

УДК 269.7, 537

## **Разработка алгоритма быстрой компенсации погрешностей комплексированной инерциально-спутниковой системы навигации малогабаритных беспилотных летательных аппаратов в условиях сложной среды**

Фомичев А. В.<sup>1,\*</sup>, Тань Л.<sup>1</sup>

\* [a.v.fomichev@bmstu.ru](mailto:a.v.fomichev@bmstu.ru)

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

---

В статье разработан и исследован алгоритм быстрой компенсации погрешностей навигационной информации комплексированной инерциально-спутниковой системы навигации (КИССН) для случая слабосвязанной комплексированной навигационной системы. Данная система предназначена для использования на борту малогабаритного беспилотного летательного аппарата (МБПЛА), который совершает полёт в сложной среде местности. Разработанный алгоритм позволяет эффективно решать проблему отказа навигационной системы из-за кратковременного отсутствия сигналов спутниковой навигационной системы. С помощью специально разработанного генератора траектории полёта проведен анализ эффективности предложенного алгоритма, причём в качестве показателя эффективности КИССН в работе рассматриваются ошибки по положению и скорости МБПЛА. Результаты моделирования подтвердили, что данный алгоритм эффективно подавил нарастание ошибок БИНС, а точность навигации КИССН поддерживается в допустимых пределах.

**Ключевые слова:** комплексированная инерциально-спутниковая система навигации, фильтр Калмана, генератор маршрута полёта, бесплатформенная инерциальная навигационная система, спутниковая навигационная система

---

### **Введение**

Комплексированная инерциально-спутниковая система навигации (КИССН) для малогабаритных беспилотных летательных аппаратов использует информацию от измерительных датчиков двух навигационных систем: бесплатформенной инерциальной навигационной системы и спутниковой навигационной системы, чтобы осуществлять в процессе полёта взаимную проверку и коррекцию измерительной информации. Современный подход по улучшению характеристик автономной инерциальной навигационной системы заключается в создании на их базе КИССН, в которых сигналы бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) и спутниковой

навигационной системы (СНС) (GPS, ГЛОНАСС, BEIDOU и т.п.) обрабатываются совместно [1, 2]. Преимущества БИНС – автономность и помехозащищённость. Её основной недостаток связан с тем, что ошибки измерения, обусловленные погрешностями датчиков, со временем накапливаются и требуют их компенсации [3, 4]. Сигналы СНС можно использовать в качестве эталонных для формирования с их помощью соответствующих корректирующих обратных связей, используемых для улучшения точностных характеристик БИНС [5]. Вопросы КИССН обработки информации для решения задач повышения точности и надёжности навигационных систем раскрыты в работах Парусникова Н.А., Голована А.А., Красильщикова М.Н., Распопова В.Я., Репникова А.В., Степанова О.А.

В данной работе предлагается и исследуется вариант построения КИССН, в основу которой положен принцип слабосвязанного комплексирования измерительной информации, полученной от БИНС и СНС, а также применяется фильтр Калмана. Используя в качестве обрабатываемой информации разность между выходной информацией о положении и скорости, получаемой от БИНС и СНС, с помощью алгоритма фильтра Калмана проводится оценка погрешностей БИНС, а затем осуществляется коррекция выходной информации БИНС [6]. Предлагаемая КИССН обладает следующими преимуществами: более простая математическая модель, высокая надёжность, обе навигационные системы работают независимо друг от друга, обеспечивается большая избыточность навигационной информации [7, 8].

В случае слабосвязанной схемы КИССН может решать точные навигационные задачи с высокой надёжностью только в случае, когда БИНС и СНС все время находятся в нормальном режиме работы. Один из существенных недостатков СНС связан с её чувствительностью к радиоэлектронным помехам, поэтому МБПЛА, движущиеся в сложной окружающей среде (наличие препятствий, природно-климатических условия и т.д.), не могут успешно принять навигационную информацию от СНС [9]. Поэтому точность КИССН, зависящая от времени пропадания сигнала СНС, начинает резко ухудшаться.

Для повышения надёжности и жизнеспособности МБПЛА в работе предлагается на основе существующих инерциальных измерительных датчиков улучшить алгоритм КИССН со слабосвязанным комплексированием, чтобы устранить проблему резкого снижения точности навигации на коротких отрезках времени, вызванную потерей сигнала СНС. Разработка алгоритма быстрой коррекции навигационной информации для КИССН БПЛА является актуальной и практически значимой в настоящее время задачей.

Для проверки и анализа точности разработанных алгоритмов комплексирования разработан генератор маршрута полёта МБПЛА, с помощью которого можно синтезировать (имитировать) эталонный маршрут его полёта.

## **1. Математическая модель КИССН**

Уравнение состояний КИССН имеет вид [10]

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{W}(t), \quad (1)$$

где  $\mathbf{X}$  – вектор состояния;  $\mathbf{F}$  – матрица перехода;  $\mathbf{G}$  – матрица влияния шумов системы;  $\mathbf{W}$  – вектор шумов системы («белый» шум).

Вектор состояния  $\mathbf{X}$  включает в себя компоненты:

$$\mathbf{X} = [\phi_E, \phi_N, \phi_U, \delta v_E, \delta v_N, \delta v_U, \delta L, \delta \lambda, \delta h, \varepsilon_{bx}, \varepsilon_{by}, \varepsilon_{bz}, \varepsilon_{rx}, \varepsilon_{ry}, \varepsilon_{rz}, \Delta_{ax}, \Delta_{ay}, \Delta_{az}]^T,$$

где  $E, N, U$  – топоцентрическая система координат (восток, север и вверх);  $x, y, z$  – связанная система координат;  $\phi_E, \phi_N$  и  $\phi_U$  – ошибки определения углов ориентации математической платформы БИНС;  $\delta v_E, \delta v_N$  и  $\delta v_U$  – ошибки определения скорости малогабаритного беспилотного летательного аппарата (МБПЛА) по показаниям БИНС;  $\delta L, \delta \lambda$  и  $\delta h$  – ошибки определения широты, долготы и высоты по показаниям БИНС (значения оценок для указанных выше девяти ошибок можно получить с помощью фильтра Калмана, а затем использовать их для корректирования выходной информации БИНС);  $\varepsilon_{bx}, \varepsilon_{by}$  и  $\varepsilon_{bz}$  – систематические дрейфы датчиков угловой скорости (ДУС);  $\varepsilon_{rx}, \varepsilon_{ry}$  и  $\varepsilon_{rz}$  – случайные погрешности (дрейф) ДУС (марковский процесс первого порядка);  $T_{rx}, T_{ry}$  и  $T_{rz}$  – интервалы корреляции ошибок ДУС;  $\Delta_{ax}, \Delta_{ay}$  и  $\Delta_{az}$  – случайные погрешности акселерометров (марковский процесс первого порядка);  $T_{ax}, T_{ay}$  и  $T_{az}$  – интервалы корреляции ошибок акселерометров.

Переходная матрица системы  $\mathbf{F}$  имеет вид

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_n & \mathbf{F}_s \\ \mathbf{0}_{9 \times 9} & \mathbf{F}_m \end{bmatrix}_{18 \times 18},$$

где  $\mathbf{F}_n$  – матрица с размерностью  $9 \times 9$ , элементы которой выбраны согласно [11]:

$$\begin{aligned} F_n(1,2) &= \omega_{ie} \sin L + \frac{v_E}{R_N} \tan L, & F_n(1,3) &= -\left( \omega_{ie} \cos L + \frac{v_E}{R_N + h} \right), \\ F_n(1,5) &= -\frac{1}{R_M + h}, & F_n(2,1) &= -\left( \omega_{ie} \sin L + \frac{v_E}{R_N + h} \tan L \right), \\ F_n(2,3) &= -\frac{v_N}{R_M + h}, & F_n(2,4) &= \frac{1}{R_N + h}, \\ F_n(2,7) &= -\omega_{ie} \sin L, & F_n(3,1) &= \omega_{ie} \cos L + \frac{v_E}{R_N + h}, \\ F_n(3,2) &= \frac{v_N}{R_M + h}, & F_n(3,4) &= \frac{\tan L}{R_N + h}, \\ F_n(3,7) &= \omega_{ie} \cos L + \frac{v_E}{R_N + h} \sec^2 L, & F_n(4,2) &= -f_U, \\ F_n(4,3) &= f_N, & F_n(4,4) &= \frac{v_N}{R_M + h} \tan L - \frac{v_U}{R_M + h}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_n(4,5) &= 2\omega_{ie} \sin L + \frac{v_E}{R_N + h} \tan L, & F_n(4,6) &= -\left(2\omega_{ie} \cos L + \frac{v_E}{R_N + h}\right), \\
F_n(4,7) &= 2\omega_{ie} \cos L v_N + \frac{v_E v_N}{R_N + h} \sec^2 L + 2\omega_{ie} \sin L v_U, \\
F_n(5,1) &= f_U, & F_n(5,3) &= -f_E, \\
F_n(5,4) &= -\left(2\omega_{ie} \sin L + \frac{v_E}{R_N + h}\right), & F_n(5,5) &= -\frac{v_U}{R_M + h}, \\
F_n(5,6) &= -\frac{v_N}{R_M + h}, & F_n(5,7) &= -2\left(\omega_{ie} \cos L + \frac{v_E}{R_N + h} \sec^2 L\right) v_E, \\
F_n(6,1) &= -f_N, & F_n(6,2) &= f_E, \\
F_n(6,4) &= -\left(2\omega_{ie} \cos L + \frac{v_E}{R_N + h}\right), & F_n(6,5) &= \frac{2v_N}{R_M + h}, \\
F_n(6,7) &= -2\omega_{ie} \sin L v_E, & F_n(7,5) &= \frac{1}{R_M + h}, \\
F_n(8,4) &= \frac{\sec L}{R_N + h}, & F_n(8,7) &= \frac{v_E}{R_M + h} \sec L \tan L, \\
F_n(9,6) &= 1,
\end{aligned}$$

Здесь  $v_E$ ,  $v_N$ ,  $v_U$  – фактические составляющие скорости МБПЛА по показаниям БИНС и СНС в топоцентрической системе координат;  $f_E$ ,  $f_N$ ,  $f_U$  – единичная масса МБПЛА принимающее на себя внешние силы (кроме гравитационной силы) и также называемая удельной силой в топоцентрической системе координат;  $L$ ,  $\lambda$  и  $h$  – фактические широта, долгота и высота МБПЛА по показаниям БИНС и СНС;  $\omega_{ie}$  – угловая скорость вращения Земли;  $R_M$  – радиус кривизны первого меридианного сечения земного эллипсоида;  $R_N$  – радиус кривизны первого вертикала земного эллипсоида.

Матрица  $\mathbf{F}_s$  – блочная матрица с размерностью  $9 \times 9$ , имеет вид

$$\mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_b^n & \mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^n \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{9 \times 9},$$

где  $\mathbf{C}_b^n$  – матрица ориентации

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \psi + \sin \gamma \sin \theta \sin \psi & \cos \theta \sin \psi & \sin \gamma \cos \psi - \cos \gamma \sin \theta \sin \psi \\ -\cos \gamma \sin \psi + \sin \gamma \sin \theta \cos \psi & \cos \theta \cos \psi & -\sin \gamma \sin \psi - \cos \gamma \sin \theta \cos \psi \\ -\sin \gamma \cos \theta & \sin \theta & \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix}.$$

По матрице  $\mathbf{C}_b^n$  можно определить три угла ориентации МБПЛА в пространстве:  $\theta$  – угол тангажа,  $\gamma$  – угол крена,  $\psi$  – угол рыскания;  $\mathbf{0}_{9 \times 9}$ ,  $\mathbf{0}_{3 \times 3}$  – нулевые матрицы.

Матрица  $\mathbf{F}_m$  – матрица размерностью  $9 \times 9$ , в которой главная диагональ имеет вид

$$\mathbf{F}_m = \text{diag} \left[ 0, 0, 0, -\frac{1}{T_{rx}}, -\frac{1}{T_{ry}}, -\frac{1}{T_{rz}}, -\frac{1}{T_{ax}}, -\frac{1}{T_{ay}}, -\frac{1}{T_{az}} \right],$$

а остальные элементы нулевые.

Вектор шумов измерительной системы имеет вид

$$\mathbf{W} = [\varpi_{gx}, \varpi_{gy}, \varpi_{gz}, \varpi_{rx}, \varpi_{ry}, \varpi_{rz}, \varpi_{ax}, \varpi_{ay}, \varpi_{az}]^T,$$

где  $\varpi_{gx}$ ,  $\varpi_{gy}$  и  $\varpi_{gz}$  – собственные шумы измерений ДУС («белый» шум);  $\varpi_{rx}$ ,  $\varpi_{ry}$  и  $\varpi_{rz}$  – внешние возмущения, действующие на ДУС («белый» шум);  $\varpi_{ax}$ ,  $\varpi_{ay}$  и  $\varpi_{az}$  – внешние возмущения, действующие на акселерометр («белый» шум).

Ковариационная матрица шумов измерительной системы имеет вид

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \sigma_{gx}^2 & \sigma_{gy}^2 & \sigma_{gz}^2 & 2\frac{\sigma_{rx}^2}{T_{rx}} & 2\frac{\sigma_{ry}^2}{T_{ry}} & 2\frac{\sigma_{rz}^2}{T_{rz}} & 2\frac{\sigma_{ax}^2}{T_{ax}} & 2\frac{\sigma_{ay}^2}{T_{ay}} & 2\frac{\sigma_{az}^2}{T_{az}} \end{bmatrix}.$$

Матрица влияния шумов системы имеет вид

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{9 \times 3} & \mathbf{0}_{9 \times 3} & \mathbf{0}_{9 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{18 \times 9}.$$

где  $\mathbf{I}_{3 \times 3}$  – единичная матрица;  $\mathbf{0}_{9 \times 3}$  – нулевая матрица.

В данной работе рассматривается две группы уравнений измерений КИССН: первая группа уравнений содержит значения измерений положения МБПЛА в виде разности показаний БИНС и СНС о положении объекта, а вторая группа уравнений – значения измерений скорости, т.е. разность показаний БИНС и СНС о скорости движения объекта.

Информация о положении МБПЛА по показаниям БИНС и СНС имеет вид [11]

$$\begin{cases} L_1 = L + \delta L, & \lambda_1 = \lambda + \delta \lambda, & h_1 = h + \delta h; \\ L_G = L - \frac{N_N}{R_M}, & \lambda_G = \lambda - \frac{N_E}{R_N \cos L}, & h_G = h - N_U. \end{cases} \quad (2)$$

где  $L_1$ ,  $\lambda_1$  и  $h_1$  и  $L_G$ ,  $\lambda_G$  и  $h_G$  – широта, долгота и высота МБПЛА по показаниям измерений БИНС и СНС;  $\delta L$ ,  $\delta \lambda$  и  $\delta h$  – ошибки определения местоположения МБПЛА по показаниям БИНС;  $N_E$ ,  $N_N$  и  $N_U$  – ошибки определения местоположения МБПЛА по показаниям СНС.

Информация о скорости МБПЛА по показаниям БИНС и СНС записывается следующим образом

$$\begin{cases} v_{IE} = v_E + \delta v_E, & v_{IN} = v_N + \delta v_N, & v_{IU} = v_U + \delta v_U; \\ v_{GE} = v_E - M_E, & v_{GN} = v_N - M_N, & v_{GU} = v_U - M_U. \end{cases} \quad (3)$$

где  $v_{IE}$ ,  $v_{IN}$  и  $v_{IU}$  и  $v_{GE}$ ,  $v_{GN}$  и  $v_{GU}$  – составляющие скорости МБПЛА по показаниям измерений БИНС и СНС;  $\delta v_E$ ,  $\delta v_N$ ,  $\delta v_U$  – ошибки измерения скорости МБПЛА по показаниям БИНС;  $M_E$ ,  $M_N$ ,  $M_U$  – ошибки измерения скорости МБПЛА по показаниям СНС.

Тогда, используя формулы (2) и (3), уравнение измерений КИССН можно записать в форме

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} (L_I - L_G) \cdot (R_M + h) \\ (\lambda_I - \lambda_G) \cdot (R_N + h) \cdot \cos L \\ h_I - h_G \\ v_{IE} - v_{GE} \\ v_{IN} - v_{GN} \\ v_{IU} - v_{GU} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_M + h) \cdot \delta L + N_N \\ (R_N + h) \cos L \cdot \delta \lambda + N_E \\ \delta h + N_U \\ \delta v_E + M_E \\ \delta v_N + M_N \\ \delta v_U + M_U \end{bmatrix} = \mathbf{H}(t) \mathbf{X}(t) + \mathbf{V}(t), \quad (4)$$

где  $\mathbf{H}$  – матрица измерений, равная

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_p \\ \mathbf{H}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 6} & \text{diag} [R_M + h \quad (R_N + h) \cdot \cos L \quad 1] & \mathbf{0}_{3 \times 9} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \text{diag} [1 \quad 1 \quad 1] & \mathbf{0}_{3 \times 12} \end{bmatrix},$$

$\mathbf{V}$  – вектор шумов измерений СНС («белый» шум), дисперсия которых имеет вид

$$\mathbf{R} = \text{diag} [\sigma_{pN}^2, \sigma_{pE}^2, \sigma_{pU}^2, \sigma_{vE}^2, \sigma_{vN}^2, \sigma_{vU}^2].$$

## 2. Дискретизация математической модели КИССН

Совокупность соотношений (1) – (4) представляет непрерывную модель уравнения состояния МБПЛА и измерения КИССН в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(t) \mathbf{X}(t) + \mathbf{G}(t) \mathbf{W}(t); \\ \mathbf{Z}(t) = \mathbf{H}(t) \mathbf{X}(t) + \mathbf{V}(t). \end{cases} \quad (5)$$

Для решения рассматриваемой задачи на борту МБПЛА с использованием микропроцессорных вычислительных устройств, уравнения (5) необходимо преобразовать к дискретному виду

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma_{k-1} \mathbf{W}_{k-1}; \\ \mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь  $\Phi_{k,k-1}$ ,  $\Gamma_{k-1}$  – переходные матрицы состояний и шума системы в дискретной форме, имеющие вид

$$\Phi_{k,k-1} = \mathbf{I} + \mathbf{F} \cdot \Delta T + \frac{\Delta T^2}{2!} \mathbf{F}^2 + \frac{\Delta T^3}{3!} \mathbf{F}^3 + \dots + \frac{\Delta T^k}{k!} \mathbf{F}^k + \dots, \quad (7)$$

$$\Gamma_{k-1} = \Delta T \left( \mathbf{I} + \frac{\Delta T}{2!} \mathbf{F} + \frac{\Delta T^2}{3!} \mathbf{F}^2 + \dots + \frac{\Delta T^{k-1}}{k!} \mathbf{F}^{k-1} + \dots \right) \mathbf{G}, \quad (8)$$

где  $\Delta T$  – период выборки.

Как показано в [12] число слагаемых, учитываемых в разложении матриц  $\Phi_{k,k-1}$  и  $\Gamma_{k-1}$ , зависит от реальной ситуации при выполнении процедуры дискретизации. В данной работе в формулах (7) и (8) были учтены слагаемые третьего порядка включительно.

Следует отметить, что в БИНС, работающей в автономном режиме, канал высоты является принципиально неустойчивым. Поэтому в процессе длительного функционирования системы, в результате выполнения процедуры интегрирования ошибка по высоте будет возрастать по экспоненциальному закону. В этом случае необходимо, либо полностью отключать канал высоты БИНС, либо использовать режим его коррекции. Однако для КИССН, фильтр Калмана можно рассматривать как систему управления с обратной связью с переменным коэффициентом усиления. В этом случае из измерительной информации в вертикальном канале возможно выделить ошибки по высоте и вертикальной скорости, вычислить их оценку и провести соответствующую коррекцию. Таким образом, ошибки по высоте и вертикальной скорости будут все время находится в ограниченном небольшими величинами диапазоне, что, по существу, эквивалентно введению затухания в канал высоты БИНС [11].

### 3. Математическое описание алгоритма быстрой компенсации навигационной информации КИССН в условиях сложной среды

В случае применения слабосвязанной схемы комплексирования, с помощью КИССН возможно решить задачу навигации МБПЛА с достаточно высокой точностью и надежностью только в том случае, если БИНС и СНС все время находятся в нормальном режиме работы. При этом в режиме реального времени для получения достоверной информации от СНС необходимо наблюдать не менее четырех навигационных спутников [13]. Однако, когда МБПЛА осуществляет полёты, например, в горной среде, то из-за наличия сложного рельефа (например, высокая гора или глубокая долина), плохих природно-климатических условий и т.п. МБПЛА часто не может успешно принять сигналы СНС, что влияет на режим работы КИССН в целом и качество решения задачи навигации. Для решения указанной проблемы, разработан алгоритм быстрой компенсации погрешностей навигационной информации КИССН.

В случае, когда информация о результатах измерений является полной, то уравнения фильтра Калмана для алгоритма быстрой компенсации погрешностей навигационной информации КИССН имеют вид [14]

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1}; \\ \hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}); \\ \mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1}; \\ \mathbf{P}_{k|k-1} = \Phi_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \Gamma_{k-1}^T; \\ \mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T. \end{cases} \quad (9)$$

где  $\hat{\mathbf{X}}_k$  – оценка вектора состояний системы;  $\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}$  – предварительная оценка вектора состояния системы на текущий шаг по итоговой оценке состояния с учётом предыдущего шага;  $\Phi_{k|k-1}$  – матрица перехода состояний;  $\mathbf{K}_k$  – матрица коэффициентов усиления;  $\mathbf{P}_{k|k-1}$  – ковариационная матрица для экстраполированного вектора состояния;  $\mathbf{Z}_k$  – вектор измерений;  $\Gamma_{k-1}$  – матрица перехода шума системы;  $\mathbf{H}_k$  – матрица измерений;  $\mathbf{Q}_{k-1}$  – ковариационная матрица случайных воздействий;  $\mathbf{P}_k$  – ковариационная матрица оценки вектора состояния;  $\mathbf{R}_k$  – ковариационная матрица шума измерений;  $\mathbf{I}$  – единичная матрица.

В том случае, когда СНС работает не должным образом (например, пропадает сигнал от спутников), с помощью фильтра Калмана не удаётся получить полную информацию об измерениях. Если же на борту МБПЛА установить достаточно прецизионную БИНС, то можно считать, что величина среднеквадратической ошибки оценки вектора состояния  $\mathbf{P}_k$  и шум на входе измерительной системы  $\mathbf{V}_k$  является малыми величинами. Поэтому в процессе вычислений, значение среднеквадратической ошибки одношагового прогноза состояния  $\mathbf{P}_{k|k-1}$  и коэффициент усиления фильтра  $\mathbf{K}_k$  также являются малыми величинами, которыми можно в общем случае пренебречь.

Тогда, значение оценки вектора состояния системы  $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$  и среднеквадратической ошибки состояния системы  $\mathbf{P}_{k-1}$  можно оценить с помощью алгоритма фильтра в момент времени  $k-1$ .

В случае пропадания сигнала СНС можно непосредственно использовать выходные параметры БИНС, чтобы в реальном режиме времени рекуррентно вычислить значение оценки состояния системы  $\hat{\mathbf{X}}_k$  в момент времени  $k$ . Тогда уравнение фильтра приобретает вид

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_k = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1}; \\ \mathbf{P}_k = \Phi_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \Gamma_{k-1}^T. \end{cases} \quad (10)$$

Матрицы  $\Phi_{k,k-1}$  и  $\Gamma_{k-1}$  можно непосредственно вычислить, применяя уравнения состояния системы. В тоже время, используя выходные величины БИНС  $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$  в предыдущий момент времени  $k-1$  и формулы (10) для рекуррентного вычисления значения оценки ошибки БИНС, возможно найти значение оценки состояний системы  $\hat{\mathbf{X}}_k$ .

В соответствии с условием получения целостностной информации об измерениях, при решении уравнений ошибок КИССН необходимо проводить переключение между формулами (9) и (10). Данный алгоритм называется алгоритмом быстрой компенсации информации КИССН.

Формулы (10) представляют собой процедуру рекуррентных вычислений собственных состояний БИНС с учётом прогнозирования. Анализ собственных свойств инерциального измерительного блока БИНС и характеристик решения задачи навигации показывает, что с помощью предложенного алгоритма быстрой компенсации

погрешностей навигационной информации на коротких временных интервалах функционирования КИССН возможно добиться более точного определения оценки вектора состояния. Точность навигации может поддерживаться в допустимых пределах, однако с течением времени в связи с влиянием шумов системы, ошибок вычислений и т.п. отклонение между вычисленным и истинным значением оценки состояния системы будет увеличиваться, т.е. точность навигации непрерывно снижается. Таким образом, данный алгоритм подходит только для случая быстрой компенсации погрешностей навигационной информации КИССН при кратковременном отсутствии сигналов СНС.

## 4. Результаты моделирования

### 4.1 Моделирование генератора траектории полёта МБПЛА

В процессе полёта МБПЛА, его скорость, направление и высота полёта непрерывно изменяются. При этом местоположение, скорость и ускорение МБПЛА являются информацией о его траектории движения, а углы и угловые скорости являются информацией о пространственной ориентации МБПЛА. Основная цель разработанного генератора траектории полёта состоит в том, чтобы создать источник навигационной информации (линейные ускорения и угловые скорости) для инерциальных измерительных элементов БИНС (акселерометров и датчиков угловой скорости), а также построить эталонную траекторию полёта МБПЛА. В соответствии с заданными параметрами синтезированной траектории полёта МБПЛА можно рассчитать параметры его движения (линейные ускорения и угловые скорости), которые будут являться входными переменными в модели инерциальных измерительных датчиков БИНС.

Как правило, изменение состояния движения МБПЛА, вызванное изменением его угловой ориентации и линейного ускорения, рассматривается в траекторной системе координат. Для описания полёта МБПЛА в выбранной траекторной системе координат  $ox_k y_k z_k$  обозначим:  $\boldsymbol{\omega}(t) = [\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\gamma}]^T$  – вектор угловой скорости,  $\mathbf{a}^k = [a_x^k, a_y^k, a_z^k]^T$  – вектор линейного ускорения,  $v$  – скорость полёта МБПЛА по траектории.

Далее при выборе параметров и условий полёта МБПЛА, а также при расчёте типичной эталонной траектории, в качестве конкретного примера МБПЛА был рассмотрен МБПЛА типа «W-50» и использованы его основные массо-габаритные характеристики.

Предположим, что МБПЛА осуществляет полёт с малой скоростью в горной местности, не проводит сложные и резкие маневры (например, винтовое движение, кувырок и т.п.), т.е. процесс полёта является достаточно стабильным и типичным.

Допустим, что координаты начального положения МБПЛА –  $L = 104,06^\circ$  (долгота),  $\lambda = 30,68^\circ$  (широта) и  $h = 150$  м (высота); начальная скорость –  $v = 30$  м/с (в процессе полёта остается неизменной); начальные углы ориентации –  $\psi = 45^\circ$  (рыскание),  $\theta = \gamma = 0^\circ$  (тангаж и крен), время полёта – 3000 с.

С помощью разработанного генератора была синтезирована траектория полёта МБПЛА по заданному конкретному маршруту (Рис. 1), а также рассчитаны для неё соответствующие изменения углов ориентации, линейных скоростей и координат положения МБПЛА, показанные на рис. 2 – 4.

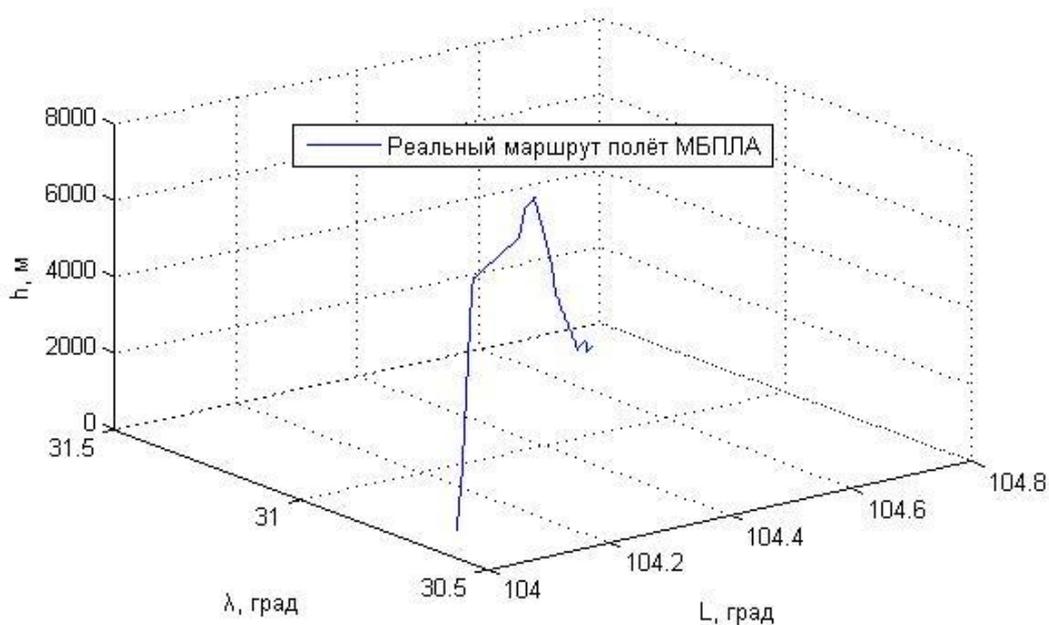


Рис. 1. Моделируемый маршрут полёта БПЛА

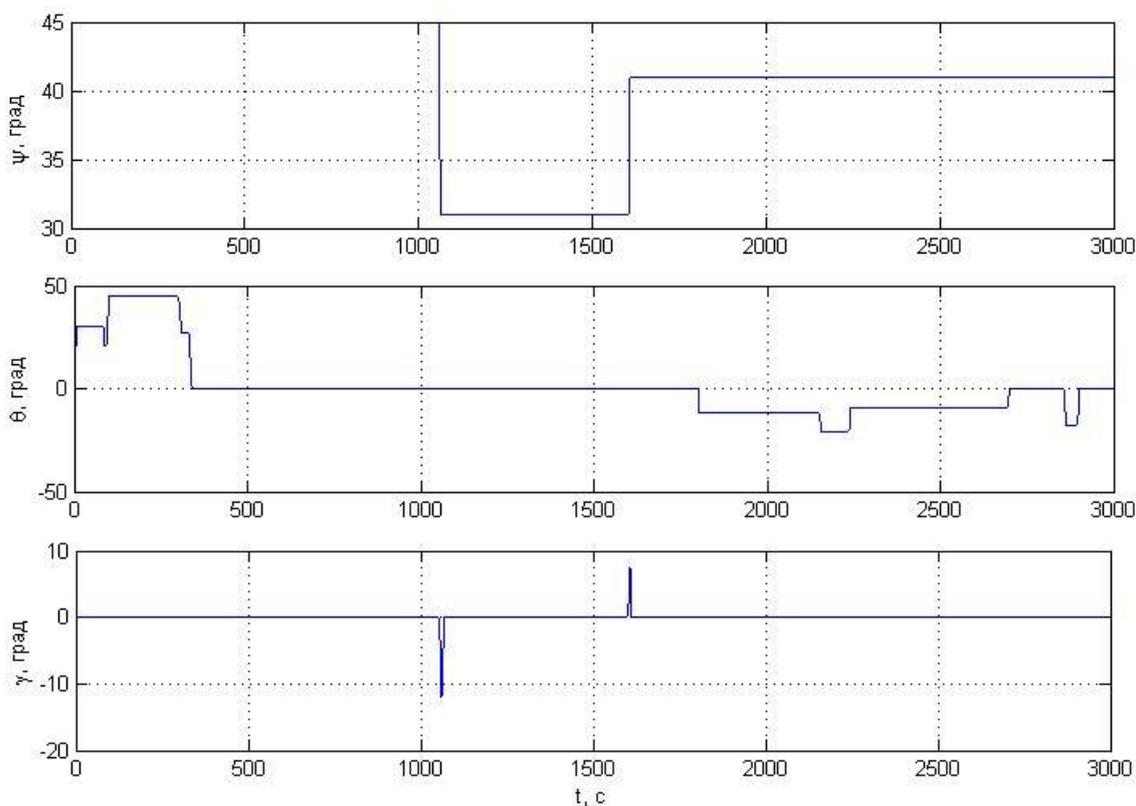
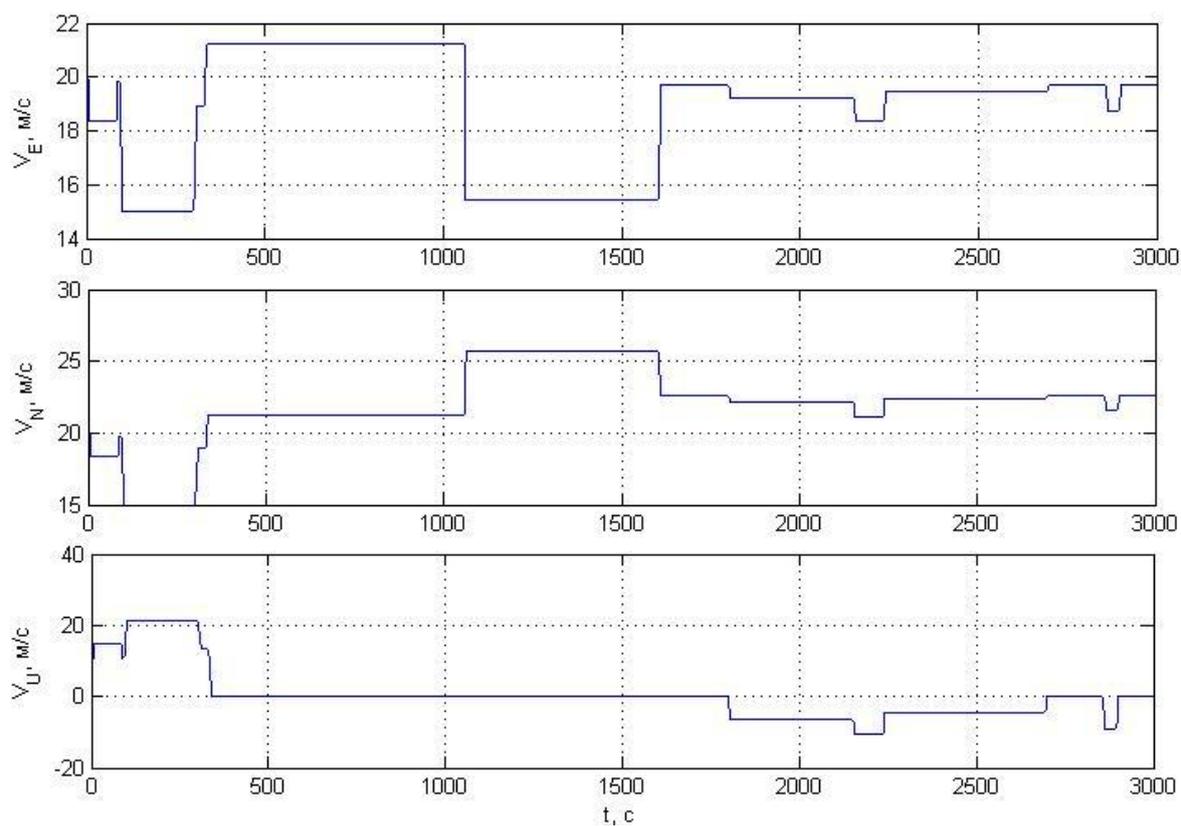
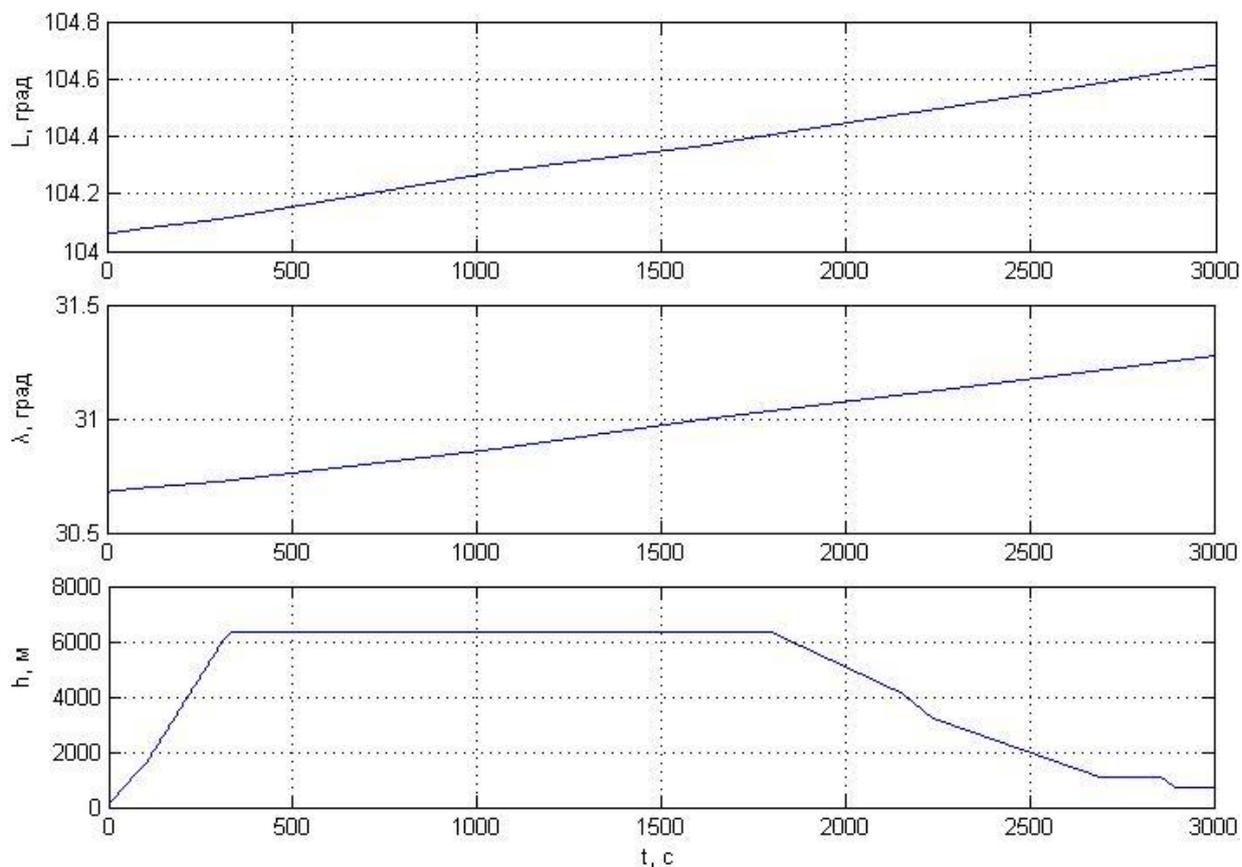


Рис. 2. Изменение углов ориентации БПЛА



**Рис. 3.** Изменение линейной скорости БПЛА



**Рис. 4.** Изменение координат местоположения БПЛА

## 4.2 Результаты моделирования алгоритма быстрой компенсации погрешностей навигационной информации КИССН в условиях сложной среды.

В процесс моделирования функционирования алгоритма быстрой компенсации погрешностей навигационной информации КИССН в условиях сложной среды были использованы следующие параметры и их значения.

**Параметры БИНС:** период решения БИНС –  $0,01\text{ с}$ ; угловые ошибки ориентации математической платформы БИНС –  $\phi_E = \phi_N = \phi_U = 1'$ ; ошибки линейной скорости –  $\delta v_E = \delta v_N = \delta v_U = 0,05\text{ м/с}$ ; ошибки координат местоположения –  $\delta L = \delta \lambda = \delta h = 1\text{ м}$ ; систематический дрейф ДУС –  $\varepsilon_{bx} = \varepsilon_{by} = \varepsilon_{bz} = 0,01^\circ/\text{ч}$ ; среднеквадратичная ошибка возмущений ДУС ("белый" шум) –  $\sigma_{rx} = \sigma_{ry} = \sigma_{rz} = 0,001^\circ/\text{ч}$ ; интервал корреляции ошибки возмущений ДУС –  $7200\text{ с}$ ; среднеквадратичная ошибка измерения ДУС ("белый" шум) –  $\sigma_{gx} = \sigma_{gy} = \sigma_{gz} = 0,001^\circ/\text{ч}$ ; среднеквадратичная ошибка возмущений акселерометра ("белый" шум) –  $\sigma_{ax} = \sigma_{ay} = \sigma_{az} = 5 \times 10^{-5}\text{ g}$ ; интервал корреляции ошибки возмущений акселерометра –  $1800\text{ с}$ .

**Параметры СНС:** период решения СНС –  $1\text{ с}$ ; среднеквадратичная ошибка измерения координат местоположения –  $\sigma_{pN} = \sigma_{pE} = \sigma_{pU} = 1\text{ м}$ ; среднеквадратичная ошибка шумов измерения скорости –  $\sigma_{vN} = \sigma_{vE} = \sigma_{vU} = 0,05\text{ м/с}$ .

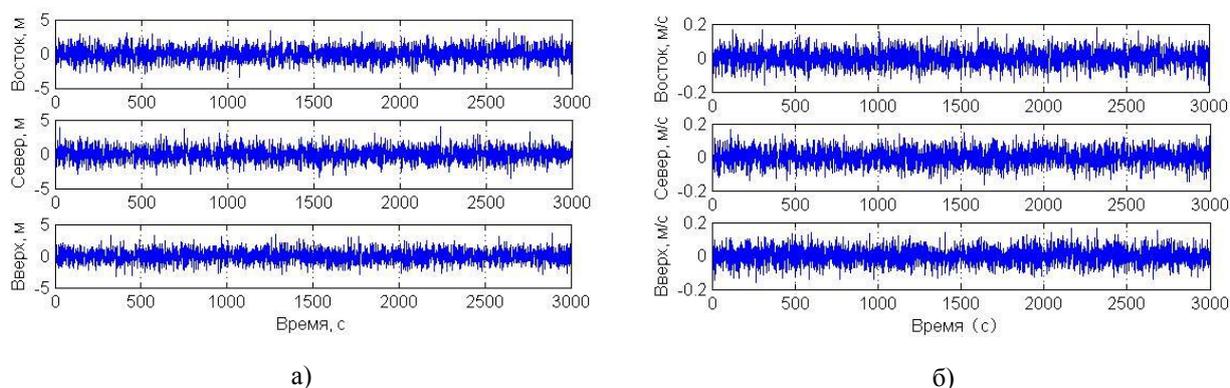
**Параметры фильтра Калмана:** периоды дискретизации  $\Phi_{k,k-1}$  и  $\Gamma_{k-1}$  –  $0,01\text{ с}$ ; значение начальной среднеквадратичной ошибки  $\mathbf{P}$  и значение начальных ошибок БИНС являются одинаковыми; период решения фильтра КИССН –  $1\text{ с}$ .

Исследование эффективности алгоритма проводилось в двух вариантах.

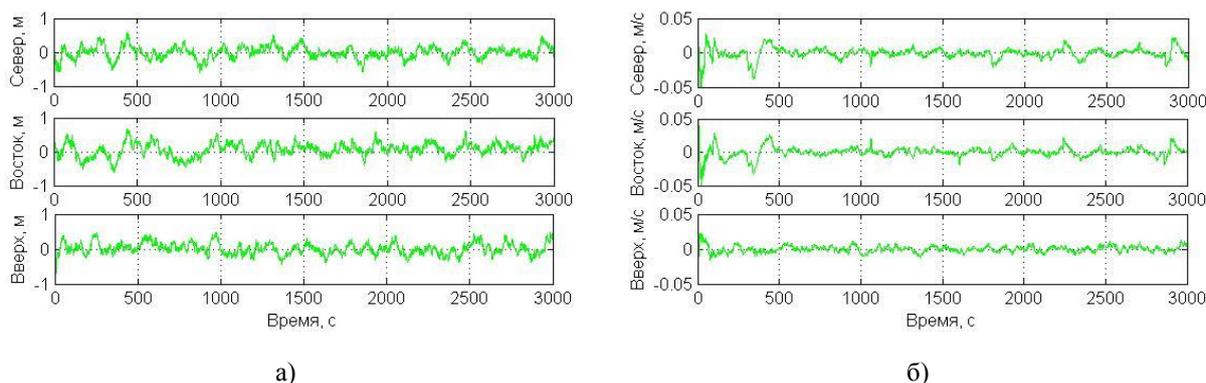
**Вариант 1.** Измерительная информация является полной.

Ошибки измерения положения и скорости МБПЛА по данным СНС показаны на рис. 5.

Результаты моделирования с учётом алгоритма быстрой компенсации погрешностей навигационной информации КИССН показаны на рис. 6.



**Рис. 5.** Погрешности измерения по показаниям СНС: а) погрешности измерения положения МБПЛА, б) погрешности измерения скорости МБПЛА



**Рис. 6.** Погрешности измерения по показаниям КИССН с алгоритмом быстрой компенсации: а) погрешности измерения положения МБПЛА, б) погрешности измерения скорости МБПЛА

Результаты моделирования (рис. 6) доказывают, что для случая полной измерительной информации, ошибки положения и скорости МБПЛА по показаниям КИССН находятся в допустимых пределах точности: ошибки положения, в основном, ограничены в пределах  $\pm 0,5$  м, а ошибки по скорости – в пределах  $\pm 0,05$  м/с.

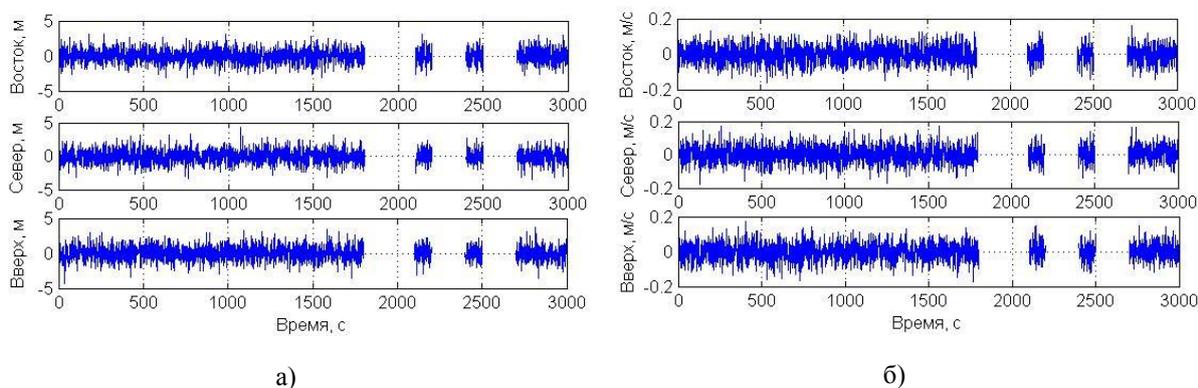
Таким образом, алгоритм быстрой компенсации КИССН наиболее эффективно подавил нарастание собственных ошибок БИНС, и в то же время очень хорошо были скорректированы ошибки положения и скорости СНС, т.е. был достигнут эффект оптимальной оценки.

**Вариант 2.** Измерительная информация является неполной

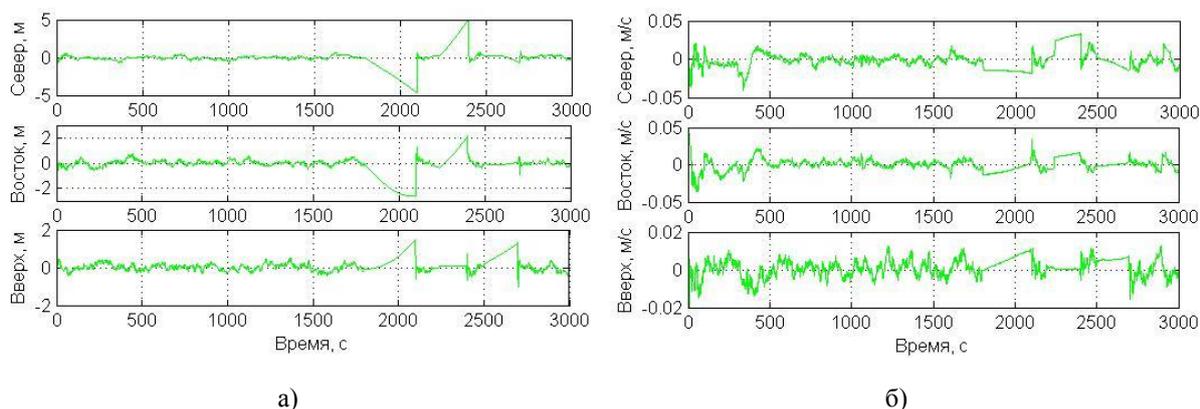
Ситуация влияние препятствий горного рельефа местности на траекторное движение МБПЛА, связанное с пропаданием сигналов СНС, учитывалось на следующих интервалах времени: 1800–2100 с, 2200–2400 с и 2500–2700 с.

Ошибки измерения положения и скорости МБПЛА по показаниям СНС с пропаданием сигналов показаны на рис. 7.

Результаты моделирования с учётом алгоритма быстрой компенсации погрешностей навигационной информации КИССН показаны на рис. 8.



**Рис. 7.** Погрешности измерения по показаниям СНС: а) погрешности измерения положения МБПЛА, б) погрешности измерения скорости МБПЛА



**Рис. 8.** Погрешности измерения по показаниям КИССН с алгоритмом быстрой компенсации:  
 а) погрешности измерения положения МБПЛА, б) погрешности измерения скорости МБПЛА

Результаты моделирования (рис. 8) показывают, что в трёх промежутках времени, в связи с потерей сигнала СНС, КИССН не может принять измерительную информацию от СНС. Поэтому в эти промежутки времени точность определения местоположения и скорости МБПЛА по показаниям КИССН претерпевают определенное изменение и влияние. Ошибки местоположения и скорости имеют тенденцию к увеличению. Так, например, в первых двух промежутках времени, ошибки положения и скорости в северном направлении становятся более существенными, причём максимальная величина ошибки положения в северном направлении достигает значений около  $\pm 5$  м. Ошибки местоположения и скорости в восточном и вертикальном направлениях немного меньше. Исходя из характера полученных результатов, видно, что за короткий промежуток времени ошибки положения и скорости КИССН могли контролироваться в допустимых пределах точности, причём значения их оценок приблизились к истинным значениям, и не произошло скачкообразных изменений. Когда МБПЛА снова принял сигнал от четырех или более спутников СНС, то условия работы СНС вернулись к нормальным, а КИССН снова получила полную измерительную информацию. В данном случае алгоритм фильтрации возобновил нормальный режим работы, КИССН смогла снова получить точные значения оценок, что позволило определить параметры навигации с высокой точностью.

## Заключение

В данной работе были получены следующие основные научные, имеющие важное практическое значение.

- 1) Разработана структура и математическая модель КИССН для МБПЛА.
- 2) Предложен эффективный алгоритм, использующий модификации фильтра Калмана, для быстрой компенсации погрешностей навигационной информации КИССН, вызванных кратковременной потерей сигналов от системы СНС

- 3) В условиях полной измерительной информации разработанный алгоритм быстрой компенсации погрешностей навигационной информации КИССН эффективно подавил увеличение ошибки БИНС и подкорректировал ошибки измерений СНС, что обеспечивает более высокую точность навигации, а также повышает устойчивость и надёжность функционирования КИССН.
- 4) В условиях неполной информации об измерениях данный алгоритм решил проблему безотказной работы КИССН при кратковременном отсутствии сигнала от СНС. Причём в этом случае точность навигации КИССН может поддерживаться в заданных пределах.

### **Список литературы**

1. Горбачёв А.Ю. Применение одометров для коррекции интегрированных навигационных систем // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2009. № 4. С. 37-53.
2. Фокин Л.А., Щипицын А.Г. Методы пространства состояний в задаче синтеза слабосвязанной инерциально-спутниковой навигационной системы // Вестник ЮУрГУ. Сер. Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. 2006. № 14. С. 148-155.
3. Неусыпин А.К., Смолкин О.Б., Харин Е.Г., Копелович В.А., Староверов А.С. Особенности реализации режима прогноза в алгоритмах инерциальных навигационных систем // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2003. № 3. С. 60–69.
4. Liu Zhiping, Bi Kaibo. Fundamentals of Inertial Navigation and Integrated Navigation. National Defense Industry Press, 2013. 238 p.
5. Распопов В.Я. Микросистемная авионика: учеб. пособие. Тула: Гриф и К, 2010. 248 с.
6. Степанов О. А. Интегрированные инерциально-спутниковые системы навигации // Гироскопия и навигация. 2002. № 1 (36). С. 23-45.
7. Zhou Zebo, Li Bofeng, Shen Yunzhong. A Window-Recursive Approach for GNSS Kinematic Navigation Using Pseudo range and Doppler Measurements // Journal of Navigation. 2013. Vol. 66, no. 2. P. 295-313. DOI: [10.1017/S0373463312000549](https://doi.org/10.1017/S0373463312000549)
8. Gross J.N., Gu Y., Rhudy M.B., Gururajan S., Napolitano M.R. Flight test evaluation of GPS/INS sensor fusion algorithms for attitude estimation // IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems. 2012. Vol. 48, no. 3. P. 2128-2139. DOI: [10.1109/TAES.2012.6237583](https://doi.org/10.1109/TAES.2012.6237583)
9. Лукьянов В.В. Методы калибровки персонального навигационного комплекса // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2006. № 3. С. 64-73.
10. Алешин Б.С., Афонин А.А., Веремеенко К.К., Кошелев Б.В., Плеханов В.Е., Тихонов В.А., Тювин А.В., Федосеев Е.П. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / под ред. Б.С. Алешина, К.К. Веремеенко, А.И. Черноморского. М.: Физматлит, 2006. 422 с.

11. Qin Yongyuan, Zhang Hongqian, Wang Shuhua. Theory of Kalman Filter and Integrated Navigation. Northwestern Polytechnic University Press, 2012. 386 p.
12. Yang Bo, QIN Yongyuan, Chai Yan. Application of UKF in Direct Method of Kalman Filter for INS/GPS // Chinese Journal of Sensors and Actuators. 2007. Vol 20, no. 4. P. 842–846.
13. Синеглазов В.М., Аскеров Ш.И. Оптимальная комплексная обработка данных в навигационных системах беспилотных летательных аппаратов // Електроніка та системи управління. 2011. № 4. С. 73-78.
14. Васильев К.К., Аникин А.А. Калмановское комплексирование и моделирование навигационных систем // Электронная техника: межвузовский сб. науч. тр. / Под ред. Д.В. Андреева. Ульяновск: УлГТУ, 2005. 96 с.

## **Development of Fast Error Compensation Algorithm for Integrated Inertial-Satellite Navigation System of Small-size Unmanned Aerial Vehicles in Complex Environment**

A.V. Fomichev<sup>1,\*</sup>, L. Tan<sup>1</sup>

<sup>\*</sup>[a.v.fomichev@bmstu.ru](mailto:a.v.fomichev@bmstu.ru)

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

---

**Keywords:** integrated inertial-satellite navigation system, Kalman filter, generator route, strapdown inertial navigation system, satellite navigation systems

---

In accordance with the structural features of small-size unmanned aerial vehicle (UAV), and considering the feasibility of this project, the article studies an integrated inertial-satellite navigation system (INS). The INS algorithm development is based on the method of indirect filtration and principle of loosely coupled combination of output data on UAV positions and velocity. Data on position and velocity are provided from the strapdown inertial navigation system (SINS) and satellite navigation system (GPS). A difference between the output flows of measuring data on position and velocity provided from the SINS and GPS is used to evaluate SINS errors by means of the basic algorithm of Kalman filtering. Then the outputs of SINS are revised. The INS possesses the following advantages: a simpler mathematical model of Kalman filtering, high reliability, two independently operating navigation systems, and high redundancy of available navigation information.

But in case of loosely coupled scheme, INS can meet the challenge of high precision and reliability of navigation only when the SINS and GPS operating conditions are normal all the time. The proposed INS is used with UAV moving in complex environment due to obstacles available, severe natural climatic conditions, etc. This case expects that it is impossible for UAV to receive successful GPS-signals frequently. In order to solve this problem, was developed an algorithm for rapid compensation for errors of INS information, which could effectively solve the problem of failure of the navigation system in case there are no GPS-signals .

Since it is almost impossible to obtain the data of the real trajectory in practice, in the course of simulation in accordance with the kinematic model of the UAV and the complex environment of the terrain, the flight path generator is used to produce the flight path. The errors of positions and velocities are considered as an indicator of the INS effectiveness. The results of simulation have shown that this algorithm effectively suppresses divergence errors of SINS within a short time with the accuracy of navigation system being within an acceptable range.

## References

1. Gorbachyov A.Yu. Application of Odometers for Correction of Integrated Navigation Systems. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Priborostroenie = Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Instrument Engineering*, 2009, no. 4, pp. 37-53. (in Russian).
2. Fokin L.A., Shchipitsyn A.G. Methods of state space in the task of synthesis loosely coupled inertial-satellite navigation systems. *Vestnik YuUrGU. Ser. Komp'yuternye tekhnologii, upravlenie, radioelektronika = Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control & Radioelectronics*, 2006, no. 14, pp. 148-155. (in Russian).
3. Neusypin A.K., Smolkin O.B., Kharin E.G., Kopelovich V.A., Staroverov A.Ch. Peculiarities of Prediction Mode Implementation in Algorithms of Inertial Navigation Systems. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Priborostroenie = Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Instrument Engineering*, 2003, no. 3, pp. 60–69. (in Russian).
4. Liu Zhiping, Bi Kaibo. *Fundamentals of Inertial Navigation and Integrated Navigation*. National Defense Industry Press, 2013. 238 p.
5. Raspopov V.Ya. *Mikrosistemnaya avionika [Microsystem avionics]*. Tula, Grif i K Publ., 2010. 248 p. (in Russian).
6. Stepanov O. A. Integrated inertial-satellite navigation systems. *Giroskopiya i navigatsiya = Gyroscopy and navigation*, 2002, no. 1, pp. 23-45. (in Russian).
7. Zhou Zebo, Li Bofeng, Shen Yunzhong. A Window-Recursive Approach for GNSS Kinematic Navigation Using Pseudo range and Doppler Measurements. *Journal of Navigation*, 2013, vol. 66, no. 2, pp. 295-313. DOI: [10.1017/S0373463312000549](https://doi.org/10.1017/S0373463312000549)
8. Gross J.N., Gu Y., Rhudy M.B., Gururajan S., Napolitano M.R. Flight test evaluation of GPS/INS sensor fusion algorithms for attitude estimation. *IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems*, 2012, vol. 48, no. 3, pp. 2128-2139. DOI: [10.1109/TAES.2012.6237583](https://doi.org/10.1109/TAES.2012.6237583)
9. Luk'yanov V.V. Methods of Calibration of Personal Navigational Complex. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Priborostroenie = Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Instrument Engineering*, 2006, no. 3, pp. 64-73. (in Russian).
10. Aleshin B.S., Afonin A.A., Veremeenko K.K., Koshelev B.V., Plekhanov V.E., Tikhonov V.A., Tyuvin A.V., Fedoseev E.P. *Orientatsiya i navigatsiya podvizhnykh ob"ektov: sovremennye informatsionnye tekhnologii [Orientation and Navigation of Mobile Objects: Modern Navigation Technologies]*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2006. 422 p. (in Russian).
11. Qin Yongyuan, Zhang Hongqian, Wang Shuhua. *Theory of Kalman Filter and Integrated Navigation*. Northwestern Polytechnic University Press, 2012. 386 p.
12. Yang Bo, QIN Yongyuan, Chai Yan. Application of UKF in Direct Method of Kalman Filter for INS/GPS. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2007, vol 20, no. 4, pp. 842–846.

13. Sineglazov V.M., Askerov Sh.I. Optimal complex data processing in navigation systems of unmanned aerial vehicles. *Elektronika ta sistemi upravliniya*, 2011, no. 4, pp. 73-78. (in Russian).
14. Vasil'ev K.K., Anikin A.A. Kalman integration and simulation of navigation systems. *Elektronnaya tekhnika: mezhvuzovskii sb. nauch. tr.* [Electronic appliances: interuniversity collection of scientific papers]. Ulyanovsk, UISTU Publ., 2005. 96 p. (in Russian).