

О расчете параметров плоской струи, выдуваемой из сублимирующей пластины в сносящий сверхзвуковой поток 77-30569/246235

11, ноябрь 2011

Сидняев Н. И.

УДК 519.63

МГТУ им. Н.Э. Баумана

Sidn_ni@mail.ru

Введение

При обтекании сверхзвуковым потоком газа инжектируемой газовой струи скачки уплотнения, и волны разряжения взаимодействуют с пограничным слоем на поверхности, сублимирующей пластины. В случае достаточно сильного взаимодействия (интенсивных ударных волн, инъекции струи, вдува с поверхности, больших чисел Маха), возникают обширные отрывные зоны, существенно перестраивающие волновую картину течения и изменяющие динамические нагрузки. Для проектирования ЛА и оптимального управления важно достаточно точно определить параметры течения в окрестности точек отрыва и присоединения потока, поскольку именно здесь реализуются наиболее интенсивные нагрузки на сублимирующую поверхность. Известно, что положение точки отрыва в значительной степени определяется состоянием пограничного слоя перед зоной взаимодействия [1-3]. Структура отрывной зоны может существенно отличаться в случае сублимирующей стенки.

Следует отметить, что уравнения движения вязкого газа представляют собой нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных и их интегрирование, а главным образом соблюдение граничных условий, сопряжено с непреодолимыми математическими трудностями. До настоящего времени точные решения этих уравнений получены лишь для немногих случаев. Поэтому, представленные в статье, результаты математического моделирования важны для понимания природы и параметров застойных зон, контактирующих с сублимирующими поверхностями, возникающими в сжимаемых сверхзвуковых потоках, и дальнейшего изучения поперечного взаимодействия потоков.

1. Физическая картина взаимодействия инжектируемой струи со сверхзвуковым потоком газа

Физический характер взаимодействия инжектируемой струи со сверхзвуковым потоком с известным приближением можно представить на примере вдува газа через плоское отверстие в плоский сверхзвуковой поток [3]. Основной поток, набегая на струю, тормозится, создавая на передней к потоку стороне повышенное по сравнению с тыльной областью давление. Под действием перепада давлений траектория струи искривляется. Давление и скорость на передней границе образованного струей тела, обтекаемого сносимым потоком, непрерывно изменяются.

Экспериментально установлено [1, 3, 4], что если интенсивность вдува мала (давление инжектируемой струи p_{oj} незначительно превышает статическое давление p_∞), то в набегающем сверхзвуковом потоке возникает присоединенный к передней кромке отверстия инъекции слабый скачок уплотнения. Такой скачок, как правило, не способен вызвать отрыв пограничного слоя перед струей. В любом сечении инжектируемой струи до её полного разворота параллельно пластине скорость течения остаётся дозвуковой. Постепенное увеличение давления в струе приводит к образованию в некотором её сечении местной звуковой скорости и перемещению этого сечения к отверстию инъекции. Давление за головным скачком уплотнения возрастает, что вызывает отрыв потока перед струей.

Взаимодействие струи с потоком образует многочисленные скачки уплотнения в плоскости, перпендикулярной обтекаемой поверхности и проходящей через середину отверстия (рис. 1) [2, 3, 4].

Обобщенная струя показана на рис.1. Струя 2 инжектируется в поток с проницаемой боковой поверхности 1. При умеренных интенсивностях вдува поток, обтекающий сублимирующую поверхность, отрывается перед струей с образованием локальной зоны повышенного давления и местных скачков уплотнения. За струей возникает зона пониженного давления. Инжектируемый поток воздействует на головной скачок уплотнения, изменяя его форму, а струя, разворачивается по направлению внешнего потока на угол α_c [4].

Следует отметить, что для определения суммарной силы от давления на обтекаемую сублимирующую поверхность необходимо знать вид кривой распределения давления в плоскостях, поперечных потоку (рис. 1). На участке перед отверстием давление уменьшается по сравнению с его максимальным значением в плоскости симметрии. Непосредственно за отверстием давление оказывается меньше, чем в

невозмущенном потоке. При этом, как показывает анализ опытных данных, влияние сил давления на участке за отверстием на создание управляющего усилия существенно [4]. С уменьшением степени нерасчетности струи вдуваемого газа физический характер взаимодействия упрощается.

Боковая сила, возникающая при взаимодействии поперечной струи со сверхзвуковым потоком, определяется величиной возмущенной области (при плоском взаимодействии – параметрами $l_{отр}$, l_d) и распределением давления в этой области (рис. 1). Используя безразмерные профили давления для областей отрыва перед и за вдуваемой струей, можно вычислить величины составляющих боковой силы, обусловленных перераспределением давления в отрывных областях [4]:

$$S_1 = \Delta p_{\max} l_{отр} \int_0^1 \frac{\Delta p}{\Delta p_{\max}} \frac{x}{l_{отр}} d\left(\frac{x}{l_{отр}}\right) \text{ и } S_2 = \Delta p_{\max} l_d \int_0^1 \frac{\Delta p}{\Delta p_{\max}} \frac{x}{l_d} d\left(\frac{x}{l_d}\right),$$

где $\Delta p_{\max}$ - максимальное изменение давления в каждой области отрыва. Параметры $l_{отр}$, l_d являются функциями глубины проникновения струи в основной поток и углов отрыва и притекания струи к стенкам.

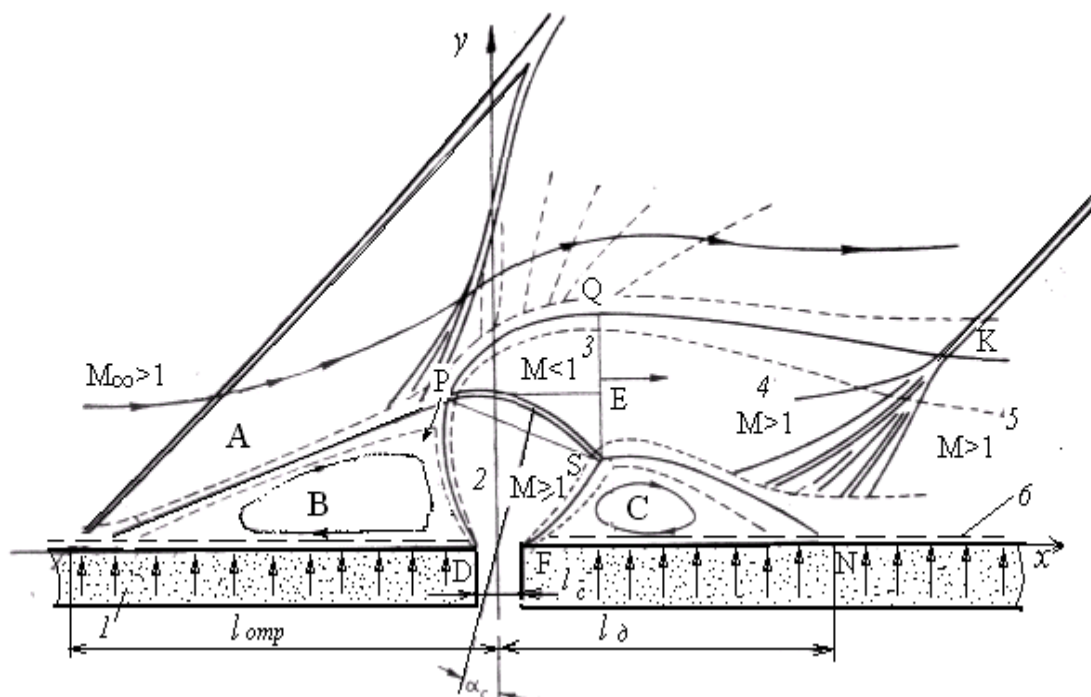


Рис. 1. Схема взаимодействия инжектируемой струи из сублимирующей поверхности со сверхзвуковым потоком: 1-проницаемая поверхность; 2 - область свободного расширения струи; 3 - область поворота струи; 4-область повторного расширения струи; 5- область присоединения струи к стенке; 6- граница области вдуваемого газа

Течение в струе идеального газа, вытекающего из сублимирующей стенки 1 состоит из сверхзвуковой области расширения 2 в несимметричной свободной струе, ограниченной сильным скачком PS и свободными линиями тока DP и FS. Область 3 ограничена сильным скачком PS линией QS и линией тока PQ, которая представляет собой контактный разрыв [4]. Сверхзвуковая область 4 повторного расширения, ограничена линией перехода QS, слабым скачком присоединения NK, свободной линией тока SN и линией тока QK, представляющей собой контактный разрыв. Сверхзвуковой поток присоединения 5, начинающийся за скачком присоединения NK, в которой давление в струе выравнивается и становится равным давлению невозмущенного внешнего потока [4]. Давление по длине струи постоянно и равно в передней отрывной области критическому давлению вдуваемого слоя 6, в задней отрывной области – донному давлению. Присоединение турбулентного струйного пограничного слоя внешнего потока в точке Р к поверхности струи происходит так же, как к твердой поверхности, контур которой совпадает с внешней граничной линией тока струи PQ. Вдоль поверхности тангенциального разрыва PQK вплоть до скачка, возникающего в месте притекания струи к поверхности пластины, не происходит смешения двух потоков, поэтому присоединение вне струи к слою вдуваемого газа в точке N определяется допустимым углом поворота турбулентного слоя в этой точке [3, 4].

Необходимо отметить, что при подобной схематизации течения расчет его может быть проведен достаточно точно численными методами с использованием разностных алгоритмов и некоторых допущений. Так, например, в сечении QS течение одномерное, вектор скорости v параллелен оси x , а статическое давление струи равно давлению основного потока. В данном случае сила давления основного потока на струю по поверхности тангенциального разрыва PQ должна быть уравновешена импульсом струи в сечении PS.

В предлагаемом методе расчета плоской криволинейной недорасширенной сверхзвуковой струи используются обычные допущения: газ идеальный, расширение изэнтропическое, параметры струи в каждом сечении постоянны по сечению. Контур струи может быть построен после предварительного определения положения ряда сечений, как огибающая краев этих сечений.

2. Система уравнений. Метод расчета.

Построим на базе физической модели математическую модель, позволяющую качественно и количественно анализировать исследуемое физическое явление. Рассмотрим уравнения газовой динамики в векторной форме:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial C}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\text{где } A = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uI \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + P \\ \rho vI \end{pmatrix},$$

$$E = \frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} + \frac{1}{\gamma - 1} \frac{P}{\rho}; \quad I = E + \frac{P}{\rho},$$

здесь ρ - плотность; u, v - проекции скорости в декартовой системе координат x, y ; P - давление; E - полная внутренняя энергия системы; I - энтальпия; γ - отношение удельных теплоемкостей (показатель адиабаты).

Рассмотрим схему расщепления [5] для расчета плоского течения невязкого сжимаемого газа. Определим параметры течения газа в прямоугольной области $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$ с заданными граничными условиями. Область интегрирования ($a \cdot b$) разбивается прямоугольной сеткой размером (40x20), в общем случае неравномерной. Параметры течения газа определяются в центрах разностных ячеек с координатами x_i, y_j . Обозначим значение некоторого параметра P в момент времени $t = t^n$ в центре ячейки « i, j » через P_{ij}^n .

Запишем исходную систему (1) дифференциальных уравнений газовой динамики в новых зависимых переменных:

$$\alpha = \rho, \quad \beta = \rho u, \quad \chi = \rho v, \quad \delta = \rho E.$$

Если предположить, что известно решение в некоторый момент времени $t = t^n$, то для определения параметров течения газа в момент времени $t = t^{n+1}$ достаточно знать приращения решения:

$$\Delta \alpha = \alpha(t) - \alpha(t^n), \quad \Delta \beta = \beta(t) - \beta(t^n), \quad \Delta \chi = \chi(t) - \chi(t^n), \quad \Delta \delta = \delta(t) - \delta(t^n)$$

для $t = t^{n+1}$.

Линеаризуя исходную систему уравнений газовой динамики относительно приращений Z , получаем

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (AX \cdot Z) + \frac{\partial}{\partial y} (AY \cdot Z) = F, \quad (2)$$

где $Z^T = \|\Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta\chi, \Delta\delta\|$ - транспонированный вектор неизвестных; AX , AY - матрицы; F - вектор столбец:

$$F^T = \left\| -\frac{\partial \rho u^n}{\partial x} - \frac{\partial \rho v^n}{\partial y}, -\frac{\partial (\rho u^2 + P)^n}{\partial x} - \frac{\partial \rho uv}{\partial y}, -\frac{\partial \rho uv^n}{\partial x} - \frac{\partial (\rho v^2 + P)^n}{\partial y}, -\frac{\partial \rho u I^n}{\partial x} - \frac{\partial \rho v I^n}{\partial y} \right\|,$$

где $I = \frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P}{\rho}$ - полная энтальпия. Матрицы AX , AY и вектор столбец F

вычисляются по известным значениям параметров течения газа в момент времени $t = t^n$:

$$AX = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{Bmatrix}; \quad AY = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{Bmatrix},$$

$$a_{21} = \frac{\gamma-3}{2} u^2 + \frac{\gamma-1}{2} v^2; \quad a_{22} = (3-\gamma)u;$$

$$a_{23} = -(\gamma-1)v; \quad a_{24} = \gamma-1; \quad a_{31} = -uv;$$

$$a_{32} = v; \quad a_{33} = u; \quad a_{41} = -\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P}{\rho} u - \frac{2-\gamma}{2} u^3 - \frac{2-\gamma}{2} uv^2;$$

$$a_{42} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P}{\rho} + \frac{3-2\gamma}{2} u^2 + \frac{v^2}{2}; \quad a_{43} = -(\gamma-1)uv; \quad a_{44} = \gamma u;$$

$$b_{21} = -uv; \quad b_{22} = v; \quad b_{23} = u; \quad b_{31} = \frac{\gamma-1}{2} u^2 + \frac{\gamma-3}{2} v^2;$$

$$b_{32} = -(\gamma-1)u; \quad b_{33} = (3-\gamma)v; \quad b_{34} = \gamma-1;$$

$$b_{41} = -\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P}{\rho} v - \frac{2-\gamma}{2} v^3 - \frac{2-\gamma}{2} vu^2; \quad b_{42} = -(\gamma-1)uv;$$

$$b_{43} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P}{\rho} + \frac{3-2\gamma}{2} v^2 + \frac{u^2}{2}; \quad b_{44} = \gamma v.$$

Запишем уравнения (2) в разностной форме, где

$$\frac{\partial Z}{\partial t} \approx \frac{Z^{n+1} - Z^n}{\Delta t} = \frac{Z^{n+1}}{\Delta t}, \text{ так как } Z^n \equiv 0;$$

конвективные производные $\frac{\partial}{\partial x}(AX \cdot Z)$, $\frac{\partial}{\partial y}(AY \cdot Z)$ вычисляем соответственно на

промежуточном временном слое $t = t^n + \sigma_1 \Delta t$, $t = t^n + \sigma_2 \Delta t$, где $0 \leq \sigma_1, \sigma_2 \leq 1$,

$$\frac{Z^{n+1}}{\Delta t} + \sigma_1 \frac{\partial}{\partial X} (AX \cdot Z^{n+1}) + \sigma_2 \frac{\partial}{\partial Y} (AY \cdot Z^{n+1}) = F^n.$$

Дифференциальный оператор $\left(E + \Delta t \left(\sigma_1 \frac{\partial}{\partial X} AX + \sigma_2 \frac{\partial}{\partial Y} AY \right) \right)$ можно

факторизовать с точностью $O(\Delta t^2)$:

$$E + \Delta t \left(\sigma_1 \frac{\partial}{\partial X} AX + \sigma_2 \frac{\partial}{\partial Y} AY \right) \approx \left(E + \Delta t \sigma_1 \frac{\partial}{\partial X} AX \right) \left(E + \Delta t \sigma_2 \frac{\partial}{\partial Y} AY \right).$$

Если матрицы AX и AY представить в виде суммы

$$AX = AX_1 + AX_2; \quad AY = AY_1 + AY_2, \quad (4)$$

где

$$AX_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & a_{32} & 0 & 0 \\ 0 & a_{42} & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad AX_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & a_{33} & 0 \\ a_{41} & 0 & a_{43} & 0 \end{pmatrix};$$

$$AY_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & b_{23} & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ 0 & 0 & b_{43} & 0 \end{pmatrix}; \quad AY_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{41} & b_{42} & 0 & b_{44} \end{pmatrix}$$

и снова факторизовать дифференциальные операторы

$$E + \Delta t \sigma_1 \frac{\partial}{\partial X} AX \approx \left(E + \Delta t \sigma_1 \frac{\partial}{\partial X} AX_1 \right) \left(E + \Delta t \sigma_1 \frac{\partial}{\partial X} AX_2 \right);$$

$$E + \Delta t \sigma_2 \frac{\partial}{\partial Y} AY \approx \left(E + \Delta t \sigma_2 \frac{\partial}{\partial Y} AY_1 \right) \left(E + \Delta t \sigma_2 \frac{\partial}{\partial Y} AY_2 \right),$$

то получим схему расщепления, состоящую из системы дифференциальных уравнений с производными вдоль одного направления, которую можно решить скалярными прогонками вдоль направлений ox и oy :

$$\left(E + \tau_1 \frac{\partial}{\partial X} AX_1 \right) Z^{n+\frac{1}{4}} = \Delta t F^n, \quad \tau_1 = \Delta t \sigma_1, \quad \left(E + \tau_1 \frac{\partial}{\partial X} AX_2 \right) Z^{n+\frac{1}{2}} = Z^{n+\frac{1}{4}};$$

$$\left(E + \tau_2 \frac{\partial}{\partial Y} AY_1 \right) Z^{n+\frac{3}{4}} = Z^{n+\frac{1}{2}}, \quad \tau_2 = \Delta t \sigma_2$$

Действительно, матрицы AX_1 , AX_2 , AY_1 , AY_2 имеют треугольную форму, поэтому на каждом расчетном шаге можно исключить ряд неизвестных компонент вектора

Z и прийти к дифференциальному уравнению для одной компоненты вектора Z . Так, на первом шаге система дифференциальных уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} Z_1^{n+\frac{1}{4}} + \tau_1 \frac{\partial}{\partial X} \left(Z_2^{n+\frac{1}{4}} \right) &= \Delta t F_1^n = \bar{F}_1^n; \quad Z_3^{n+\frac{1}{4}} + \tau_1 \frac{\partial}{\partial X} \left(a_{32} Z_2^{n+\frac{1}{4}} \right) = \bar{F}_3^n; \\ Z_4^{n+\frac{1}{4}} + \tau_1 \frac{\partial}{\partial X} \left(a_{42} Z_2^{n+\frac{1}{4}} \right) &= \bar{F}_4^n; \\ Z_2^{n+\frac{1}{4}} + \tau_1 \frac{\partial}{\partial X} \left(a_{21} Z_1^{n+\frac{1}{4}} + a_{22} Z_2^{n+\frac{1}{4}} + a_{23} Z_3^{n+\frac{1}{4}} + a_{24} Z_4^{n+\frac{1}{4}} \right) &= \bar{F}_2^n. \end{aligned} \quad (5)$$

Выражая компоненты вектора $Z_1^{n+\frac{1}{4}}$, $Z_3^{n+\frac{1}{4}}$, $Z_4^{n+\frac{1}{4}}$ через $Z_2^{n+\frac{1}{4}}$ и подставляя их в уравнение (5), получаем дифференциальное уравнение 2-го порядка относительно $Z_2^{n+\frac{1}{4}}$.

После его интегрирования легко вычислить остальные компоненты вектора $Z^{n+\frac{1}{4}}$.

Используя оценки [5], исходную систему (5) сводим к поочередному интегрированию вдоль ox и oy следующих уравнений:

$$\begin{aligned} \left(E + \tau_1 \frac{\partial}{\partial X} XD \right) Z^{n+1} &= \Delta t F^n - \tau_1 \frac{\partial}{\partial X} (XB \cdot \bar{F}^n) - \tau_2 \frac{\partial}{\partial Y} (AY \cdot \bar{F}^n); \\ \left(E + \tau_2 \frac{\partial}{\partial Y} YD \right) Z^{n+2} &= \Delta t F^{n+1} - \tau_2 \frac{\partial}{\partial Y} (YB \cdot \bar{F}^{n+1}) - \tau_1 \frac{\partial}{\partial X} (AX \cdot \bar{F}^{n+1}), \end{aligned} \quad (6)$$

где матрицы XD , YD , XB , YB имеют вид

$$\begin{aligned} XD &= \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{vmatrix}; & YD &= \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{44} \end{vmatrix}; \\ XB &= \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 0 \end{vmatrix}; & YB &= \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ b_{21} & 0 & b_{23} & 0 \\ b_{31} & b_{32} & 0 & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & 0 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

В левой части уравнения (6) производные заменяются односторонними разностями, ориентированными в зависимости от знаков u и v . В правой части производные заменяются центральными разделёнными разностями.

3. Постановка граничных условий

Постановку граничных условий для исходной системы и способы вычисления производных в граничных ячейках рассмотрим на примере задачи о взаимодействии звуковой струи, вдуваемой через щель в пластине, с основным невозмущенным набегающим сверхзвуковым потоком газа, движущимся параллельно пластине. Чтобы построить однородные формулы аппроксимации производных по пространству, как во внутренних разностных ячейках, так и в ячейках, примыкающих к поверхности пластины, введём фиктивные ячейки. Параметры газа в них $u_{i,0} = u_{i,1}$; $v_{i,0} = -v_{i,1}$; $P_{i,0} = P_{i,1}$; $\rho_{i,0} = \rho_{i,1}$. Для компонент вектора F также можно поставить условия:

$$(F_1)_{i,0} = (F_1)_{i,1}; \quad (F_2)_{i,0} = (F_2)_{i,1}; \quad (F_3)_{i,0} = -(F_3)_{i,1}; \quad (F_4)_{i,0} = (F_4)_{i,1}.$$

На левой вертикальной и верхней границах расчетной области 20×40 , которые расположены в невозмущенном сверхзвуковом потоке газа, считаем известными значения параметров течения, поэтому $Z_{1,j} = 0$; $Z_{i,N2} = 0$.

На правой вертикальной границе ставятся «мягкие» условия [2,5] $Z_{M,j} - Z_{M-1,j} = 0$, и рассчитанная скорость $u_{M,j}^{n+1}$ должна быть положительной, т.е. газ не может втекать в расчетную область справа. Система уравнений в разностной форме:

$$\left(E + \tau_1 \frac{\partial}{\partial X} XD \right) Z^{n+1} = \Delta t F^n - \tau_1 \frac{\partial}{\partial X} (XB \cdot \bar{F}^n) - \tau_2 \frac{\partial}{\partial Y} (AY \cdot \bar{F}^n); \quad (7)$$

$$\left(E + \tau_2 \frac{\partial}{\partial Y} YD \right) Z^{n+2} = \Delta t F^{n+1} - \tau_2 \frac{\partial}{\partial Y} (YB \cdot \bar{F}^{n+1}) - \tau_1 \frac{\partial}{\partial X} (AX \cdot \bar{F}^{n+1})$$

приводится к общему виду

$$a_{m,j} Z_{m-1,j}^{n+1} - c_{m,j} Z_{m,j}^{n+1} + b_{m,j} Z_{m+1,j}^{n+1} = -f_{m,j}^n, \quad (8)$$

$$d_{i,m} Z_{i,m-1}^{n+2} - g_{i,m} Z_{i,m}^{n+2} + s_{i,m} Z_{i,m+1}^{n+2} = -f_{i,m}^{n+1},$$

где

$$a_{m,j} = \frac{T \cdot s1}{2h_x} \left(u_{m-1/2,j} + \left| u_{m-1/2,j} \right| \right) \cdot k_1, \quad b_{m,j} = -\frac{T \cdot s1}{2h_x} \left(u_{m+1/2,j} - \left| u_{m+1/2,j} \right| \right) \cdot k_1,$$

$$c_{m,j} = 1.0 + \frac{T \cdot s1}{2h_x} \left(u_{m+1/2,j} + \left| u_{m+1/2,j} \right| - u_{m-1/2,j} + \left| u_{m-1/2,j} \right| \right) \cdot k_1,$$

где $k_1 = 3 - \gamma$, γ для 2,3,4-ого уравнения соответственно.

$$d_{i,m} = \frac{T \cdot s2}{2h_y} \left(v_{i,m-1/2} + \left| v_{i,m-1/2} \right| \right) \cdot k_2, \quad g_{i,m} = \frac{T \cdot s2}{2h_y} \left(v_{i,m+1/2} - \left| v_{i,m+1/2} \right| \right) \cdot k_2, \quad (9)$$

$$s_{i,m} = \frac{T \cdot s2}{2h_y} \left(v_{i,m+1/2} + \left| v_{i,m+1/2} \right| - v_{i,m-1/2} + \left| v_{i,m-1/2} \right| \right) \cdot k_2,$$

где $k_2 = 1, 3 - \gamma$, γ для 2, 3, 4-ого уравнения соответственно. Если $s1, s2 = 1$, то конвективные производные для приращения решения Δu вдоль ox и oy вычисляются на верхнем временном слое, и если $s1, s2 = 0$, то конвективные производные для приращения решения Δu вдоль ox и oy вычисляются на нижнем временном слое.

Система разностных уравнений совместно с граничными условиями, является системой алгебраических уравнений, которая имеет трёхдиагональную матрицу, и решается методом прогонки. Все переменные в системе являются обезразмеренными и отнесенными к параметрам набегающего потока. В качестве характерного размера берется длина пластины. В качестве граничных условий вверх по потоку берутся значения функций набегающего потока. На пластине задаются скорость и температура вдуваемого газа. На вдуваемой струе задается величина нормальной составляющей скорости; температура вдуваемой струи такая же, как и температура поверхности. Плотность на пластине определяется численно из уравнения неразрывности. На срезе щели плотность находится экстраполяцией из потока. На плоскости симметрии задаются условия симметрии.

Структура течения около проницаемой стенки, с поверхности которой делается щелевой вдув, определялась при числах Маха набегающего потока: $M_\infty = 4$; $M_\infty = 5$; $M_\infty = 6$ и числе Маха вдува $M_j = 1$. Вдуваемая струя, относительной шириной $L = 0.1$, располагалась по центру проницаемой пластины. Результаты частичных численных расчетов представлены на рисунках 2-5.

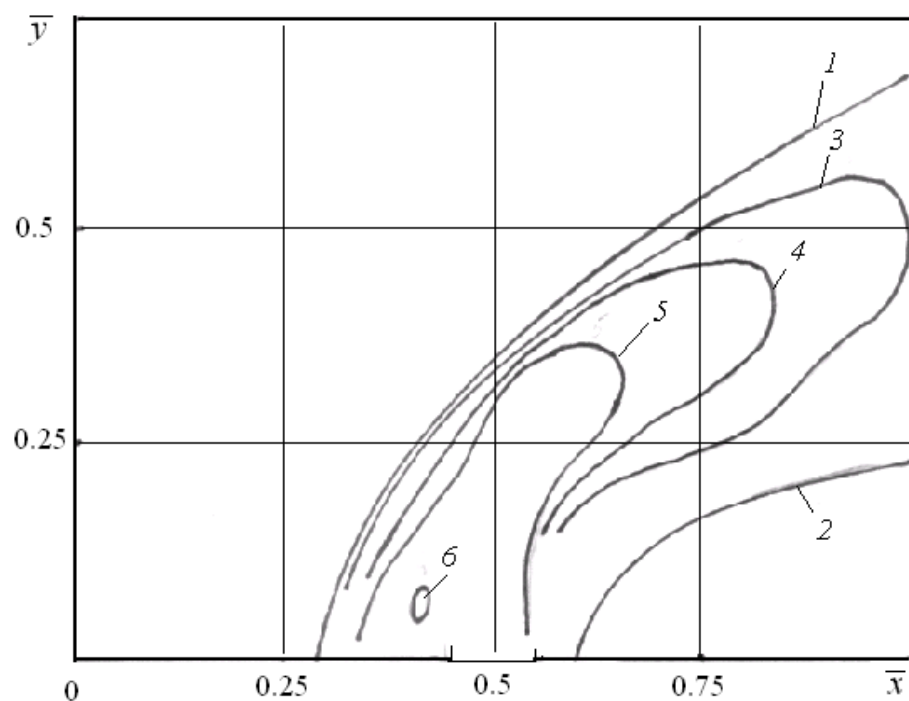


Рис. 2. Распределение давления в области взаимодействия вдуваемой из сублимирующей стенки струи: $M_\infty=6$, $v_{вд.}=0.5$: 1- $P=0.102$; 2-0.292; 3-0.321; 4-0.544; 5-0.880; 6-1.152

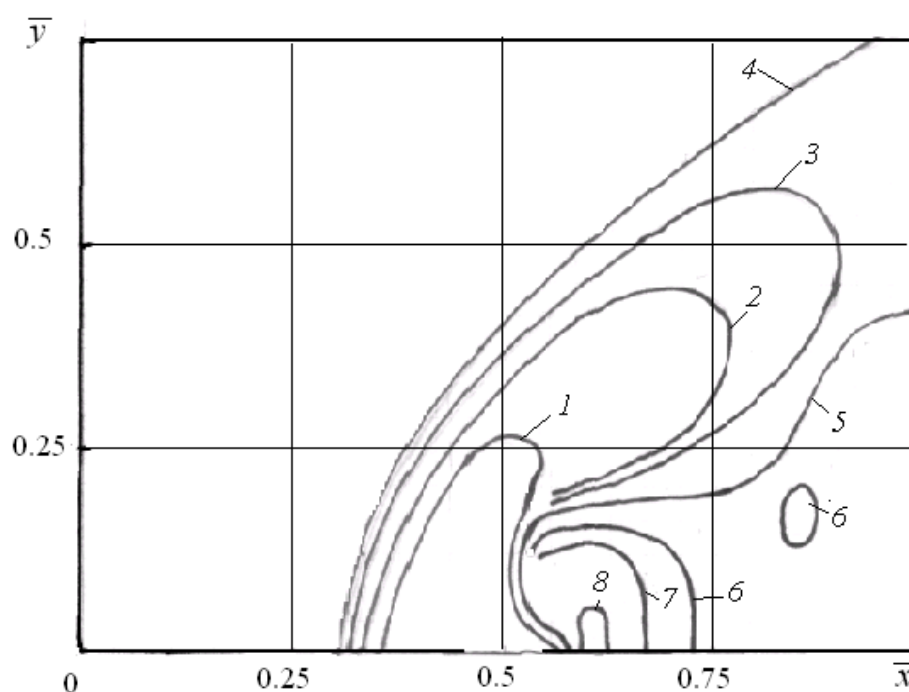


Рис. 3. Распределение проекции скорости u в области взаимодействия вдуваемой из сублимирующей стенки струи: $M_\infty=4$, $v_{вд.}=0.5$: 1- $u=0.163$; 2-0.42; 3-0.848; 4-0.98; 5-1.401; 6-2.12; 7-2.97 ; 8-3.39

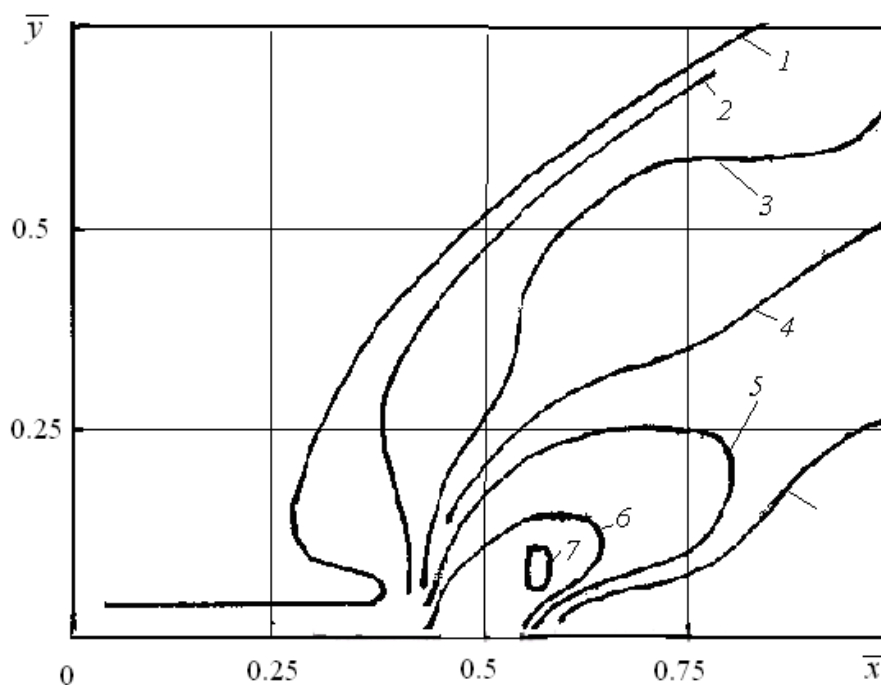


Рис. 4. Распределение проекции скорости v в области взаимодействия вдуваемой из сублимирующей стенки струи: $M_\infty=4$, $v_{вд.}=0.5$: 1- $v=0.01$; 2-0.216; 3-0.306; 4-0.504; 5-0.648; 6-0.93; 7-1.08

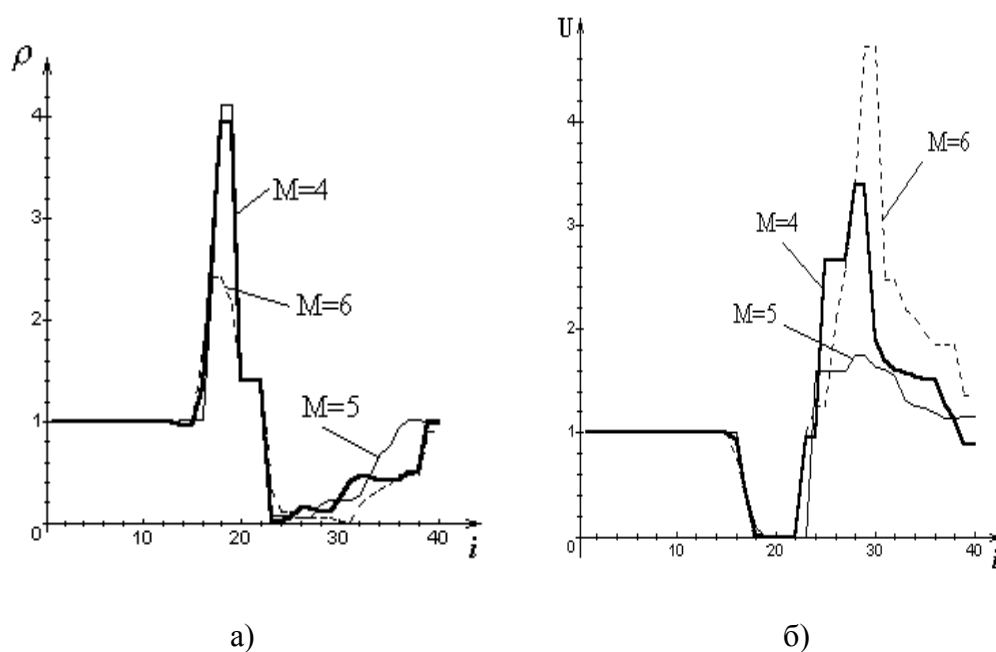


Рис. 5. Расчетные распределение плотности (а), проекции скорости U (б) в области взаимодействия струи при различных числах Маха при $v_{вд.}=0.5$.

При вдуве струи поперек потока перед отверстием, через которое вдувается струя. Образуется область повышенного давления. В этой области происходит разворот линии тока, причем неравномерный. Чем ближе они находятся к поверхности, тем сильнее меняют направление. Линии тока также разворачиваются, проходя через головную ударную волну или скачок уплотнения над вдувом. Сильное повышение давления перед вдувом порождает отрыв потока (см. рис. 1). За вдуваемой струей находится область пониженного давления. Сильный звуковой вдув прорывает звуковую линию, в результате чего образуются две дозвуковые области. Величина отрывной зоны определялась с использованием полуэмпирической методики [1, 4, 6].

4. Расчет передней отрывной зоны.

Отрывная зона определяется в предположении, что перед струей имеется полностью развитый турбулентный пограничный слой, толщина которого меньше высоты проникновения струи. Струя вдувается со звуковой скоростью. Для определения критического давления отрыва турбулентного пограничного слоя двумерного потока $p_{кр}$ из большого количества эмпирических соотношений выбрано соотношение, предложенное в [3, 6] для диапазона чисел $M_\infty=3-6$, $p_{кр}/p_\infty=0.65+0.675M_\infty$. Для расчета передней отрывной зоны использовалась модель Корста [1, 3, 6]. Согласно Корсту распределение скорости в оторвавшемся турбулентном пограничном слое с нулевой начальной толщиной может определяться соотношением:

$$Q=u/u_{2a}=(1-\text{erf}(\eta))/2, \text{ где } \eta=\sigma y/x, \quad \text{erf}(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\eta e^{-t^2} dt, \quad (10)$$

где σ -параметр смещения; u_{2a} – скорость на внешней границе слоя смещения (зона А рис. 1); $\sigma/\sigma^*=(R^*(1+\rho_b/\rho_{2a}))^{-1}$, $\sigma^*=11$, R^* -коэффициент, учитывающий сжимаемость газа через число Крокко [6]. В качестве критерия присоединения используется модификация критерия Корста: $p_3=v p_{0d}$, где p_3 –давление в невязком потоке за головным скачком уплотнения в точке присоединения над линией PQ (определяется численно расчетным путем); p_{0d} – полное давление на разделяющей линии тока между зонами А и В; v -поправочный коэффициент. На основе анализа физической картины течения ряда работ [1, 2, 3, 6], расстояние от поверхности проницаемой стенки до центрального скачка уплотнения в струе приблизительно совпадает с расстоянием до точки присоединения, следовательно, основной поворот струи происходит уже вне пределов отрывной зоны. Поэтому во внешнем потоке возникает сильный головной скачок уплотнения, давление за которым в точке присоединения равно полному давлению на разделяющей линии тока за прямым

скачком уплотнения, т.е. коэффициент $\nu < 1$ и представляет собой коэффициент восстановления полного давления в прямом скачке [6]. Вдув газа в отрывную область приводит к существенному увеличению длины зоны при тех же параметрах выдуваемой струи и незначительному увеличению расстояния от поверхности пластины до центрального скачка уплотнения в струе. Это приводит к значительному отклонению струи по потоку уже в пределах отрывной зоны, т.е. точка присоединения находится на участке внешней границы струи, наклоненной на некоторый угол. Такая схема присоединения подобна схеме присоединения потока при обтекании клина на пластине с образованием отрывной зоны см. рис 6.

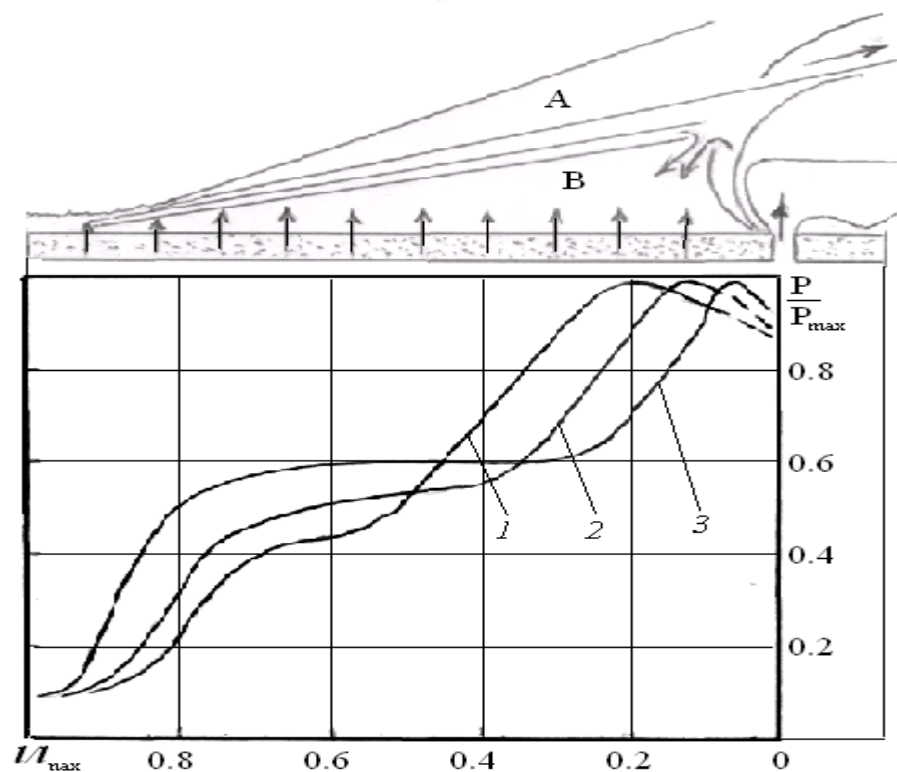


Рис. 6. Безразмерные профили давления для передней области отрыва потока при $v_{вд.}=1.5$:

1- $M_{\infty}=4$; 2- $M_{\infty}=5$; 3- $M_{\infty}=6$

Как показали исследования, в этом случае $p_{0d} = p_{np}$ и $p_2 < p_{np} < p_3$, где p_{np} – статическое давление в точке присоединения, и, следовательно, $p_3/p_2 = (p_3/p_{np})(p_{np}/p_2) = (p_3/p_{np})(p_{0d}/p_2)$. Изменение профиля скорости в пограничном слое за точкой присоединения обратно изменению профиля перед точкой отрыва и, таким образом, величина p_3/p_{np} равна относительному повышению давления в точке отрыва, вычисленному по параметрам за точкой присоединения. Принимая для упрощения давление в точке отрыва равным $p_{кр}$, получим $\nu = p_3/p_{np} = (0.65 + 0.675M_3)$, т.е. $\nu > 1$.

Для расчета формы головного скачка уплотнения использовалось известное соотношение теории взрывной волны второго порядка [6]:

$$\bar{y} = 1.1\bar{x}^{2/3} + \bar{x}(1 + 0.37\bar{x}^{-1/3})^{-1}, \quad \text{где } \bar{x} = x_e(R_0\sqrt{M_\infty^2 - 1})^{-1}; \quad \bar{y} = y_e/R_0; \quad R_0 = E/p_\infty.$$

Ось x_Γ направлена вдоль поверхности проникаемой пластины, ось y_Γ – соответственно по нормали; начало координат располагается в вершине головного скачка уплотнения. Величина E согласно теории взрывной волны равна энергии, подводимой к основному потоку на единицу площади поверхности. При вдуве газа с поверхности проникаемой пластины в переднюю отрывную зону (см. рис. 1, б), вдуваемый газ, пройдя через головной скачок уплотнения, будет смешиваться с внешней границей струи, что приведет к увеличению размеров струйного препятствия и соответственно радиуса головного скачка. В выражении для E добавляется член (второе слагаемое), учитывающий дополнительный подвод энергии (массы) к внешнему потоку:

$$E = 2m'u_\infty \left(1 + \frac{2 + (\gamma - 1)M_\infty^2}{2(\gamma - 1)M_\infty^2} \frac{\mu_\infty}{\mu'} \frac{T_0'}{T_{0\infty}} \right) + \frac{2\varphi(\rho\nu)_{\text{ед}}(\gamma - 1)}{u_\infty\gamma}, \quad (11)$$

где φ - эмпирический коэффициент пропорциональности; m' - массовый расход струи на единицу длины щели; μ_∞/μ' - отношение молекулярных весов, основного потока и вдуваемой струи (в данной работе принято равной 1); $T_0'/T_{0\infty}$ - отношение температур торможения вдуваемой струи и основного потока; $(\rho\nu)_{\text{ед}}$ - массовый расход вдуваемого через проникаемую стенку газа; u_∞ - скорость набегающего потока. На рис. 7 приводятся профили давления при различных значениях x и интенсивности вдува с проникаемой стенки. По ним можно определить положение скачка уплотнения над вдувом и область пониженного давления за струей.

Величина боковой силы, действующей на поверхность сопла, равна алгебраической сумме S_1 и S_2 и импульса $I_{\text{вд}}$ вдуваемой струи $S_{\text{сум}} = S_1 + S_2 + I_{\text{вд}}$. Эффективность бокового вдува принято оценивать с помощью коэффициента усиления вдува – отношение боковой силы и импульсу вдуваемой струи $\Phi = S_{\text{сум}}/I_{\text{вд}}$ (см. рис. 8). Здесь значение удельных импульсов $I_{\text{вд}} \approx 5 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{с/кг}$.

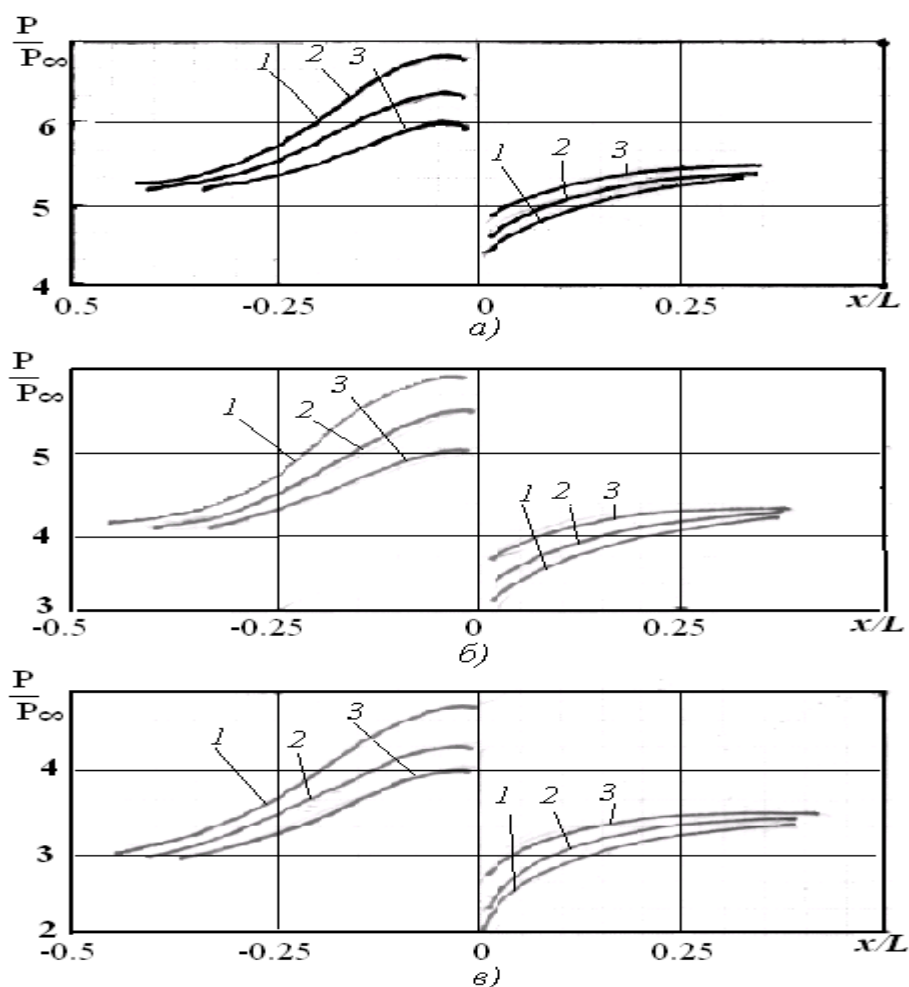


Рис. 7. Профили давлений при $M_\infty=4$ (а), $M_\infty=5$ (б), $M_\infty=6$ (в) полученные для областей: отрицательная область перед струей, положительная область –после струи: 0 –ось симметрии струи: 1 –скорость вдуваемого газа $v_{вд}=1$; 2- $v_{вд}=0.7$; 3- $v_{вд}=0.5$

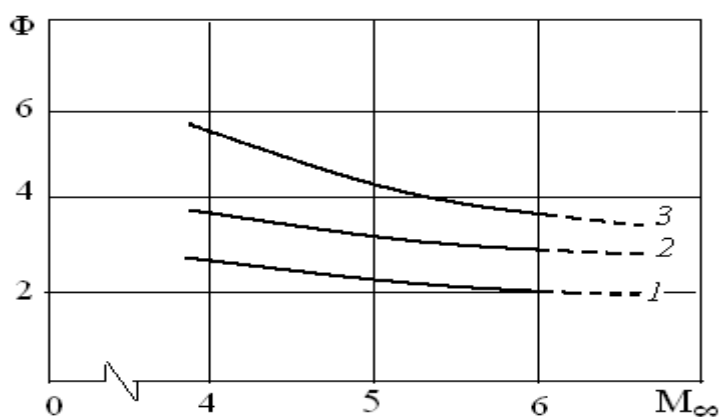


Рис. 8. Зависимости коэффициента усиления от M_∞ при различных интенсивностях вдува с сублимирующей стенки: 1 –скорость вдуваемого газа $v_{вд}=0.6$; 2- $v_{вд}=0.7$; 3- $v_{вд}=1.5$

Увеличение коэффициента усиления с ростом скорости вдуваемого газа связано с ростом размеров эквивалентного препятствия, вызванного подводом массы за головным скачком уплотнения. Как показывают расчеты, что сублимирующая стенка приводит к увеличению коэффициента аэродинамической силы взаимодействия. При одном и том же скорости вдува увеличение числа M_∞ приводит к некоторому уменьшению Φ (рис. 8), что согласуется с результатами при струйном взаимодействии без сублимации стенки.

Заключение

В задачах моделирования струйного взаимодействия число определяющих параметров подобия оказывается довольно большим. Выполнить равенство этих критериев в условиях полета и эксперимента не удастся. Поэтому важно выделить те параметры подобия, которые определяют основные эффекты струйного взаимодействия. Именно поэтому в статье рассматривались динамические характеристики взаимодействия системы «сублимирующая стенка - сверхзвуковой поток – струя», ограничиваясь случаями установившихся движений и не учитывая теплообмена между потоком и поверхностью, а также влиянием гравитационных сил.

Вдув газа с проницаемой стенки в окрестность струи в отрывной зоне приводит к существенному увеличению длины зоны отрыва при тех же параметрах выдуваемой струи и незначительному увеличению расстояния от поверхности проницаемой пластины до центрального скачка уплотнения в струе. Оценка этого расстояния показывает, что при вдуве газа с проницаемой стенки оно увеличивается на 15-20 %, в то время как высота точки присоединения над поверхностью проницаемой стенки увеличивается в 1.5-2 раза. Это приводит к значительному отклонению струи по потоку в пределах отрывной зоны, т.е. точка присоединения находится на участке внешней границы струи, наклоненной на некоторый угол α_c .

Под действием перепада давлений траектория струи искривляется. Происходит непрерывное изменение давления и скорости на передней границе образованного струей тела, обтекаемого сносимым потоком. На сублимирующей поверхности существуют продольный и поперечный градиенты давления. За струей образуется циркуляционная зона, протяженность которой зависит от интенсивности вдуваемого газа с поверхности стенки. Между этой зоной и струей происходит нерывный обмен количеством движения и массоподводом. Скорость в зоне обратных токов зависит от отношения начальных скоростей сносимого потока, вдуваемого газа и струи. Давление в циркуляционной зоне существенно зависит от отношения скоростных напоров струи, вдуваемого газа и тока.

Давление на передней к потоку поверхности струи изменяется от значения, несколько большего статического давления в точке полного торможения тела (критической точке), образованного струей (где скорость сходящегося потока, обтекающего струю, равна нулю), до пониженного значения давления, которое на значительном участке струи близко к статическому. Возникающее за струей пониженное давление должно оказывать существенное влияние на ее характеристики и, прежде всего на траекторию струи. При этом в ней существуют как продольный, так и поперечный градиенты давления, которые должны приводить к некоторому отличию в перемешивании струи с поперечным потоком по сравнению с перемешиванием в обычных струях. Для определения разрежения в зоне обратных стоков за струей и траектории струи использовались условие сохранения количества движения в проекции на направление, перпендикулярное к сходящемуся потоку (направление истечения струи), и уравнения поперечного равновесия вдали от источника струи в сечении, где траектория струи становится близкой к направлению сходящегося потока.

Литература

- 1.Аэродинамика отрывных течений/Н.Ф.Краснов, В.Т.Калугин, В.Н.Кошевой,; под ред. Н.Ф.Краснова. –М.:Высшая школа, 1988. –С.351.
- 2.Гиршович Т.А. Турбулентные струи в поперечном потоке.-М.: Машиностроение, 1993. -С.256.
- 3.Калугин В.Т. Аэрогазодинамика органов управления полетом летательных аппаратов: -М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. -688 с.
- 4.Теверовский А.М. Приближенный расчет плоского взаимодействия боковой струи со сверхзвуковым потоком/ Труды ЦИАМ, №482, 1971. С. 4-12.
- 5.Беляев Н.М., Хрущ В.К. Численный расчет сверхзвуковых течений газа: -Киев: Вища школа, 1984. –С.224.
- 6.Глотов Г.Ф., Колесников О.М. Приближенный расчет двухмерного взаимодействия поперечной струи со сверхзвуковым потоком при горении в передней точке отрыва/ Труды ЦАГИ, 1976. Вып. 1736. С. 3-14.

About computation of slot jet's parameters; slot jet is blown from sublimated plate into razing supersonic flow

77-30569/246235

11, November 2011

Sidnyaev N. I.

Bauman Moscow State Technical University

Sidn_ni@mail.ru

Numeric computation of gas-dynamic parameters when flow blown from the crack in the plate interacted with main supersonic gas flow moving parallel to the plate with sublimated surface was considered in this article. Numeric simulation of gas-dynamic parameters, structure and main dependences of supersonic flow past a jet, blown from the crack in the plate on superficial mass transfer was carried out. Influence of plate sublimation on gas flow parameters was numeric investigated.

Publications with keywords: [structure](#), [slice](#), [matrix](#), [parameters](#), [account](#), [flow](#), [injection](#), [slot](#), [supersound](#), [sublimation](#), [numerical modeling](#), [flow a jet](#), [surface mass exchange](#), [equation](#), [differential operator](#), [integration](#)

Publications with words: [structure](#), [slice](#), [matrix](#), [parameters](#), [account](#), [flow](#), [injection](#), [slot](#), [supersound](#), [sublimation](#), [numerical modeling](#), [flow a jet](#), [surface mass exchange](#), [equation](#), [differential operator](#), [integration](#)

Reference

1. N.F.Krasnov, V.T.Kalugin, V.N.Koshevoi, Aerodynamics of separated flows, Moscow, Vysshaia shkola, 1988, 351 p.
2. Girshovich T.A., Turbulent jet in the cross-flow, Mashinostroenie, 1993, 256 p.
3. Kalugin V.T., Aerogasdynamics of organs flight control of flying apparats, Moscow, Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana - BMSTU Press, 2004, 688 p.
4. Teverovskii A.M., Trudy TsIAM 482 (1971) 4-12.
5. Beliaev N.M., Khrushch V.K., Numerical calculation of supersonic gas flows, Kiev, Vishcha shkola, 1984, 224 p.
6. Glotov G.F., Kolesnikov O.M., Trudy TsAGI 1736 (1976) 3-14.