

Воздействие на фазовую автоподстройку гармонической помехи

09, сентябрь 2012

DOI: 10.7463/0912.0453581

Шахтарин Б. И., Асланов Т. Г.

УДК 621.396

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

tabasik@gmail.com

Введение

Последние десятилетия характерны широким применением систем синхронизации. Наибольшее распространение системы синхронизации нашли в связи, в навигационных системах (GPS, Galileo и Глонасс), радиосвязи, следящих системах, для синхронизации OPERA и CERN и т.д.

Внедрение спутниковых радионавигационных и радиосвязных систем породили повышенный интерес к системам синхронизации, к их точности и помехозащищенности.

Все эти системы работают в условиях воздействия помех [1-3].

Дальнейшее совершенствование систем синхронизации за счет улучшения конструктивных и технологических решений имеет предел, вызываемый воздействием флуктуаций и помех естественного и искусственного происхождения.

Помехоустойчивости систем синхронизации посвящен ряд работ [1-3].

В данной статье путем анализа фазовых портретов получены уравнения захвата за сигнал и захвата за гармоническую помеху.

1. Влияние гармонической помехи на систему ФАП первого порядка

Рассмотрим функциональную схему ФАП первого порядка, когда на фазовый детектор (ФД) воздействует смесь сигнала и гармонической помехи (рис. 1) [4]

$$u_c(t_1) = \sqrt{2}A_c \sin \varphi_c(t_1),$$

$$u_n(t_1) = \sqrt{2}A_n \sin \varphi_n(t_1),$$

где A_c, A_n – соответственно амплитуды колебаний сигнала и помехи; φ_c, φ_n – фазы колебаний соответственно сигнала и помехи детектируемая ФД в момент времени t_1 ; $t_{1,c}$ – время.

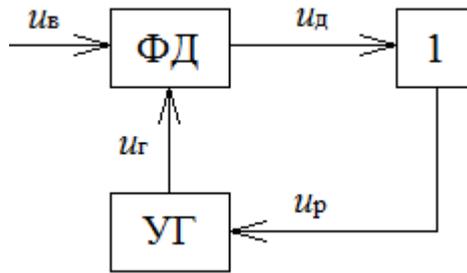


Рис. 1 Функциональная схема ФАП первого порядка

Сигнал управляемого генератора (УГ) зададим в виде

$$u_{\Gamma}(t_1) = \sqrt{2}A_{\Gamma} \sin \varphi_{\Gamma}(t_1),$$

для которого справедливо дифференциальное уравнение

$$\frac{d\varphi_{\Gamma}(t_1)}{dt_1} = \omega_0 + k_{\Gamma}u_{\text{р}}(t_1), \quad (1)$$

где A_{Γ} – амплитуды колебаний УГ; φ_{Γ} – фазы колебаний УГ в момент времени t_1 ; $u(t_1)$ – напряжение на входе УГ; k_{Γ} – коэффициент передачи УГ; ω_0 – собственная частота УГ.

Напряжение на выходе ФД имеет вид

$$u_{\text{д}} = k_{\text{у}}u_{\Gamma} [u_{\text{с}}(t_1) + u_{\text{п}}(t_1)] = k_{\text{у}}u_{\Gamma}u_{\text{в}}(t_1), \quad (2)$$

где $k_{\text{у}}$ – коэффициент усиления ФД

В результате перемножения из уравнения (2) получим

$$u_{\text{д}} = k_{\text{у}}A_{\text{с}}A_{\Gamma} \sin [\varphi_{\text{с}}(t_1) - \varphi_{\Gamma}(t_1)] + k_{\text{у}}A_{\text{п}}A_{\Gamma} \sin [\varphi_{\text{п}}(t_1) - \varphi_{\Gamma}(t_1)] + k_{\text{у}}A_{\text{с}}A_{\Gamma} \sin [\varphi_{\text{с}}(t_1) + \varphi_{\Gamma}(t_1)] + k_{\text{у}}A_{\text{п}}A_{\Gamma} \sin [\varphi_{\text{п}}(t_1) + \varphi_{\Gamma}(t_1)].$$

Поскольку система является узкополосной, то, очевидно, можно отбросить два последних слагаемых.

Введем новые переменные

$$x(t_1) = \varphi_{\Gamma}(t_1) - \varphi_{\text{с}}(t_1), \quad y(t_1) = \varphi_{\Gamma}(t_1) - \varphi_{\text{п}}(t_1).$$

Тогда с учетом (1) получим

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt_1} = \frac{d\varphi_\Gamma}{dt_1} - \frac{d\varphi_c}{dt_1} = \omega_0 - \omega_c - k_y k_\Gamma A_c A_\Gamma (\sin x + \varepsilon \sin y), \\ \frac{dy}{dt_1} = \frac{d\varphi_\Gamma}{dt_1} - \frac{d\varphi_\Pi}{dt_1} = \omega_0 - \omega_\Pi - k_y k_\Gamma A_c A_\Gamma (\sin x + \varepsilon \sin y), \end{cases}$$

где $\varepsilon = A_\Pi/A_c$ – отношение помеха/сигнал; $d\varphi_c/dt_1 = \omega_c$; $d\varphi_\Pi/dt_1 = \omega_\Pi$; $\omega_0 - \omega_c$ – сигнальная расстройка по частоте; $\omega_0 - \omega_\Pi$ – помеховая расстройка по частоте.

Введем время $t = k_y k_\Gamma A_c A_\Gamma t_1$. В результате система дифференциальных уравнений примет вид

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \beta - (\sin x + \varepsilon \sin y), \\ \frac{dy}{dt} = \beta + \Delta\beta - (\sin x + \varepsilon \sin y), \end{cases} \quad (3)$$

где $\beta = (\omega_0 - \omega_c)/k_y k_\Gamma A_c A_\Gamma$; $\Delta\beta = (\omega_c - \omega_\Pi)/k_y k_\Gamma A_c A_\Gamma$.

Рассмотрим фазовое пространство полученной системы дифференциальных уравнений. Во-первых, можно заметить, что отсутствуют точки равновесия. Если положить $dx/dt = dy/dt = 0$, то получим

$$\begin{cases} \beta - (\sin x + \varepsilon \sin y) = 0, \\ \beta + \Delta\beta - (\sin x + \varepsilon \sin y) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

По уравнению (4) можно сделать вывод, что точки равновесия возможны лишь в случае $\Delta\beta = 0$, что по предположению не выполняется. Таким образом, фазовые траектории данной системы не пересекаются.

Так же фазовое пространство является неизменным, откуда следует $x(t) = x(t) + 2\pi$ и $y(t) = y(t) + 2\pi$. В связи с выше рассмотренным достаточно рассмотреть лишь один фрагмент фазовой плоскости (рис. 2), например $-\pi/2 \leq x \leq 3\pi/2$; $-\pi/2 \leq y \leq 3\pi/2$. Для всех остальных значений x и y данный фрагмент будет периодически повторяться.

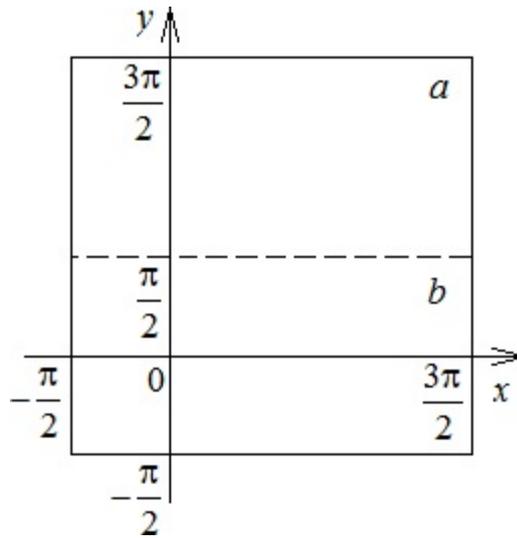


Рис. 2 Фрагмент фазового пространства в пределах $-\pi/2 \leq x \leq 3\pi/2$; $-\pi/2 \leq y \leq 3\pi/2$

Для исследования поведения фазовых траекторий выделим на фазовой плоскости области с постоянным направлением изменения x и y . Границами таких областей являются $dx/dt = 0$ и $dy/dt = 0$. Отсюда из уравнения (4) для нижней полуплоскости b приведенной на рис. 2 получаем

$$\begin{cases} y = \arcsin \left[\frac{1}{\varepsilon} (\beta - \sin x) \right], \\ y = \arcsin \left[\frac{1}{\varepsilon} (\beta + \Delta\beta - \sin x) \right]. \end{cases}$$

Для верхней полуплоскости a (рис. 2) система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} y = \pi - \arcsin \left[\frac{1}{\varepsilon} (\beta - \sin x) \right], \\ y = \pi - \arcsin \left[\frac{1}{\varepsilon} (\beta + \Delta\beta - \sin x) \right]. \end{cases}$$

Получим угол наклона траектории фазовых кривых

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{dx}{dy} = \frac{\beta - \sin x - \varepsilon \sin y}{\beta + \Delta\beta - \sin x - \varepsilon \sin y}. \quad (5)$$

По формуле (5) можно сделать вывод что $\operatorname{tg}(\alpha)=0$ и $\operatorname{tg}(\alpha)=\infty$ являются частными случаями движения фазовых кривых в областях с постоянными направлениями x и y .

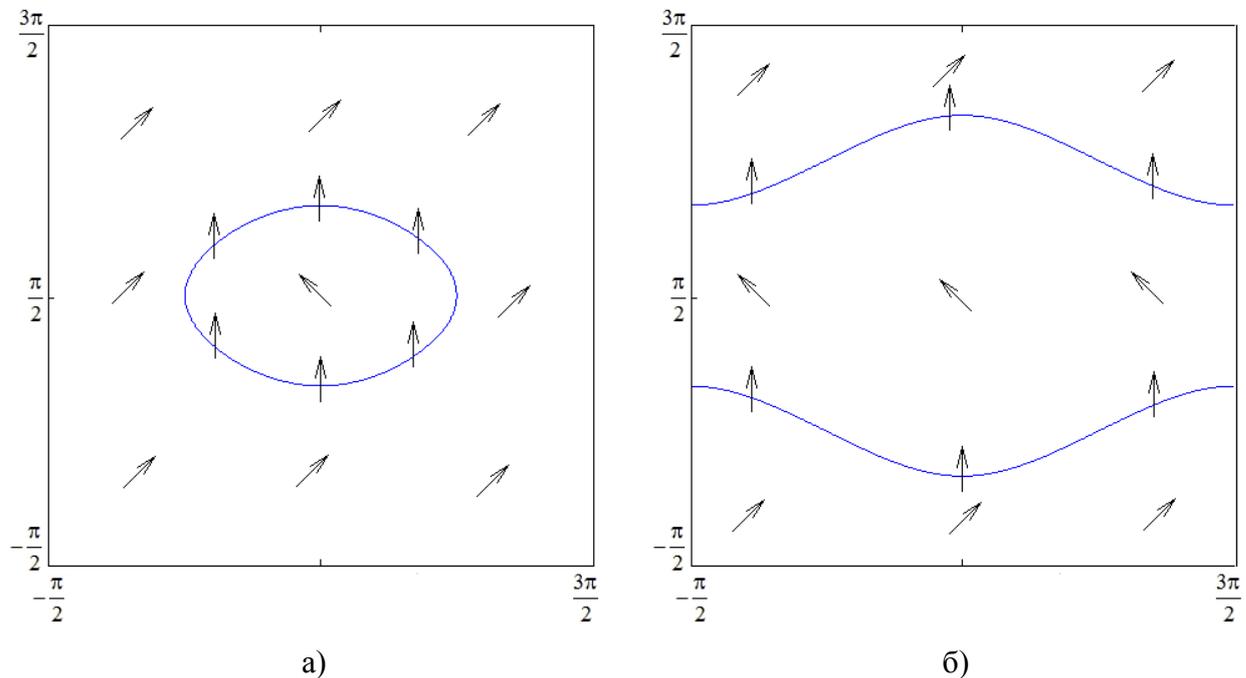
Рассмотрим все возможные расположения этих кривых относительно фрагмента фазового пространства приведенного на рисунке 2. Для определенности предположим, что

$\varepsilon > 1$. Все возможные расположения кривых для уравнений системы, приведены на рис. 3 при $\varepsilon = 2$ и $\beta = 0$.

На рис. 3а приведен эллипс возможный в случае $\varepsilon - 1 < \Delta\beta < 1 + \varepsilon$. На рис. 3б приведен случай, когда эллипс распадается на две кривые при $1 - \varepsilon < \Delta\beta < \varepsilon - 1$. На рис. 3в приведен случай, когда две кривые распадаются на четыре при $-1 - \varepsilon < \Delta\beta < 1 - \varepsilon$. На рис. 3г приведены два случая, при которых кривые отсутствуют при $\Delta\beta < -1 - \varepsilon$ и $\Delta\beta > 1 + \varepsilon$. Стрелками на рис. 3 показаны углы наклона фазовых траекторий.

Для упрощения дальнейшего анализа заменим нелинейную функцию $\sin(x)$ переменной x в интервале $\pi/2 < x < 3\pi/2$, и $\pi - x$ при $-\pi/2 < x < \pi/2$ [5]. Аналогично заменяем $\sin(y)$ переменной y в интервале $\pi/2 < y < 3\pi/2$, и $\pi - y$ при $-\pi/2 < y < \pi/2$. Тогда уравнение (3) преобразуется к виду

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \beta - x - \varepsilon y; \\ \frac{dy}{dt} = \beta + \Delta\beta - x - \varepsilon y. \end{cases} \quad (6)$$



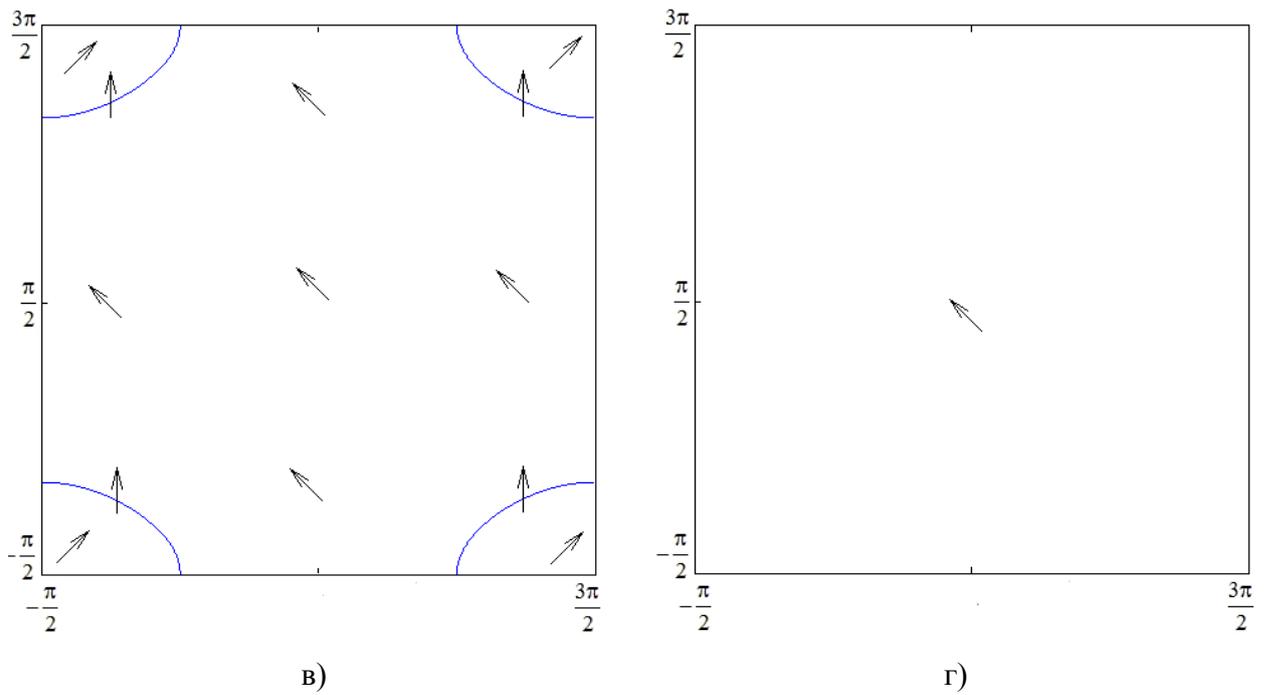


Рис. 3 Фазовая плоскость с выделенными областями с постоянными направлениями x и y

На рис. 4 приведена работа ФАП в режиме захвата за сигнал при $\beta=0$, $\Delta\beta=\pi/2$, $\epsilon=1$. На рисунке приведены две фазовые кривые начинающие движение с точек a_1 , a_2 и заканчивающие движение в точках соответственно в b_1 и b_2 . Для режима захвата за сигнал характерно монотонное изменение координаты y . При этом координате x характерно следующее неравенство $|a_1 - a_2| \gg |b_1 - b_2|$. Соответственно для режима захвата за помеху характерно монотонное изменение координаты x , а координате y характерно неравенство $|a_1 - a_2| \gg |b_1 - b_2|$. Стрелкам на рис. 4 показаны углы наклона фазовых траекторий.

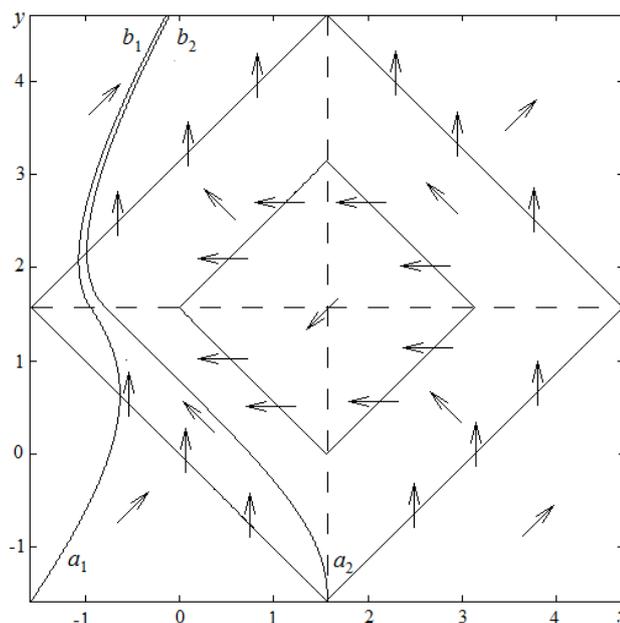


Рис. 4 Режим захвата за сигнал при $\epsilon = 1$

На рис. 5 приведены фазовые плоскости с выделенными областями с постоянными направлениями x и y . Стрелками на рисунке обозначены углы наклона траектории фазовых кривых.

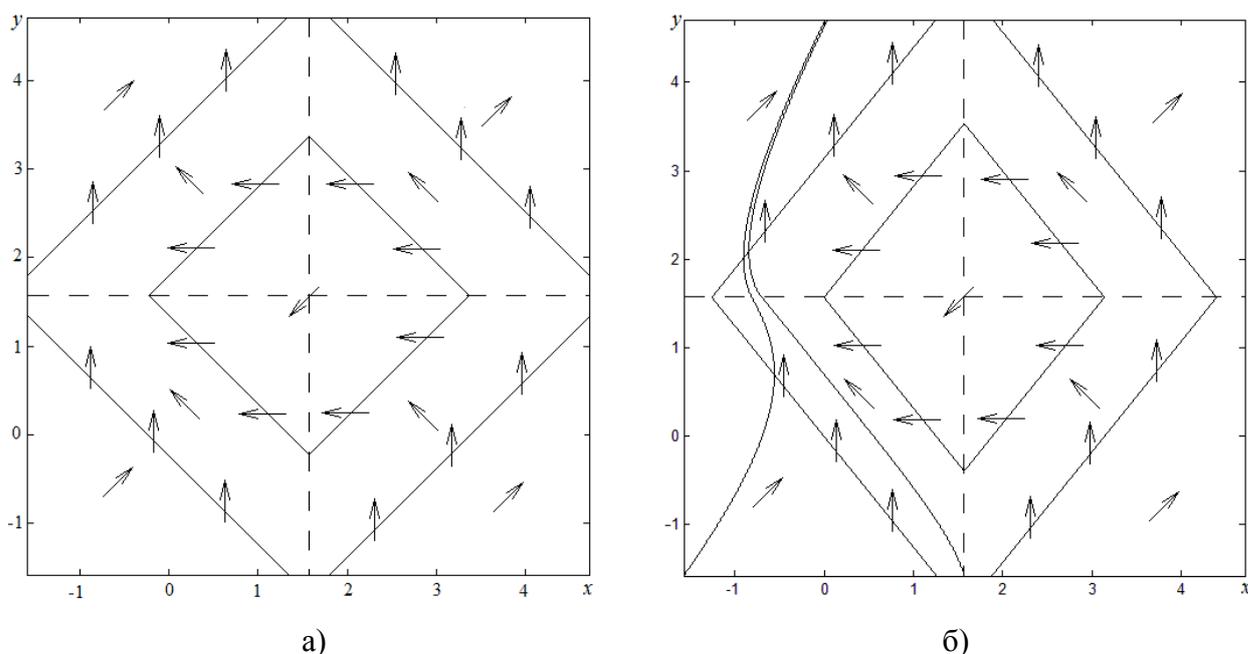
В случае если принять $\Delta\beta > 0$, то анализ фазовых траекторий можно разделить на четыре категории. В случае изображенном на рис. 5б можно заметить, что работа ФАП будет проходить в режиме захвата за сигнал. На рис. 5в работа ФАП будет проходить в режиме захвата за помеху. Рисунки 5а и 5г не дают достаточной информации о захвате за сигнал или помеху. В случае при $\Delta\beta < 0$ все рассуждения проводятся аналогично.

Нормируем рисунки 4 и 5, заменив шаг сетки со значения $\pi/2$ на 1. Из анализа рис. 4 и 5 становится ясно, если $y=1$, в то время как $|x| < 1$, получим работу ФАП в режиме захвата сигнала, и при $x=1$, $|y| < 1$ – работу ФАП в режиме захвата помехи. Подставив полученные значения x и y в систему уравнений (6), получим неравенство для ФАП в режиме захвата сигнала

$$|\beta + \varepsilon| \leq 1, \quad (7)$$

и в режиме захвата помехи

$$\beta + \Delta\beta - |\varepsilon| \leq 1. \quad (8)$$



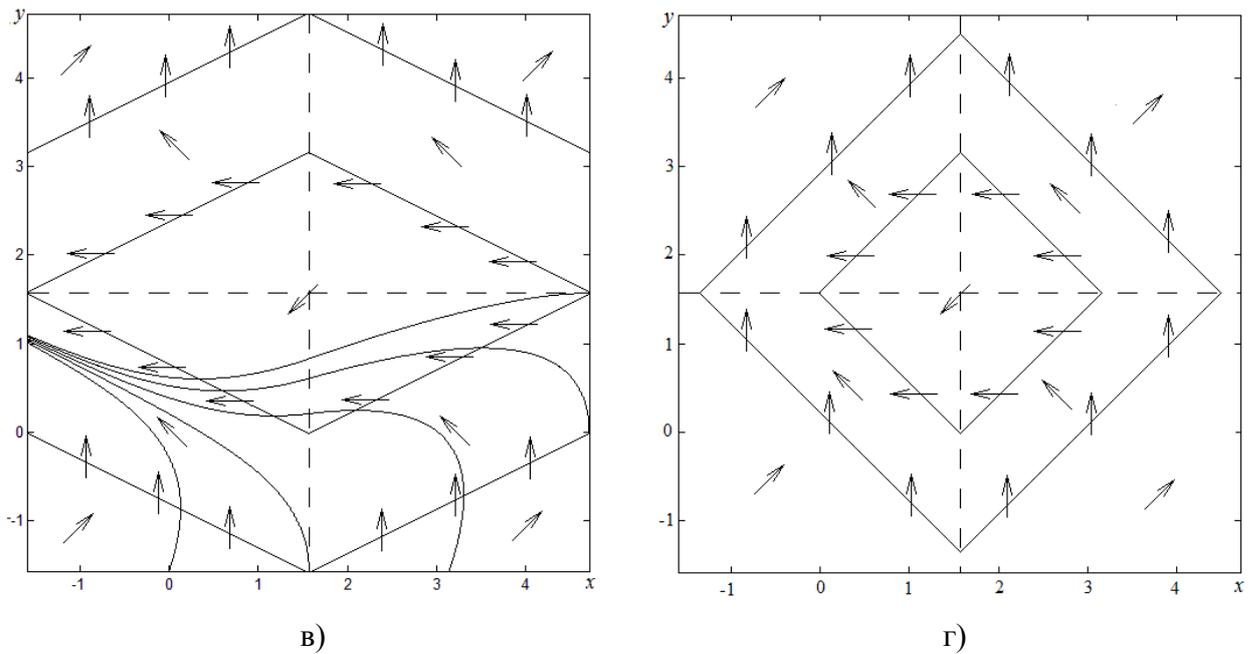


Рис. 5. Анализ фазовых траекторий при различных значениях ϵ , β

Заменяя в уравнении (7) и (8) $\beta + \Delta\beta$ на ω_2 , β на ω_1 и ϵ на α_2/α_1 , приходим к уравнению (14 а) и (14 б) автора [5]. Причем следует отметить, что автором была допущена ошибка, в случае захвата за помеху неверно поставлен модуль. Верность полученных уравнений (7) и (8) можно проверить по рисунку 15.6 автора [4].

Проверим неравенства (7) и (8) по формуле (3), получив режимы захвата за сигнал и за помеху. На рис. 6а приведен режим захвата за сигнал при $\epsilon = 0.8$; $\beta = 0$; $\Delta\beta = -0.4$. На рис. 6б приведен режим захвата за помеху при $\epsilon = 1$; $\beta = 0.4$; $\Delta\beta = 0.4$.

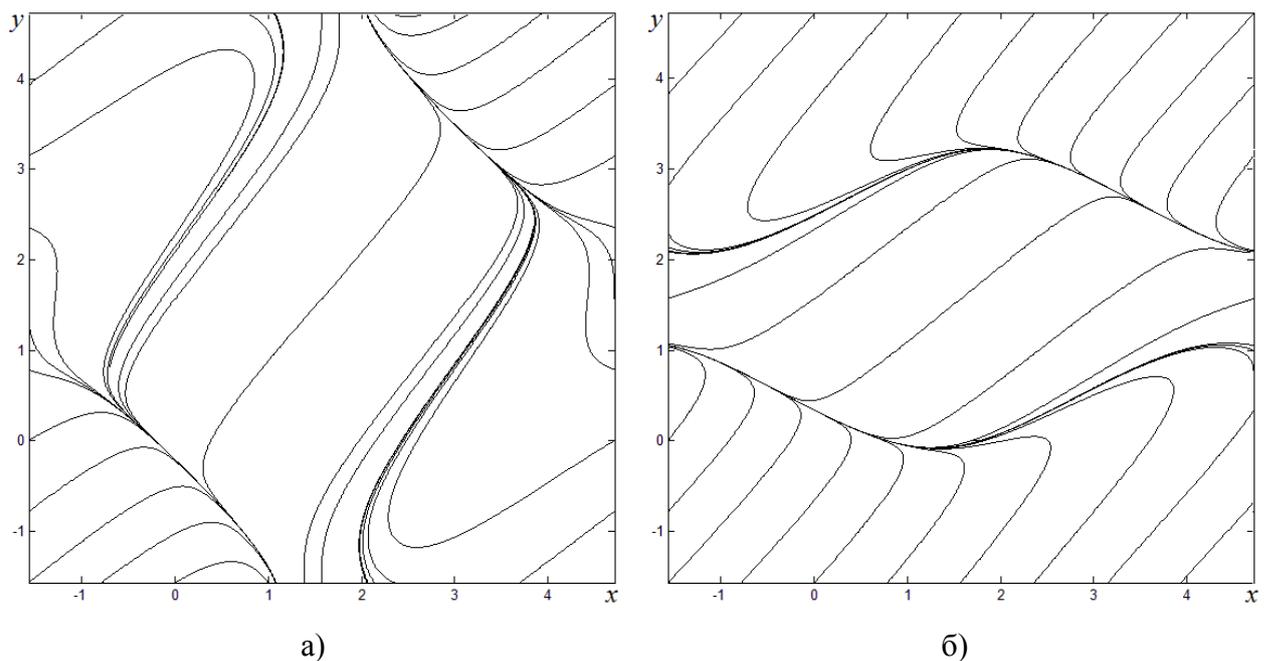


Рис. 6 – Режимы захвата сигнала и помехи

На рис. 7 показана линия границы захвата за сигнал и за помеху вычисленная при различных ε , $\Delta\beta$ по формуле (3) принимая при этом $\beta=0$. Кружочками на рисунке обозначены значения $\Delta\beta$, для которых проводилось моделирование.

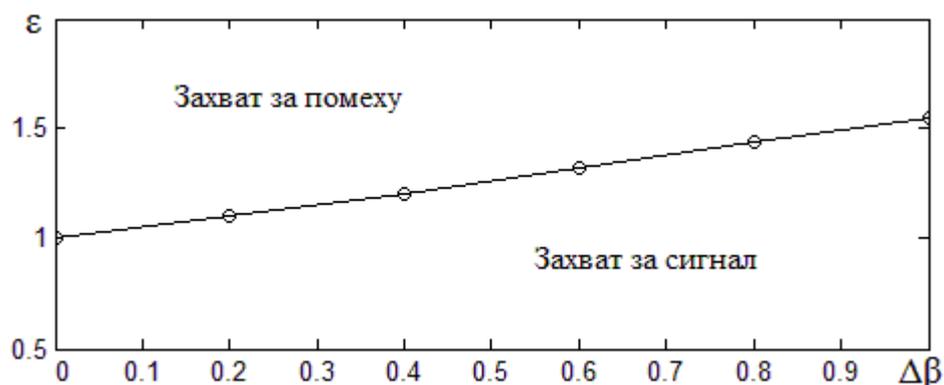


Рис. 7 – Линия границы захвата сигнала и помехи

Заключение

Таким образом, в результате проведенного анализа были получены неравенства для определения условий захвата за сигнал и за помеху зависящие от значений отношение помеха/сигнал, сигнальной расстройки по частоте и отстройки по частоте сигнала и гармонической помехи. Для проверки полученных выводов, было проведено моделирование по полученным неравенствам режимов захвата за сигнал и за помеху.

Список литературы

1. Шахтарин Б.И. Анализ систем синхронизации при наличии помех. М.: ИПРЖР, 1996. 252 с.
2. Meyr H., Ascheid G. Synchronization in digital communications . Vol.1. Phase-, Frequency-Locked Loops, and Amplitude Control. N.Y.: Wiley, 1990. 510 p.
3. Stephens D.R. Phase – locked loops -for Wireless communications. Digital, analog and implementations. 2nd ed. N.Y.: Kluwer, 2002. 421 p.
4. Шахтарин Б.И. Анализ систем синхронизации методом усреднения. М.: Радио и связь, 1999. 495 с.
5. Nakagawa M. Effects of interfering signals in phase-locked loops // Frequenz. 1978. № 32 (5). P. 146-153.

Impact on the phase-locked harmonic interference

09, September 2012

DOI: [10.7463/0912.0453581](https://doi.org/10.7463/0912.0453581)

Shahtarin B.I, Aslanov T.G.

Russia, Bauman Moscow State Technical University

tabasik@gmail.com

Effect of a harmonic interferer on phase-lock results in distortion of information received in input signals, and in the loss of stability of the phase-lock. The authors consider the influence of harmonic interference on synchronization processes in the first-order loop. Also the paper presents an analysis of cases of signal capture and the capture of the disturbance in the phase-lock.

Publications with keywords: [error performance](#), [harmonic interference](#), [the relation a noise/signal](#)

Publications with words: [error performance](#), [harmonic interference](#), [the relation a noise/signal](#)

References

1. Shakhtarin B.I. *Analiz sistem sinkhronizatsii pri nalichii pomekh* [Analysis of the systems of synchronization at presence of noise]. Moscow, IPRZhR Publ., 1996. 252 p.
2. Meyr H., Ascheid G. *Synchronization in digital communication. Vol.1. Phase-, Frequency-Locked Loops, and Amplitude Control*. N.Y., Wiley, 1990. 510 p.
3. Stephens D.R. *Phase – locked loops - for Wireless communications. Digital, analog and implementations*. 2nd ed. N.Y., Kluwer, 2002. 421p.
4. Shakhtarin B.I. *Analiz sistem sinkhronizatsii metodom usredneniia* [Analysis of synchronization systems by the averaging method]. Moscow, Radio i sviaz', 1999. 496 p.
5. Nakagawa M. Effects of interfering signals in phase-locked loops. *Frequenz*, 1978, no. 32 (5), pp. 146-153.