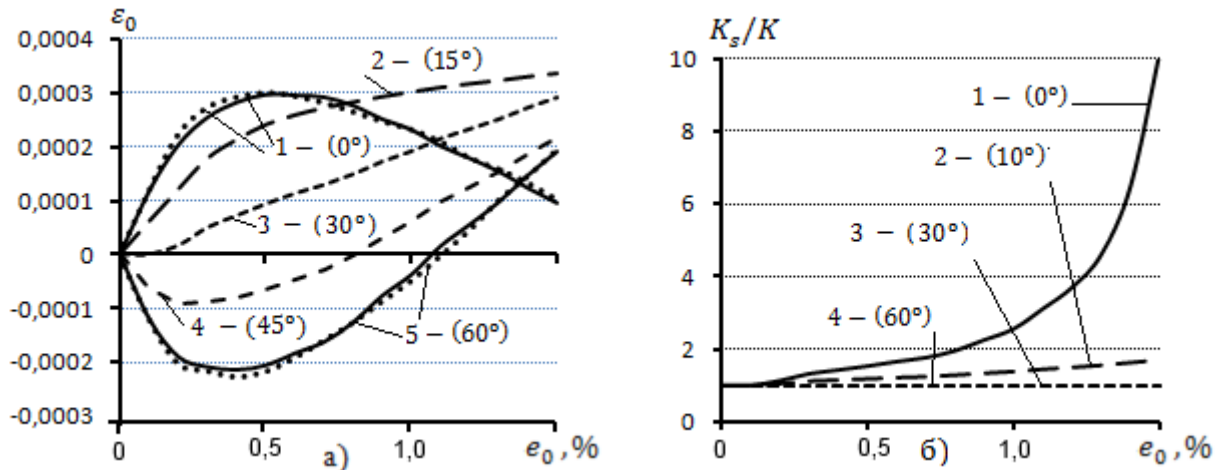


Рис. 5. Изменение: а) общей объемной деформации по соотношению (4) и б) отношения K_s/K от деформации e_0 при разных напряженных состояниях, указанных в скобках.

Из книги Надаи А. [8] заимствованы не только экспериментальные сведения, но полезные, с нашей точки зрения, простые алгоритмы, которые здесь приводятся без изменения обозначений. В них заложена идея разделения осевой деформации ε_x при растяжении и сжатии на две части: упругую и остаточную, $\varepsilon_x = \varepsilon'_x + \varepsilon''_x$, где $\varepsilon'_x = \sigma_x/E$. Если поперечную деформацию представить из двух частей $\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu'\varepsilon'_x - \nu''\varepsilon''_x$, то объемная деформация приводится так же в виде двух частей:

$$e = e' + e'' = (1 - 2\nu)\varepsilon_x/3 = [(1 - 2\nu')\varepsilon'_x + (1 - 2\nu'')\varepsilon''_x]/3, \quad (12)$$

где ν' и ν'' — коэффициенты поперечной деформации, соответствующие упругой и остаточной частям деформации ε_x .

Располагая дискретными значениями величин: ε_x , $\nu = \nu_{оп}$, $\varepsilon'_x = \sigma/E$ и $\varepsilon''_x = \varepsilon_x - \varepsilon'_x$ и значением для ν' , определяются как общая объемная деформация e , так и ее составляющие по результатам испытаний, используя соотношение (12). Оно дает возможность расчета нелинейной части объемной (остаточной) деформации e'' , которую предлагается отождествлять с дилатансией ε_g . Однако анализ показывает, что вначале прямое вычисление коэффициента ν'' нежелательно из соотношения $\nu'' = (\nu\varepsilon_x - \nu'\varepsilon'_x)/\varepsilon''_x$. Это приводит часто к неприемлемым результатам из-за присутствия в нем отношений малых чисел, характерных для переходного малого участка оси ε_x от упругого к пластическому состоянию. Для определения объемной деформации e'' эта трудность легко преодолевается, если воспользоваться равенством $\nu''\varepsilon''_x = \nu\varepsilon_x - \nu'\varepsilon'_x$. Тогда второе слагаемое в (12) принимает выражение:

$$e'' = [\varepsilon_x'' - 2(\nu\varepsilon_x - \nu'\varepsilon_x')]/3 = (1 - 2\nu'')\varepsilon_x''/3. \quad (12)$$

С его помощью вначале определяется остаточная объемная деформация e'' , а затем и коэффициент $\nu'' = (1 - 3e''/\varepsilon_x'')/2$. Следует отметить, что последняя процедура итерационная с привлечением графиков для объемной деформации (дилатансии). Второе равенство применяется при известном коэффициенте ν'' и при повышении точности его значений в пределах отмеченного участка оси ε_x .

На рис. 6 а) кривая 1 представляет коэффициент ν'' с множителем 1/1000, кривая 2 остаточную объемную деформацию e'' , определенную по первому равенству соотношения (12), кривая 3 дилатансию ε_g , определенную по уравнению (5). Общая объемная деформация показана двумя кривыми. Кривая 4 определена по опытным значениям коэффициента поперечной деформации ν , а кривая 5 эту же деформацию представляет, как сумму деформаций $e' + e''$. Кривая 6 ее упругая часть, e' . Все эти кривые относятся к испытанию на растяжение. На рис. 6 б) кривые с этими же номерами представляют коэффициент ν'' и такие же объемные деформации при сжатии. Надо иметь в виду, что коэффициент ν не равен сумме коэффициентов для упругой и пластической частей деформации. Он связан с ними следующим выражением: $\nu = \nu'' - (\nu'' - \nu')\varepsilon_x'/\varepsilon_x$ и поэтому для приближенных расчетов можно принимать ν'' постоянной величиной. Его выводу уделено внимание для того, чтобы показать ошибочность утверждения, что пластическое течение твердых тел происходит без изменения объема, то есть является изохорическим. Данный результат согласуется с выводом, полученным в работах [7] и [8].

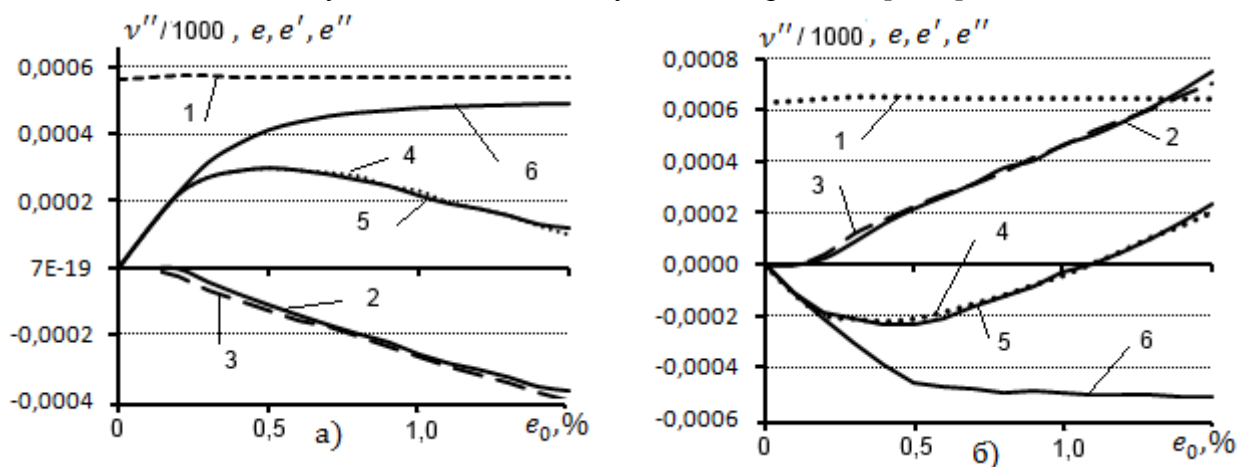


Рис. 6. Зависимость объемной деформации сплава 24S-T4 и ее составляющих от деформации e_0 : а) общей – кривая 1, остаточной (дилатансии) – кривая 2 и упругой – кривая 3 при растяжении; б) то же при сжатии.

Сравнение кривых 2 и 3, как для растяжения, так и для сжатия, указывает на то, что по своим значениям остаточная объемная деформация e'' и дилатансия ε_g почти повторяют друг друга. Поэтому для практических расчетов можно считать справедливым равенство: $\varepsilon_g = e''$. По этой же причине кривые 4 и 5 для общей объемной деформации то же почти накладываются. Это может способствовать определению введенных параметров при обработке результатов испытаний. Проведенное сравнение показывает так же, что

привлеченные алгоритмы для обработки математической модели, главным из которых является соотношение (12), достаточно удобны для описания дилатансии при растяжении, вызванной самоорганизацией структуры, и сжатии, при диссипативном ее изменении.

Естественно, высказанный вывод не означает, что от тензорно – нелинейной модели можно отказаться. С ее помощью выявлены особенности поведения материала при растяжении, которые отражает рис. 5 а) и б). Соотношения (8) и (9) позволяют выявить особенности при других напряженных состояниях, которые в графиках для коэффициентов поперечных деформаций приведены на рис. 7 а) и б). Первый показывает их изменение с ростом упруго – пластической деформации e_0 для состояния чистого сдвига. Кривые «пронумерованы» их обозначениями в уравнениях:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \sigma_1/E_1 - \nu_{21}\sigma_2/E_2 - \nu_{31}\sigma_3/E_3, \\ \varepsilon_2 &= -\nu_{12}\sigma_1/E_1 + \sigma_2/E_2 - \nu_{32}\sigma_3/E_3, \\ \varepsilon_3 &= -\nu_{13}\sigma_1/E_1 - \nu_{23}\sigma_2/E_2 + \sigma_3/E_3,\end{aligned}\quad (13)$$

к которым приводятся уравнения (6) для главных деформаций. При этом состоянии свободной от напряжений являются площадки, параллельные напряжениям σ_1 и σ_3 . Напряжение $\sigma_2 = 0$, поэтому «измеряемыми» коэффициентами являются ν_{12} и ν_{32} .

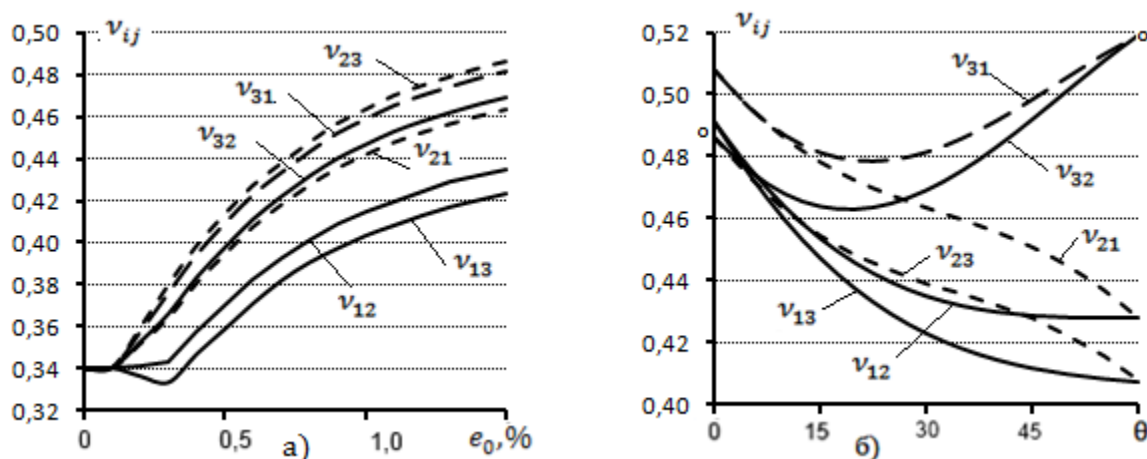


Рис. 7. Зависимость: а) коэффициентов поперечных деформаций ν_{ij} от деформации e_0 при чистом сдвиге; б) коэффициентов поперечных деформаций ν_{ij} от угла θ при $e_0 = 1,5\%$.

На рис. 7 б) показаны графики изменения всех коэффициентов поперечных деформаций, как функций угла θ . При $\theta = 0$, то есть растяжении, коэффициенты собираются в узкий пучок, показывая, что в процессе самоорганизации структуры материал является изотропным в большей мере, чем при состояниях с углами $\theta \geq \pi/12$. При простом сжатии деформационная анизотропия проявляется наиболее заметно. Естественно, все или «измеряемые» коэффициенты должны быть подтверждены экспериментальными исследованиями с более точными измерениями деформаций по сравнению с теми, которые заложили основы теории пластичности. Опыт показывает, что для таких измерений необходимо современное оборудование с возможностями не хуже инструментального микроскопа, если в его поле зрения расположить образец. Пока же два светлых кружочка на рис. 7 б) при

$\theta = 0$ и $\theta = \pi/3$ указывают на то, что опытные значения исходных коэффициентов при уровне деформации $e_0 = 1,5\%$ с расчетными значениями практически совпадают.

Деформационную анизотропию, возникающую в результате пластической деформации доступно выявить, прежде всего, измерением всех деформаций, например, трубчатого образца, поскольку зависимость модулей от вида напряженного состояния незначительна. Это достаточно отчетливо показано, как диаграммами испытаний для растяжения и сжатия, так и графиками рис. 1 в) и рис. 4 б) для модулей E_i . Такой вывод может быть полезным и важным для исследователей, которые проводят оценку исходной изотропии по диаграммам, полученных испытаниями образцов, вырезанных в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Предлагаемая модель показывает, что при этом необходимы измерения и поперечных деформаций, особенно при растяжении, чтобы выявить отмеченную выше особенность, характерную для изучаемых сплавов.

4. Основные соотношения для описания дилатансии по напряжениям

В работе [1] показано, что дилатансия может проявляться и в форме дополнительного среднего напряжения. При заданных деформациях после преобразования исходных соотношений (М. Рейнера) для компонент девиатора напряжений вытекают уравнения

$$S_{ij} = 2G_m e_{ij} - G_d(e_{i\alpha}e_{j\alpha} - 1/2e_0^2\delta_{ij})/e_0; \quad i, j, \alpha = 1, 2, 3. \quad (14)$$

Как и выше, в уравнениях (2), первое слагаемое в правой части с функцией G_m представляет линейную часть девиатора напряжений при тензорном аргументе e_{ij} , а второе слагаемое нелинейную часть при нелинейном (квадратичном) тензорном аргументе $(e_{i\alpha}e_{j\alpha} - 1/2e_0^2\delta_{ij})$. Функция G_m является средним модулем, найденным по трем модулям сдвига, которые реализуются в площадках с главными касательными напряжениями. Функция G_d в этом уравнении является среднеквадратическим значением последних, приобретает смысл жесткости утраченной материалом из-за потери внутренних связей. Термин дилатансия в работе [1] используется в обобщенном смысле - как дополнительная объемная деформация при заданных напряжениях, что рассмотрено выше, и как дополнительное среднее напряжение при заданных деформациях (дилатансия по напряжениям).

Из исходных соотношений связи тензора напряжений с тензором деформаций можно выделить так же уравнение связи шаровой части тензора напряжений (среднего напряжения) с инвариантными величинами тензора деформаций в виде:

$$\sigma_0 = 3K\varepsilon_0 - G_d(e_0/2 - \varepsilon_0\zeta), \quad (15)$$

где $\zeta = \varepsilon_0/e_0$ - параметр, характеризующий вид простой деформации при пропорциональном изменении компонент тензора ε_{ij} . Присутствие в этом уравнении среднеквадратического модуля G_d и интенсивности деформации e_0 говорит о влиянии на величину среднего напряжения не только средней деформации, но формоизменения. Исходная модель для разрыхляющихся сред не включала третье слагаемое уравнения (15), предполагающей только диссипативные изменения структуры.

Так же как и для объемной деформации, при отработке математической модели найдено вместо (15) другой вариант уравнения, более удобный с практической точки зрения, а именно:

$$\sigma_0 = 3K\varepsilon_0 + \eta_e \zeta G_d \varepsilon_0 - \alpha_e G_d e_0 / 2 = 3K_e \varepsilon_0 - \alpha_e G_d e_0 / 2, \quad (16)$$

где $K_e = K + \eta_e \zeta G_d / 3$ можно рассматривать обобщенной жесткостью при объемном расширении. Для проведения расчетов модуль K , как и ранее, определяется по начальному значению коэффициента поперечной деформации $\nu = 0,34$. Характеристики формоизменения - средний G_m и среднеквадратический модуль G_d , определены по данным о растяжении и сжатии и показаны на рис. 1 б) кривыми 1 и 2, соответственно. При этом под дилатансией понимается часть среднего напряжения, вызванная процессами самоорганизации структуры и ее разрыхления. Она включает в себя второе и третье слагаемые уравнения (16), то есть:

$$\sigma_g = \eta_e \zeta G_d \varepsilon_0 - \alpha_e G_d e_0 / 2. \quad (17)$$

Необходимость введения величин α_e и η_e , как и ранее, объясняется тем, что степень зависимости характеристики G_d от вида напряженного состояния ниже, чем такой зависимостью обладает дополнительное среднее напряжение (дилатансия), что можно выявить только проведением расчетов, согласованных с исходными данными. Практика построения моделей деформируемых сред широко использует прием введения параметров для отражения особенностей поведения материалов. К таким следует отнести, например, модели на основе эндохронных теорий пластичности. Параметры α_e и η_e имеют подобное же назначение – более точно отразить зависимость от вида напряженного состояния, а при необходимости с их помощью можно учесть и зависимость от времени. Не забегая вперед, следует отметить, что сохранение данных параметров в уравнении (17) дает возможность точного отражения дилатансии, как дополнительного среднего напряжения. При $\alpha_e = 1$ и $\eta_e = 1$ осуществляется частный случай - уравнение (15). Возможно, материалы с такими свойствами будут обнаружены, но для сплава 24S-T4 они принимают несравненно большие значения.

Их приходится определять как функции интенсивности деформации e_0 для конкретных значений угла θ , для которых проводятся исследования дилатансии по (17) и среднего напряжения по (16). Если параметры η_s и α_s определялись путем подбора коэффициентов для наложения теоретических кривых для коэффициентов поперечных деформаций на кривые, полученные испытаниями образцов, то для параметров η_e^* и α_e такой возможности нет, из-за отсутствия каких-либо данных о дилатансии σ_g , но можно воспользоваться уже найденными характеристиками. Предполагая равенство модулей $K_s = K_e = K + \eta_e \zeta G_d / 3$, определяется параметр

$$\eta_e^* = \eta_e \zeta = 3(1/\Phi_k - K)/G_d. \quad (18)$$

Податливость Φ_k , как отмечалось и ранее, существенно зависит не только от вида напряженного состояния, но и уровня деформации e_0 . Примерно такое же поведение ха-

рактенно и для параметра η_e^* . Второй параметр можно найти после сопоставления уравнения (16) со вторым равенством уравнения (4), записанного для вычисления σ_0 . Несложные преобразования дают его выражение:

$$\mathfrak{a}_e = 4\mathfrak{a}_s\Phi_d/\Phi_k\Phi_\theta G_d, \quad (19)$$

где $\Phi_\theta = 3e_0/S_0$. На рис. 8 а) показаны графики изменения параметра η_e^* – кривая 1 и параметра $\mathfrak{a}_e$ – кривая 2 от интенсивности деформации e_0 для напряженного состояния $\theta = 0$, то есть растяжения. Сравнение этих графиков говорит о том, что диссипативные изменения так же увеличиваются с ростом самоорганизации структуры. Нелинейность и максимальное значение параметра η_e^* от деформации быстро снижается почти до нуля при возрастании угла θ . Поведение параметра $\mathfrak{a}_e$ более сложно. Его значения от деформации так же быстро возрастают, но с увеличением угла θ максимальные значения вначале падают, а затем в большей мере возрастают. На рис. 8 б) их зависимость от угла θ представлена кривыми 1 и 2 при уровне деформации $e_0 = 1,2\%$.

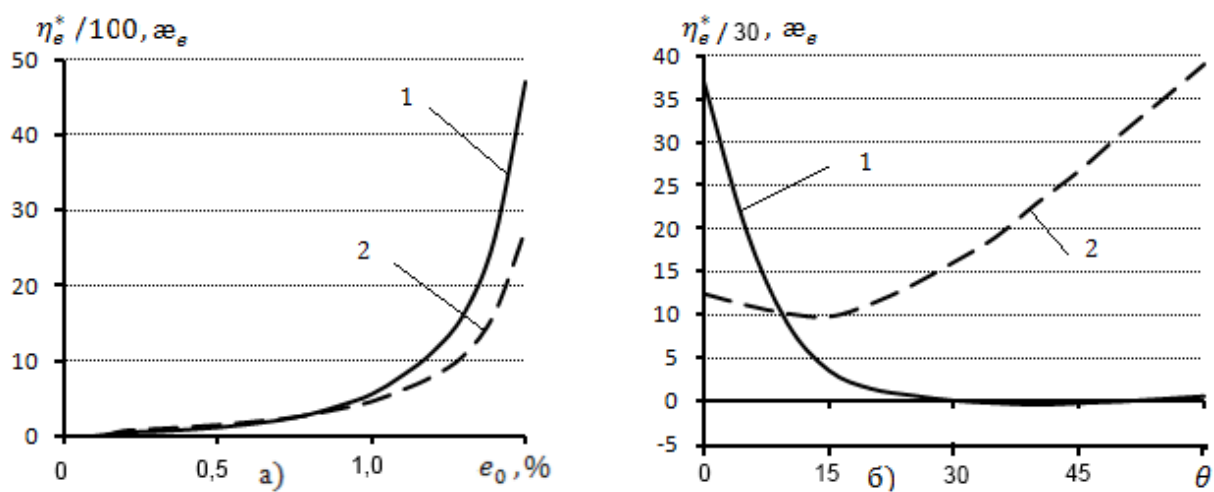


Рис. 8. Изменение: а) параметра η_e^* – кривая 1 и параметра $\mathfrak{a}_e$ – кривая 2 при растяжении от деформации e_0 ; б) то же от угла θ при уровне деформации $e_0 = 1,2\%$.

5. Результаты исследований дилатансии по напряжениям

Располагая параметрами, как функциями от e_0 и θ , пользуясь соотношением (17) определено дополнительное напряжение (дилатансия по напряжениям), вызванное совместно диссипативными процессами (разрыхления) структуры и ее самоорганизации. На рис. 9 а) показаны кривые изменения σ_g от деформации e_0 для пяти напряженных состояний: кривая 1 для растяжения, кривая 2 для $\theta = 15^\circ$, кривая 3 для $\theta = 30^\circ$, то есть чистого сдвига, кривая 4 для $\theta = 45^\circ$ и кривая 5 для сжатия. Результаты даны в безразмерном виде – отношения дилатансии σ_g к абсолютной величине максимального среднего напряжения при сжатии $\sigma_{0\max} = S_{0\max}/3$. Наибольшие значения дилатансии по напряжениям превышают соответствующие значения при упругих деформациях, равных $\xi S_{0\max}$. При растяжении дилатансия имеет положительные значения, для всех других состояний, приведенных на рис. 9 а), они отрицательны, но, как и дилатансия по деформациям на рис. 2 а), их графики имеют почти линейную зависимость от e_0 .

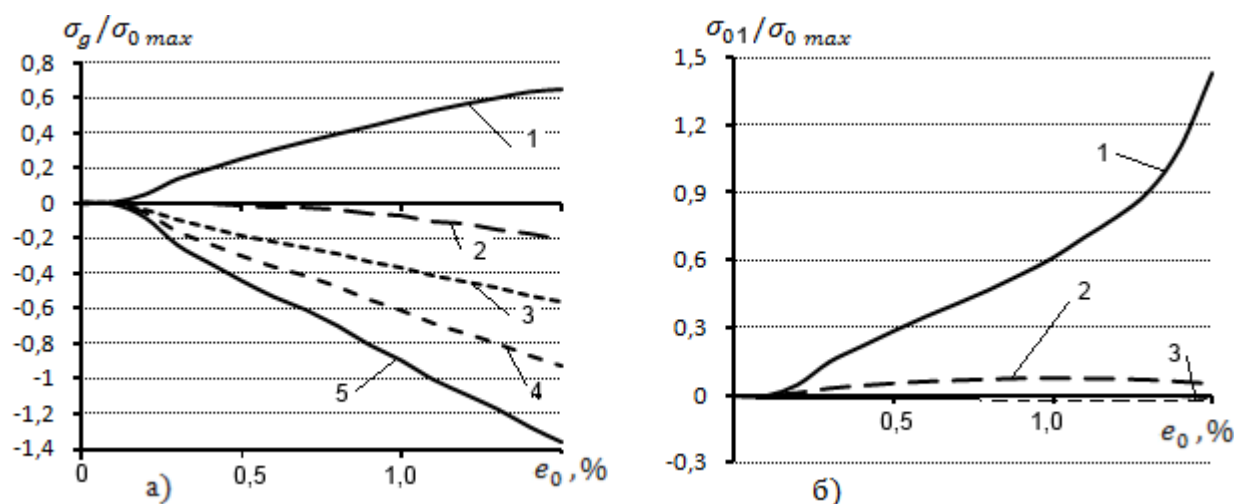


Рис. 9. Зависимость а): дилатансии σ_g при $\theta = 0$ – кривая 1, $\theta = 15^\circ$ – кривая 2, $\theta = 30^\circ$ – кривая 3, $\theta = 45^\circ$ – кривая 4 и $\theta = 60^\circ$ – кривая 5; б) ее первой составляющей по соотношению (17) с теми же номерами от деформации e_0 .

Первое слагаемое соотношения (17) представляет на рис. 9 а) процесс самоорганизации структуры. Кривая 1 показывает, какая часть среднего напряжения сопровождает его. Для всех других эта часть незначительна, поэтому для состояний с $\theta > 15^\circ$ кривые сливаются с осью абсцисс. Первое слагаемое соотношения (16) относится к упругой части среднего напряжения. Графически оно повторяет рис. 5 а) для общей объемной деформации ε_0 с множителем $3K$. В качестве проверки всех расчетов дилатансии по напряжениям проведен расчет среднего напряжения при тех же напряженных состояниях. На рис. 10 а) представлены результаты этих расчетов. Кривая 1 найдена по деформации $\varepsilon_0 = (1 - 2\nu)\varepsilon/3$, то есть по исходным опытным данным. Она относится к растяжению, а кривая 2 использует опытные данные для сжатия, поэтому они показаны линиями из точек.

Кривые 3, 4, 5, 6 и 7 для состояний $\theta = 0, 60, 15, 30, 45^\circ$ рассчитаны по данным расчетов, полученных по соотношению (4). Кривая 8 представляет отношение среднего напряжения σ_0 при растяжении к $\sigma_{0 \max}$, найденного по испытаниям на сжатие, поэтому максимальное значение этой кривой чуть меньше единицы. Кривые 1 и 3 должны совпадать с кривой 8. Отклонение следует отнести к вычислительным ошибкам, связанными с приемом определения параметра η_e^* . Последний как функция от деформации e_0 , при растяжении изменяется в очень большом диапазоне значений. А максимальное значение отношения напряжения σ_0 к $\sigma_{0 \max}$ равно единице, как по расчетным значениям ε_0 , так и опытным, так как параметр η_e^* имеет здесь почти нулевое значение.

Таким образом, проверка помогает понять, какую роль играют составляющие дилатансии по напряжениям, которая дается в виде (17). Физический смысл этой дилатансии по напряжениям удобней проводить параллельно с физическим смыслом уравнений связи напряжений с деформациями

$$\sigma_{ij} = 3K_e \varepsilon_0 \delta_{ij} + 2G_m e_{ij} - G_d [e_{i\alpha} e_{\alpha j} - (1 - \alpha_e) e_0^2 \delta_{ij} / 2] / e_0. \quad (20)$$

Второе слагаемое в соотношении (17) (с параметром α_e) можно рассматривать при растяжении и сжатии как утраченное среднее напряжение, вызванное потерей внутренних связей. Оно же в (20) с множителем, представляющим собой площадь образца, показывает утраченную часть внутренней продольной силы (в соответствии с терминологией в сопротивлении материалов). Тогда как первое слагаемое в (17) (с параметром η_e^* согласно кривой 1 рис. 8 б)) в узком пучке напряженных состояний около $\theta = 0$ имеет положительное значение при отрицательном значении дилатансии по деформации.

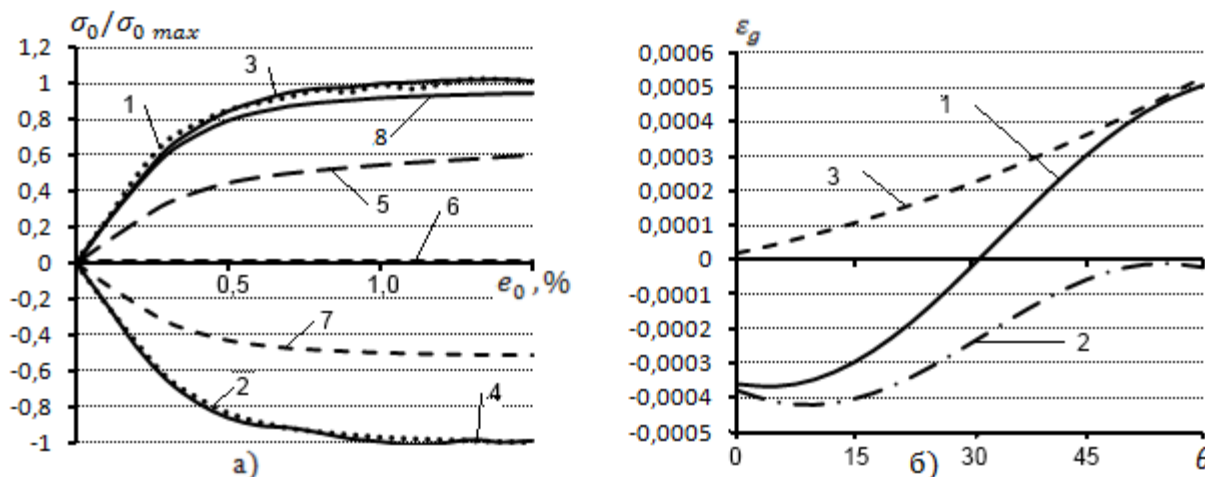


Рис. 10. Изменения: а) отношения среднего напряжения σ_0 к $\sigma_{0 max}$ кривая 1 для растяжения и кривая 2 для сжатия по опытным данным, кривые 3, 4, 5, 6 и 7 по данным расчета для состояний $\theta = 0, 60, 15, 30, 45^\circ$, соответственно; б) дилатансии ϵ_g – кривая 1, и ее составляющих, вызванных самоорганизацией структуры – кривая 2, диссипативными изменениями – кривая 3 при двухосном растяжении от угла θ .

Это говорит о том, что при растяжении идет процесс восстановления (самоорганизации) структуры с возрастающей интенсивностью увеличения числа дополнительных связей. Этот процесс иллюстрируется кривой 1 на рис. 9 б), которая позволяет проводить количественную оценку этого явления. Если привлечь к ней кривые 1 и 2 рис. 8 а), то можно предположить, что при отрицательной объемной деформации ϵ_0 равновесие самоорганизации и диссипативных потерь может нарушаться с достижением уровня, близкого к разрушающему напряжению, и внешне проявляться в виде почти незаметных «бегающих шеек». Чаше для сплавов «побеждает» второй процесс – разрыхления с потерей целостности образца, а для некоторых, например, полимерных материалов может происходить и обратное – происходит медленное уменьшение поперечного размера шейки в последовательности, описанной в работе [12].

Чтобы представить, как эти процессы протекают в первом квадранте напряженных состояний (двухосного растяжения), проведен численный эксперимент. При отсутствии опытных данных о равноосном растяжении, приближенные были приняты по результатам испытаний других сплавов. Для двухосного растяжения напряжения S_0 задавались такие же, как при сжатии, но пониженные коэффициентом, равным отношению $\chi = G_c / G_p$, который введен в работе [1] как параметр текущей разномодульности, а G_c и G_p – модули

сдвига по испытаниям на сжатие и растяжение. Коэффициенты поперечных деформаций тоже уменьшены пропорционально параметру $\chi_v = v_c/v_p$.

Такие исходные данные позволили представить зависимость дилатансии по деформации для напряженных состояний двухосного растяжения, которая показана на рис. 10 б). Из сравнения кривых 1, 2 и 3 с такими же кривыми рис. 3 а) можно сделать вывод, что область напряженных состояний, при которых протекает самоорганизация структуры, значительно расширяется. Если бы исходные данные для двухосного растяжения были бы по результатам опытных данных, то результаты расчетов, подобные тем, что показаны выше, имело бы смысл изложить подробнее. Чтобы провести исследования дилатансии по деформациям и напряжениям при всех θ плоского напряженного состояния, для отработанной здесь программы нужны, как показали проведенные здесь исследования, точные сведения о деформациях при напряженных состояниях $\theta = 0$ и $\theta = \pi/3$ каждого квадранта.

Для материалов со свойствами близкими к сплаву 24S-T4 материальные функции G_d и Φ_d могут быть найдены, не прибегая к методике восстановления характеристик формоизменения. Для этого достаточно определить параметр разномодульности, как функции деформации e_0 , который выше уже упоминался. Алгоритмы для приближенного определения этих функций и описание текста программы можно найти в работе [1]. Адекватность данной математической модели материала можно было бы проверить путем сопоставления теоретических с экспериментальными результатами, полученных при других напряженных состояниях. Для таких результатов требуются специальные целенаправленные исследования.

Заключение

Опираясь на опытные данные испытаний Джерарда Ж. и Уайлдхорна С. [8] и модель для разрыхляющихся сред, получена более совершенная математическая модель, учитывающая не только диссипативные изменения структуры материала, но и ее самоорганизацию. Получены определяющие соотношения, которые содержат уже другие уравнения для объемной деформации и для среднего напряжения и позволяют проводить исследования дилатансии, как дополнительной объемной деформации, так и дилатансии (по напряжениям) в виде дополнительного среднего напряжения. Его составляющие позволяют проводить оценку внутренних диссипативных процессов и процесса самоорганизации структуры, который протекает при растяжении и напряженных состояний, близких к нему.

Показано, что отказ от точного учета дополнительной объемной деформации ведет не только к потере точности расчетов, но и к утрате возможности отражения явлений, вызванных внутренними процессами. Выявлено, что параметр, характеризующий процесс самоорганизации структуры, являются быстро возрастающей функцией от деформации. Так же изменяется дополнительное среднее напряжение, отражающее нелинейный рост числа дополнительных связей при снижении объемной деформации, сопровождающие

процесс самоорганизации структуры. Это дает объяснение отмеченным особенностям поведения дилатансии при деформации, близкой к разрушающей, которая может вызвать потерю равновесия между диссипативным процессом и процессом ее самоорганизации и внешне проявляться в виде «бегающих шеек». Развитие этой темы может оказаться весьма полезным для специалистов, занимающихся физикой внутренних структурных процессов, сопровождающих пластическую деформацию, но и привлечь достижения физиков по данным вопросам.

Определяющие уравнения связи напряжений с деформациями приведены к виду, позволяющему проводить не только исследования особенностей, рассмотренных сплавов, но и проводить решения прикладных задач.

Список литературы

1. Комков К.Ф. Тензорно - нелинейная модель изотропных сред. Изд-во LAMBERT Academic Publishing, 2014. 280 с.
2. Комков К.Ф. О тензорной нелинейности пластических материалов // Наука и образование. МГТУ им. Н. Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 4. Режим доступа: <http://technomag.bmstu.ru/doc/567103.html> (дата обращения 01.04.2014). DOI: [10.7463/0413.0567103](https://doi.org/10.7463/0413.0567103)
3. Комков К.Ф. О тензорной нелинейности сред, проявляющих существенное различие в сопротивлении растяжению и сжатию // Наука и образование. МГТУ им. Н. Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 10. Режим доступа: <http://technomag.bmstu.ru/doc/571202.html> (дата обращения 01.04.2014). DOI: [10.7463/0513.0571202](https://doi.org/10.7463/0513.0571202)
4. Lode W. Versuche uber den Einfluß der mittltren Hauptspannung auf das Fließen der Metalle Eisen, Kupfer, und Nickel // Z. Physik. 1926. Т. 36. S. 913-939.
5. Davis Evan A. Increase of stress with permanent strains and stress – strain relations in the plastic state for copper under combined stresses // J. Appl. Mech. 1943. Vol. 10, no. 4. P. A-187 - A-196.
6. Ягн Ю.И., Митрохин Н.М. О систематическом отклонении от законов пластичности // Докл. АН СССР. 1960. Т. 135, № 4. С. 796-799.
7. Gerar G., Wildhorn S. A Study of Poisson's Ratio in the Yield Region. New York, Univ. rep. NAW – 5753, sponsored by National Advisory Committee for Aeronautics, October 1950.
8. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. Т. 2. М.: Изд-во иностранной литературы, 1969. 863 с.
9. Кайбышев О.А. Сверхпластичность промышленных сплавов. М.: Metallurgia, 1984. 264 с.

10. Пресняков А.А., Аубакирова Р.К. Сверхпластичность металлических материалов. Алма-Ата: Наука, 1982. 232 с.
11. Уржумцев Ю.С., Путанс А.В., Калнрозе З.В. Термоползучесть полиэтилена при циклических температурных воздействиях // Механика полимеров. 1968. № 3. С. 421-427.
12. Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. Т. 1. М.: Наука, 1978. 616 с.

About tensor - nonlinear model of plastic materials, which takes into account changes in the structure of the dissipative and its self-organization

05, May 2014

DOI: 10.7463/0514.0709269

K.F. Komkov

FGBVOU VPO «VTU», 143900, Balashikha, Russian Federation

06kfk38@mail.ru

The mathematical model proposed earlier by the author for materials tensor which is due to nonlinearity of plastic changes, loss of the internal relations and the accumulation of damage to the structure, shows the consent of the theory with experimental data, for example, gray cast iron. The model was not able to accurately reflect the peculiarity of aluminum and other materials, which are anomalously high values of the ratio of the transverse deformation at plastic strength. Mentioned alloys currently attract the attention of many scientists who give with the help of metallographic analysis convincing evidence of the fact that internal processes include mechanisms "self-healing" defects.

The objective is to improve the original model for gelatinous plastic materials. The analysis of experimental researches have shown that the tensor nonlinearity these environments attributed to the strong dependence of the volume deformations and medium voltage, as the level of strain and stress. For their description from the original equations (Reiner) already allocated other equations for dilatancy. The latter, as a component of the volumetric strain, can be both positive and negative. This preserves the nonlinear coupling between the deviators. For more accurate descriptions of all the strains and stresses imposed additional options, since the dependence of the main characteristics and dilatancy of stress vary significantly. The material functions and all constants are defined makroelementa.

It is shown that the parameter characterizing the process of self-organization patterns, is rapidly increasing function of the deformation. Changes also mean stress, reflecting the nonlinear growth of the number of additional connection with the decrease in volume deformations. It is possible to assume that such behavior of dilatancy in strain, close to destroy, can cause loss of balance between the dissipative process and the process of its self-organization and outwardly manifested, "running necks". The development of this theme can be not only useful for special-

ists dealing with the physics internal structural processes accompanying the plastic deformation, but also to attract achieve physicists on improvement of the developed model.

Publications with keywords: [structure](#), [plasticity](#), [self-organization](#), [tensor non-linearity](#), [material function](#), [dilatancy](#), ["run neck"](#)

Publications with words: [structure](#), [plasticity](#), [self-organization](#), [tensor non-linearity](#), [material function](#), [dilatancy](#), ["run neck"](#)

References

1. Komkov K.F. *Tenzorno - nelineynaya model' izotropnykh sred* [Tensor - nonlinear model of isotropic media]. LAMBERT Academic Publishing, 2014. 280 p. (in Russian).
2. Komkov K.F. [Tensor nonlinearity of plastic materials]. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana - Science and Education of the Bauman MSTU*, 2013, no. 4. DOI: [10.7463/0413.0567103](https://doi.org/10.7463/0413.0567103) (in Russian).
3. Komkov K.F. [Tensor non-linearity of media that show significant difference in resistance to tension and compression]. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana - Science and Education of the Bauman MSTU*, 2013, no. 10. DOI: [10.7463/0513.0571202](https://doi.org/10.7463/0513.0571202) (in Russian).
4. Lode W. Versuche uber den Einfluß der mittltren Hauptspannung auf das Fließen der Metalle Eisen, Kupfer, und Nickel. *Z. Physik*, 1926, t. 36, ss. 913-939.
5. Davis Evan A. Increase of stress with permanent strains and stress – strain relations in the plastic state for copper under combined stresses. *J. Appl. Mech.*, 1943, vol. 10, no. 4, pp. A-187 - A-196.
6. Yagn Yu.I., Mitrokhin N.M. [About systematic deviation from the laws of plasticity]. *Doklady AN SSSR*, 1960, vol. 135, no. 4, pp. 796-799. (in Russian).
7. Gerar G., Wildhorn S. *A Study of Poisson's Ratio in the Yield Region*. New York, Univ. rep. NAW – 5753, sponsored by National Advisory Committee for Aeronautics, October 1950.
8. Nadai A. *Theory of Flow and Fracture of Solids*. Vol. 2. McGraw - Hill Book Company, Inc., New York - Toronto - London, 1963. (Russ. ed.: Nadai A. *Plastichnost' i razrushenie tverdykh tel*. T. 2. Moscow, Publishing House of Foreign Literature, 1969. 863 p.).
9. Kaybyshev O.A. *Sverkhplastichnost' promyshlennykh splavov* [Superplasticity of industrial alloys]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1984. 264 p. (in Russian).
10. Presnyakov A.A., Aubakirova R.K. *Sverkhplastichnost' metallicheskih materialov* [Superplasticity of metallic materials]. Alma-Ata, Nauka Publ., 1982. 232 p. (in Russian).
11. Urzhumtsev Yu.S., Putans A.V., Kalnroze Z.V. [Thermal creep of polyethylene under cyclic thermal effects]. *Mekhanika polimerov*, 1968, no. 3, pp. 421-427. (in Russian).

12. Filin A.P. *Prikladnaya mekhanika tverdogo deformiruemogo tela. T.1* [Applied mechanics of deformable body. Vol. 1]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 616 p. (in Russian).