

УДК 608.2

Поддержание элементов орбит КА

05, май 2012

Чернов Н.В.

*Студент,
кафедра «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов»*

*Научный руководитель: Баранов А.А.,
к.ф.-м.н., доцент кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов»*

МГТУ им. Н.Э. Баумана
bauman@bmstu.ru

В настоящее время спутниковые системы играют ведущую роль в использовании космического пространства. Под системой КА будем понимать совокупность КА, упорядоченных определенным образом в пространстве и выполняющих в тесном взаимодействии между собой конкретные задачи полета.

Рассмотрим спутник, входящий в спутниковую систему, предназначенную для дистанционного зондирования Земли. Поддержание орбиты спутника, входящего в спутниковую систему, является определяющим для его успешной работы.

В данной работе рассматривается задача поддержания большой полуоси рабочей орбиты КА (a), ее наклона (i) и эксцентриситета (e) в заданной окрестности $[-\delta a, \delta a]$, $[-\delta i, \delta i]$ и $[0, \delta e]$ их номинальных значений (a_0, i_0, e_0) на заданном интервале времени.

Общая схема решения задачи

При решении задачи поддержания рабочей орбиты КА можно выделить три этапа: выбор параметров «рациональной» орбиты, на которой начнет функционировать КА, определение момента выхода параметров рабочей орбиты за заданные ограничения, расчет параметров маневров, переводящих КА на «рациональную» орбиту.

«Рациональной» будем называть орбиту, которая в процессе эволюции максимально долго не выходит за пределы допустимой окрестности номинальной орбиты. Для того чтобы определить параметры рациональной орбиты необходимо исследовать эволюцию поддерживаемой орбиты. В зависимости от времени все элементы орбит претерпевают короткопериодические изменения, а эксцентриситет и наклонение имеют также периодические изменения существенно большей амплитуды с периодом, который всего в несколько раз меньше интервала поддержания. Для орбит, у которых еще ощутимо влияние атмосферы, имеет место

монотонное уменьшение большой полуоси. Для солнечно-синхронных орбит монотонное уменьшение их наклона.

Если нет очень жестких требований по точности поддержания заданной орбиты, то нет смысла бороться с короткопериодическими возмущениями. Однако их необходимо учитывать при выборе «рациональной» орбиты, чтобы на коротком интервале времени не выйти за верхнюю границу разрешенного диапазона.

В программе рассчитывающей параметры маневров поддержания на первом этапе осуществляется численное интегрирование уравнений движения КА с подключением функции выхода, контролирующей ограничение по величине большой полуоси в восходящем узле рабочей орбиты, также контролируются величины эксцентриситета и наклона, определяется амплитуда короткопериодических колебаний всех элементов. Желательно, чтобы в начальный момент времени параметры рабочей орбиты совпадали с параметрами «рациональной» орбиты. Когда ограничение будет достигнуто, происходит выход из интегрирования.

Коррекция элемента орбиты, достигшего своего предельного значения, не означает, что в этот момент не надо корректировать остальные поддерживаемые элементы орбиты. Оптимально, чтобы в этот момент остальные элементы орбиты корректировались пропорционально их суммарному изменению на всем интервале поддержания.

Маневрирование всегда начинается на витке, предшествующем витку, на котором один из параметров орбиты выходит из разрешенного диапазона.

После расчета и моделирования маневров, опять осуществляется численно-аналитический прогноз вновь сформированной орбиты и находится следующий момент выхода параметров рабочей орбиты за границу ограничений. Процесс заканчивается, когда достигается заданное время окончания функционирования КА.

Итерационное решение задачи маневрирования.

Задачу определения параметров маневров желательно решать в максимально упрощенной постановке: использовать линеаризованные уравнения движения, не учитывать не центральность гравитационного поля, влияние атмосферы и т.д. Это позволит существенно упростить и ускорить процесс нахождения решения, а в ряде случаев даст возможность получить аналитическое решение. Однако такое упрощение приводит к тому, что реальная точность выполнения терминальных условий будет недостаточной.

Чтобы решить задачу с заданной точностью, можно использовать итерационную схему [1], которая состоит из следующих этапов:

- В начале очередной итерации решается «приближенная» задача: при принятых ранее упрощающих предположениях определяются параметры маневров, обеспечивающих формирование «целевой» орбиты (на первой итерации «целевая» орбита совпадает с «рациональной» орбитой).

- Затем, с учетом рассчитанных маневров, используя модели всех необходимых возмущений, осуществляется «точное» прогнозирование движения КА и находятся параметры сформированной орбиты.

- Вычисляются отклонения параметров сформированной орбиты от соответствующих параметров «рациональной» орбиты.

- Если отклонения превышают допустимые (например, величину Δa_m), то параметры «целевой» орбиты меняются на величину вычисленных отклонений, и проводится следующая итерация.

Процедура заканчивается, когда терминальные условия выполнены с заданной точностью.

Для «точного» прогнозирования используется численное интегрирование.

При численном интегрировании учитываются влияние нецентральности гравитационного поля, атмосферы, светового давления и т.д., моделируется работа двигателей КА, поэтому, несмотря на то, что параметры маневров и находятся на каждой итерации с использованием простейшей модели движения, но в результате итерационной процедуры они обеспечивают выход на «рациональную» орбиту с требуемой точностью.

Расчет параметров маневров

Переход между компланарными орбитами. Предполагается, что в процессе исполнения маневра ориентация ДУ фиксируется по трансверсали в орбитальной системе координат. Чтобы наиболее приблизиться к импульсному решению, которое принимается за основу, и получить оптимальное решение, середина активного участка должна совпадать с точкой приложения импульса скорости оптимального импульсного решения [2]. Это предположение справедливо, т.к. масса КА меняется незначительно при исполнении одного маневра и реактивное ускорение можно считать постоянным.

При данных предположениях можно найти изменение эксцентриситета орбиты в результате работы ДУ на угловом интервале $\Delta\varphi$:

$$\Delta e = 4 \frac{w}{w_c} \sin \frac{\Delta\varphi}{2}, \quad (1)$$

где, w_c - центростремительное ускорение опорной круговой орбиты, w – ускорение, создаваемое ДУ $\left(w = \frac{P}{m}, w_c = \frac{V_0^2}{r_0} \right)$.

Так как изменение большой полуоси орбиты не зависит от момента приложения трансверсального импульса скорости, а зависит от величины этого импульса ($\Delta a = 2\Delta V_b$, здесь Δa – безразмерная величина), изменение большой полуоси за интервал работы двигателя $\Delta\varphi$ равно

$$\Delta a = \frac{2w}{w_c} \Delta\varphi. \quad (2)$$

Условия перехода на заданную орбиту, когда на каждом витке выполняются два включения ДУ, центры активных участков которых располагаются на линии апсид относительной орбиты, имеют вид

$$\begin{cases} 4 \sin \frac{\Delta\varphi_1}{2} - 4 \sin \frac{\Delta\varphi_2}{2} = \frac{w_c \Delta e}{wn}, \\ 2\Delta\varphi_1 + 2\Delta\varphi_2 = \frac{w_c \Delta a}{wn}, \end{cases} \quad (3)$$

где n – число витков, на которых одинаковым образом работает двигательная установка.

Из системы (3) можно найти величины $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2$

$$\begin{cases} \Delta\varphi_1 = \frac{w_c \Delta a}{4wn} + 2 \arcsin \frac{w_c \Delta e}{8wn \cos \frac{w_c \Delta a}{8wn}}, \\ \Delta\varphi_2 = \frac{w_c \Delta a}{4wn} - 2 \arcsin \frac{w_c \Delta e}{8wn \cos \frac{w_c \Delta a}{8wn}}. \end{cases}$$

Увеличивая n , можно приблизиться по затратам суммарной характеристической скорости к импульсному решению.

Переход с помощью ДУ конечной тяги между некомпланарными орбитами. Для изменения ориентации плоскости орбиты обычно используются две возможности. Довольно распространенной является схема, в которой маневры в плоскости орбиты и поворачивающие плоскость орбиты проводятся отдельно. Таким образом обеспечивается простое и надёжное, но не оптимальное управление. Оптимальное управление можно реализовать для КА, у которых имеется возможность выставлять вектор тяги в нужном направлении и менять это направление заданным образом в процессе реализации маневра. Для этого требуется довольно сложная система управления движением вокруг центра масс. Вместо этого сложного управления можно использовать близкое к оптимальному, но гораздо проще реализуемое управление, когда во время исполнения маневра вектор тяги сохраняет фиксированную ориентацию в плоскости местного горизонта.

Маневр, обеспечивающий только изменение ориентации плоскости орбиты. Такая задача возникает при коррекции только наклонения орбиты.

Изменение ориентации плоскости орбиты, производимое при сообщении боковой скорости ΔV_z , можно рассчитать по формуле

$$\Delta i = 2 \frac{w}{w_c} \sin \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right)$$

где $\Delta\varphi$ - угловая величина активного участка, середина активного участка находится на линии пересечения плоскостей орбит.

Эта формула с точностью до множителя (2 вместо 4, т.к. влияние боковой составляющей в два раза меньше чем трансверсальной) совпадает с формулой (1), описывающей изменение эксцентриситета при орбитальной ориентации ДУ.

Одновременное изменение всех элементов орбиты. Для получения минимальных затрат суммарной характеристической скорости на поддержание рабочей орбиты необходимо совмещать изменение ориентации плоскости орбиты с коррекцией вектора эксцентриситета и большой полуоси. Решение задачи также будем искать при ограничении, что ориентация ДУ фиксирована в орбитальной системе координат.

Как и для переходов между компланарными орбитами возьмем за основу импульсное решение (будем называть его базовым). В качестве такого решения целесообразно взять «универсальное» двухимпульсное решение приведенное в [3].

Этим решением, у импульсов скорости которого имеются только трансверсальные и боковые составляющие, можно воспользоваться при любых отклонениях элементов начальной и заданных орбит.

Предположим, что базовое решение состоит из двух импульсов скорости величиной $\Delta V_1, \Delta V_2$, углы приложения импульсов φ_1 и φ_2 , составляющие $\Delta V_{t1}, \Delta V_{z1}$ и $\Delta V_{t2}, \Delta V_{z2}$. Ориентация ДУ задаётся углом β_i :

$$\operatorname{tg} \beta_i = \frac{\Delta V_{zi}}{\Delta V_{ti}}. \quad (4)$$

Боковая составляющая первого импульса скорости произведет изменение ориентации плоскости орбиты $\Delta i_1 = \Delta V_{z1} = \Delta V_1 \sin \beta_1$, а трансверсальная - изменение эксцентриситета $\Delta e_1 = 2\Delta V_{t1} = 2\Delta V_1 \cos \beta_1$ и большой полуоси $\Delta a_1 = 2\Delta V_{t1} = 2\Delta V_1 \cos \beta_1$ (скорости тоже безразмерные величины).

Как всегда предполагаем, что середина маневра по времени совпадает с моментом приложения импульса скорости. Ускорение, создаваемое ДУ в трансверсальном направлении $w_t = w \cos \beta$, ускорение, в боковом направлении $w_i = w \sin \beta$.

Из уравнения

$$\Delta i_1 = \Delta V_{z1} = \Delta V_1 \sin \beta_1 = 2 \frac{w \sin \beta_1}{w_c} \sin \left(\frac{\Delta \varphi_1}{2} \right)$$

можно найти $\Delta \varphi_1$ -продолжительность первого маневра

$$\Delta \varphi_1 = 2 \arcsin \frac{w_c \Delta V_1}{2w}.$$

Такая же величина $\Delta \varphi_1$ получится, если воспользоваться уравнением для эксцентриситета. Аналогичным образом находится продолжительность второго маневра $\Delta \varphi_2$.

Поскольку каждый из маневров обеспечивает необходимые изменения элементов орбиты $\Delta e_1, \Delta i_1$ и $\Delta e_2, \Delta i_2$, то соответствующие элементы заданной орбиты будут сформированы такими же, как и в импульсном случае. Сложность заключается в том, что изменение большой полуоси будет больше, чем необходимо, т.к. она меняется при орбитальной ориентации более эффективно, чем эксцентриситет.

Таким образом, в результате маневров будут устранены расхождения в векторе эксцентриситета и в ориентации плоскости начальной и заданной орбит, но останется ошибка в формировании нужного значения большой полуоси. Устранить эту ошибку можно с помощью итерационной процедуры.

Предположим, что первоначальным отклонением большой полуоси было $\Delta a_0 = a_f - a_0$ (например, $\Delta a_0 > 0$). Это отклонение Δa_0 и отклонения $\Delta e_{x0}, \Delta e_{y0}, \Delta z_0, \Delta V_{z0}$ использовались при определении параметров маневров.

В результате реализации рассчитанных маневров будет сформирована большая полуось a_1 ($a_1 > a_f$). На следующей итерации будут использоваться отклонения $\Delta a_1 = \Delta a_0 + a_f - a_1$, $\Delta e_{x0}, \Delta e_{y0}, \Delta z_0, \Delta V_{z0}$, на последующей $\Delta a_2 = \Delta a_1 + a_f - a_2$, и т.д., пока большая полуось не будет сформирована с заданной точностью.

Описанные решения обеспечивают формирование с необходимой точностью заданной орбиты и, в тоже время, они достаточно близки к оптимальным решениям, поскольку поворот плоскости начальной орбиты совмещен с изменением её вектора эксцентриситета и большой полуоси. Для получения решения на основе точных уравнений движения, когда учитываются влияние нецентрального гравитационного поля, атмосферы и т.д., необходимо использовать итерационную процедуру, описанную выше. На каждой итерации этой «внешней» итерационной процедуры используется описанная здесь «внутренняя» итерационная процедура, позволяющая найти «приближенное» решение с заданной точностью.

Данным решением можно воспользоваться, когда при поддержании орбиты необходимо одновременно корректировать большую полуось, наклонение и эксцентриситет. Если требуется только коррекция большой полуоси и наклонения, то решение существенно упрощается. Середина маневра располагается на экваторе, продолжительность маневра и ориентация ДУ определяются из системы

$$\Delta i = 2 \frac{w \sin \beta}{w_c} \sin \left(\frac{\Delta \varphi}{2} \right),$$

$$\Delta a = \frac{2w \cos \beta}{w_c} \Delta \varphi.$$

Литература

- 1 Навигационное обеспечение полета орбитального комплекса «Салют – 6» - «Союз» - «Прогресс», под редакцией Петрова Б.Н., Бажинова И.К. М.: Наука, 1985.
- 2 Кузмак Г.Е., Брауде А.З., Приближенное построение оптимальных перелётов в малой окрестности круговой орбиты, Космические исследования, 1969, т.7, № 3, С. 323-338.
- 3 Баранов А.А., Численно-аналитическое определение параметров маневров многовитковой встречи КА на близких околокруговых некомпланарных орбитах, Космические исследования, 2008, т.46, № 5, С. 430-439.