

УДК 01.04.01

Метод повышения точности идентификации при экспериментальных испытаниях динамический объектов

Павлов Ю. Н.¹, Лапин Д. В.^{1,*},

[*qmetriq@yandex.ru](mailto:qmetriq@yandex.ru)

Тихомирова Е. А.¹, Шавырин И. Б.¹

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Предметом работы является проблема повышения точности идентификации линейных динамических систем по экспериментальным данным, полученным путем подачи на систему тестовых сигналов. Описаны алгоритм идентификации систем с известной передаточной функцией по экспериментальному частотному годографу, содержащему случайные погрешности измерений, и возможный метод уточнения идентификации системы и её коэффициентов. В качестве модели принимается передаточная функция системы. Решение задачи идентификации авторы предложили искать в классе годографов, задаваемых моделью системы. Поиск неизвестных коэффициентов передаточной функции модели системы осуществляется путем минимизации предложенной авторами меры близости экспериментального годографа системы и годографа модели системы. В результате решение задачи идентификации было сведено к решению системы линейных уравнений. Для получения псевдоэкспериментальных данных была смоделирована линейная система второго порядка. Иллюстративный вычислительный эксперимент показал, что погрешность определения коэффициентов передаточной функции не превышает диапазон погрешности измерений экспериментальных отсчетов годографа системы. Далее при использовании предлагаемого метода выборки экспериментальных точек было показано на аналогичной системе, что точность идентификации динамических коэффициентов может быть повышена на два порядка. Данный результат был так же получен на иллюстративном вычислительном эксперименте. В известных источниках по идентификации нелинейных динамических систем метод идентификации данной публикации не упоминался. Изложенный в публикации метод идентификации нелинейных динамических систем может найти применение при определении параметров различного вида силовых приводов.

Ключевые слова: идентификация, частотный годограф, линейные динамические системы, гармоническая линеаризация

Введение

Экспериментальная отработка силовых приводов авиационной и космической техники включает в себя получение амплитудно-частотных характеристик с целью

идентификации динамических звеньев. Подавая на вход силового привода гармонический сигнал различной частоты и получая в ответную реакцию так же гармонический сигнал, но отличающийся от входного амплитудой и сдвигом фазы, получим информацию, позволяющую оценить динамические характеристики привода. По существу вся полезная информация о приводе может быть получена при статистическом анализе выходного сигнала. Анализ эмпирических распределений показывает, что амплитудно-частотная характеристика есть сумма детерминированной составляющей (полезный сигнал) и случайных погрешностей, статистически не зависящих от полезного сигнала (шум). Поэтому при статическом анализе примем в качестве квазиэкспериментальной модели сумму полученного сигнала и случайного шума с равномерным законом распределения.

Исходные данные

Примем, что амплитудно-частотная характеристика примет вид, представленный на рисунке 1.

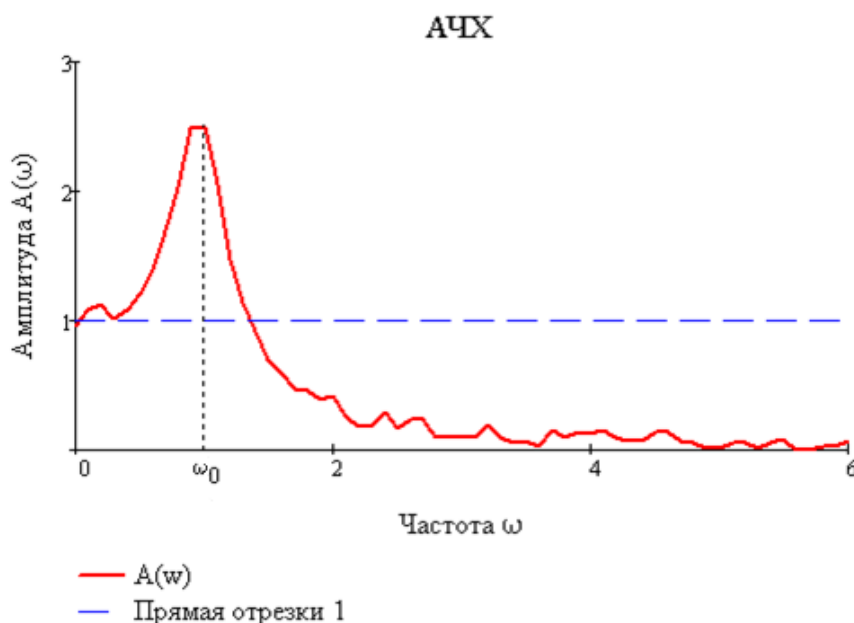


Рисунок 1. Квазиэкспериментальная амплитудно-частотная характеристика: ω_0 – резонансная частота

Видим, что наибольшее значение отклонения сигнал/шум находится в околорезонансной зоне, то есть в пределах от 1 до ω_1 . Именно этот участок представляется наиболее интересным для оценки точности идентификации. Для выделения полезного сигнала АЧХ рассмотрим звено второго порядка, передаточная функция которого имеет вид

$$W(p) = \frac{c_0}{e_0 + e_1 p + e_2 p^2}.$$

Задаваясь коэффициентами e_0 , e_1 , e_2 получим соотношение для АЧХ в виде

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega),$$

где $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ – вещественная и мнимая части частотной передаточной функции.

Тогда амплитуда может быть вычислена по формуле

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}.$$

а фаза по формуле

$$\varphi(\omega) = \text{atan}\left(\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}\right).$$

Для получения амплитудно-частотной характеристики с шумом, которая и будет служить моделью квазиэкспериментальной полученной характеристики, необходимо с помощью датчика случайных чисел наложить аддитивный шум на амплитуду полезного сигнала в некотором масштабе. По существу, идентификация сводится к выделению полезного сигнала и определения коэффициентов e_0 , e_1 , e_2 , а так же к оценке точности их определения, поскольку есть их точные значения и значения, полученные в процессе идентификации. Таким образом, имея модель экспериментальной частотной характеристики в виде действительной и мнимой частей, можно построить годограф системы. На рисунке 2 показан годограф звена второго порядка, имеющего коэффициенты $e_0 = 1$, $e_1 = 0.4$, $e_2 = 1$, $c_0 = 1$ и величину наложенного шума, равную 10% от значения амплитудно-частотной характеристики в точке, соответствующей частоте $\omega = 0$.

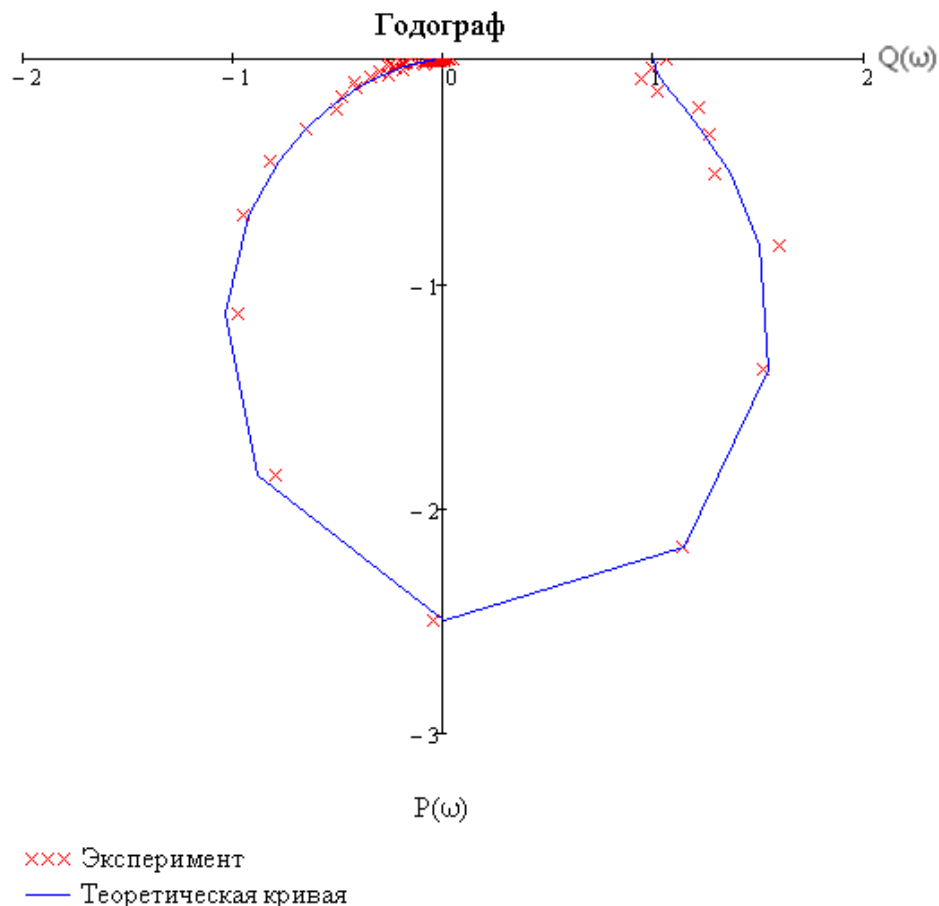


Рисунок 2. Годографы исследуемого звена

Теперь, применив метод наименьших квадратов и записав нормальные уравнения, получим соотношения для определения «неизвестных» коэффициентов (e_0 , e_1 , e_2). Вычислив их и сравнив с заданными значениями $e_0 = 1$, $e_1 = 0,4$, $e_2 = 1$ получим оценку точности идентификации e_0 .

Постановка задачи

Вопросы, подлежащие разрешению:

1. зависимость точности идентификации от области выбранных частот.
2. зависимость точности идентификации от числа точек на выбранном участке.

Решение

Для ответа на первый вопрос выберем в качестве эталона точности оценки коэффициентов $e_0 = 1$, $e_1 = 0,4$, $e_2 = 1$ их идентификацию на неограниченной полосе частот.

Система нормальных уравнений для определения коэффициентов e_0 , e_1 , e_2 имеет вид [1]

$$\begin{aligned} e_0 \sum_{i=1}^{nexp} (P_i^2 + Q_i^2) - e_2 \sum_{i=1}^{nexp} (P_i^2 + Q_i^2) \omega_i^2 &= \sum_{i=1}^{nexp} P_i, \\ e_1 \sum_{i=1}^{nexp} (P_i^2 + Q_i^2) &= - \sum_{i=1}^{nexp} Q_i \omega_i, \\ e_0 \sum_{i=1}^{nexp} (P_i^2 + Q_i^2) \omega_i^2 - e_2 \sum_{i=1}^{nexp} (P_i^2 + Q_i^2) \omega_i^4 &= \sum_{i=1}^{nexp} P_i \omega_i^2. \end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} k_1 &= \sum_i (P_i^2 + Q_i^2), \\ k_2 &= \sum_i (P_i^2 + Q_i^2) \omega_i^2, \\ k_3 &= \sum_i (P_i^2 + Q_i^2) \omega_i^4, \\ k_4 &= \sum_i P_i, \\ k_5 &= \sum_i Q_i \omega_i, \\ k_6 &= \sum_i P_i \omega_i^2. \end{aligned}$$

Тогда получим

$$e_0 k_1 - e_2 k_2 = k_4,$$

$$e_1 k_2 = -k_5,$$

$$e_0 k_2 - e_2 k_3 = k_6.$$

Соотношение для определения коэффициентов запишется как

$$e_0 = \frac{k_6 k_2 - k_3 k_4}{k_2^2 - k_1 k_3},$$

$$e_1 = -\frac{k_5}{k_2},$$

$$e_2 = \frac{e_0 k_1 - k_4}{k_2}.$$

Для заданных коэффициентов e_0 , e_1 , e_2 были проведены двадцатикратные серии вычислительных экспериментов по 25, 50, 100 и 200 точкам годографа. После определения вычислялись средние значения и дисперсии ошибок определения коэффициентов.

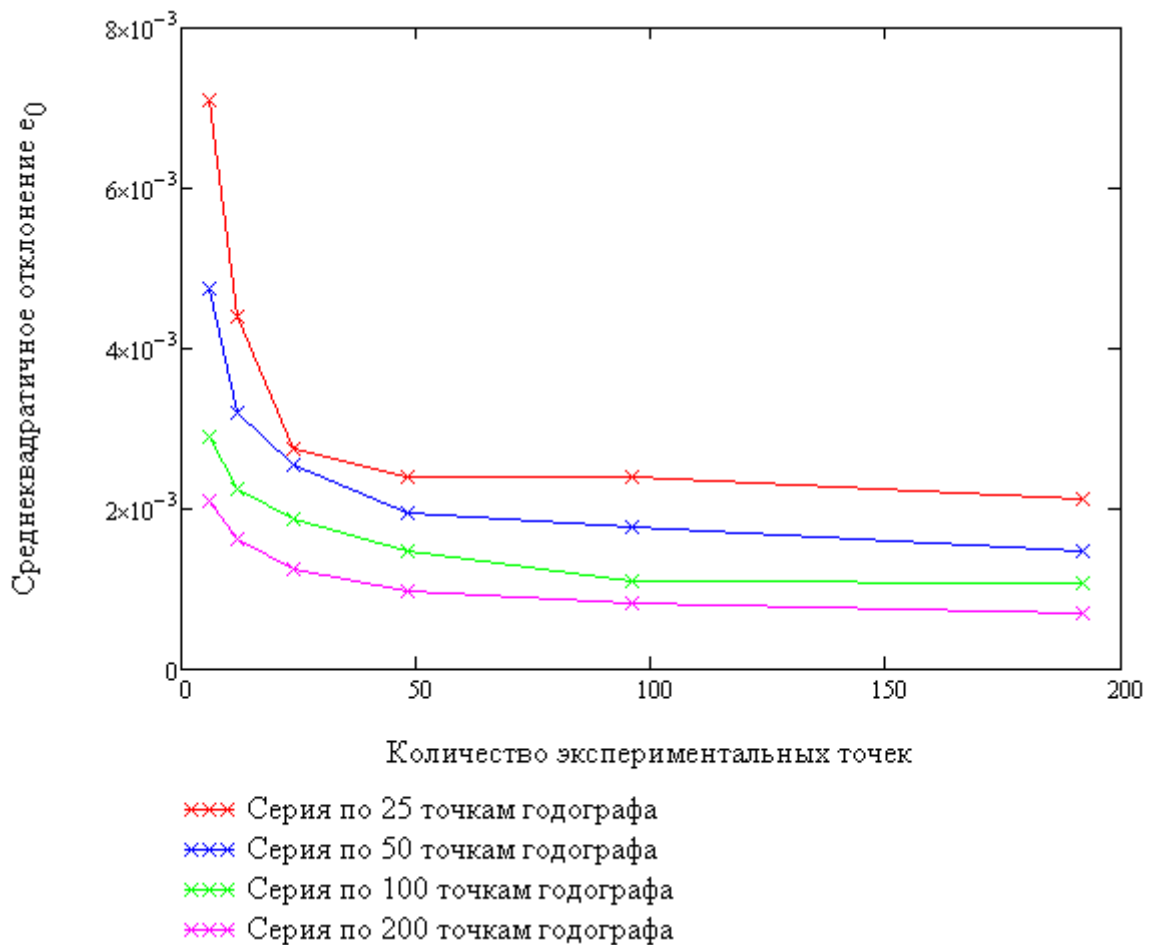


Рисунок 3. Зависимость среднеквадратического отклонения ошибки коэффициента e_0 как функции количества точек годографа

На рисунке 3 для примера показана зависимость среднеквадратического отклонения ошибки коэффициента e_0 как функции числа точек годографа. Видим, что график стабилизируется в зоне 30-40 точек. Гистограмма ошибок коэффициента e_0 приведена на рисунке 4 при 48 точках годографа и 100-кратной серии. Ошибки имеют нормальный закон распределения, а это значит, что 95% всех ошибок находятся в зоне $\pm 2\sigma$, то есть $\pm 3 \cdot 10^{-3}$.

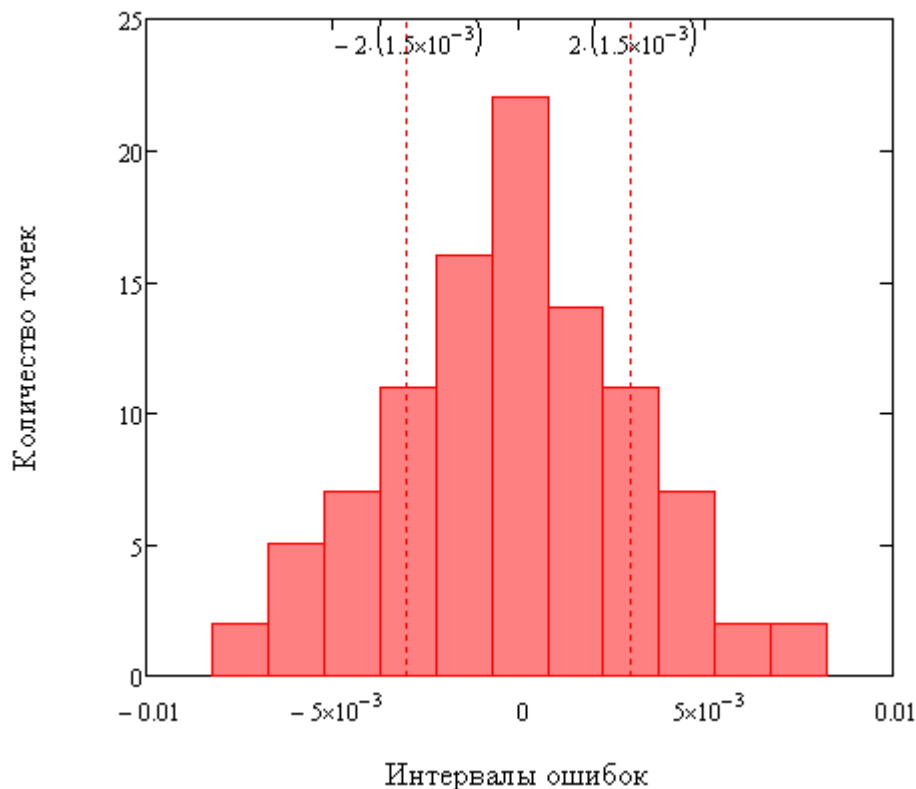


Рисунок 4. Гистограмма ошибок коэффициента e_0 на всей возможной полосе частот годографа

Таким образом, при уровне шума, равном 10% от уровня полезного сигнала при частоте $\omega = 0 \dots 6$, среднеквадратическая ошибка определения коэффициента e_0 равна 0,15%.

Аналогичные результаты получены для погрешностей определения коэффициентов e_1 и e_2 .

Как видим при использовании алгоритма идентификации динамического звена второго порядка по частотному годографу погрешность определения коэффициентов передаточной функции значительно меньше, чем величина погрешности экспериментальных отсчетов динамического звена (с уровнем шума).

Рассмотрим возможность повышения точности оценок идентификации коэффициентов e_0 , e_1 , e_2 . Для этого ограничим полосу входного сигнала околорезонансными частотами, как показано на рисунке 1, то есть в диапазоне частот 1 (

$\omega = \omega_1 \div \omega_2$) и проведем идентификацию, оставив при этом постоянными все условия предыдущего эксперимента. Гистограмма ошибок определения коэффициента e_0 показана на рисунке 5. Видим, что среднеквадратическое отклонение ошибки e_0 составляет $\pm 1,5 * 10^{-4}$, то есть 0,015 %, что в 10 раз меньше, чем при использовании всей возможной полосы частот годографа.

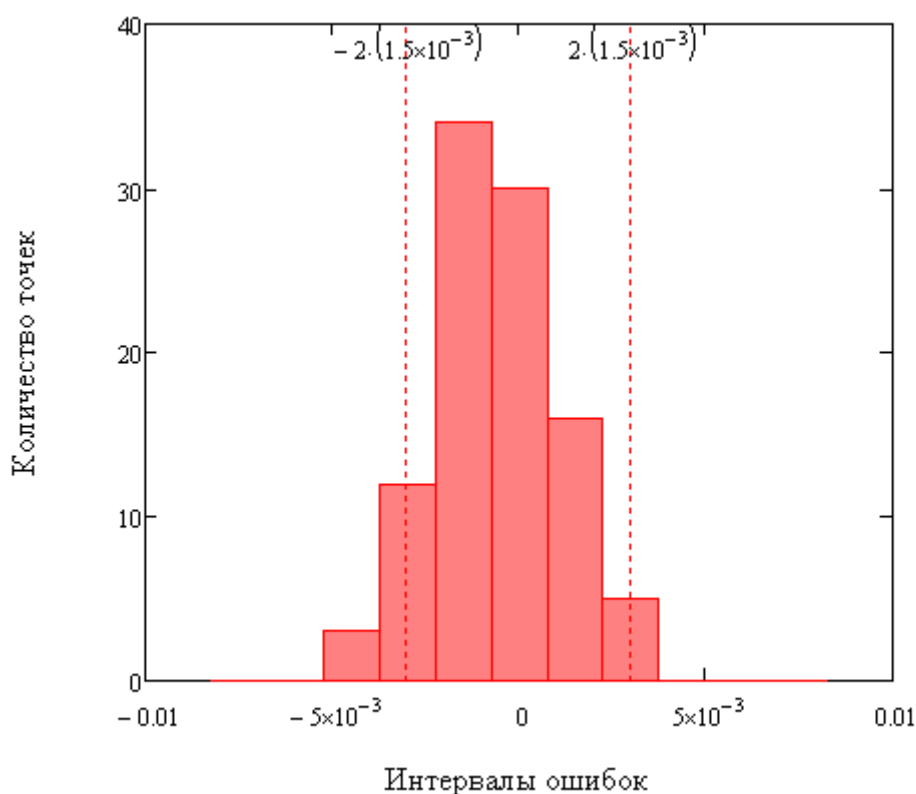


Рисунок 5. Гистограмма ошибок коэффициента e_0 с отрезом частот

Выводы

Таким образом, ограничивая входные гармонические сигналы на входе динамического звена околорезонансной областью, возможно существенно (на порядок) увеличить точность идентификации динамических звеньев, что существенно повысит эффективность использования силовых приводов при коррекции общего контура управления.

Список литературы

1. Боевкин В.И., Недашковский В.М., Павлов Ю.Н. Идентификация линейных динамических звеньев по частотному годографу // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 9. С. 349-360. DOI: [10.7463/0913.0618917](https://doi.org/10.7463/0913.0618917)

2. Жданов А.И., Кацюба О.А. Идентификация по методу наименьших квадратов параметров уравнений авторегрессии при аддитивных ошибках измерений // Автоматика и телемеханика. 1982. № 2. С. 29-38.
3. Болквадзе Г.Р. Класс моделей Гаммерштейна в задачах идентификации стохастических систем // Автоматика и телемеханика. 2003. № 1. С. 42-55.
4. Дейч А.И. Методы идентификации динамических объектов. М.: Энергия, 1979. 240 с.
5. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле: пер. с англ. М.: Наука, 1967. 444 с. [Timoshenko S. Vibration Problems in Engineering. 3rd ed. D. Van Nostrand Company, Inc., Toronto New York London, 1955. 468 p.].

Method of Increasing Identification Accuracy under Experimental Tests of Dynamic Objects

Y.N. Pavlov¹, D.V. Lapin^{1,*},

E.A. Tihomirova¹, I.B. Shavirin¹

*gmetriq@yandex.ru

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: identification, frequency hodograph, linear dynamic systems, harmonious linearization

The work concerns a problem of increasing identification accuracy of linear dynamic systems on the basis of experimental data obtained by applying test signals to the system.

The work is aimed at considering a possibility to use the experimentally obtained hodograph counting to determine parameters of this system in a specific context of the linear dynamic system of the second order.

An offer was to use a method of harmonious linearization and a described cut method.

The type of frequency transfer function of the identified system was assumed as known.

It was supposed that when obtaining the frequency characteristics of a real system there are disturbances interfering with experiment as a result of which points of experimentally received hodograph are random displaced.

An identification problem solution was searched in a class of the hodograph set by the system model, which had the same type of frequency transfer function, as the type of frequency transfer function of the identified system.

The unknown coefficients of frequency transfer function of the system model were searched through minimizing a proximity criterion (measure) of the experimentally received hodograph of the system and of the system model hodograph over the entire aggregate of points. One of the authors described this criterion in the earlier publication.

The solution to a problem of nonlinear dynamic system identification by the frequency hodograph was reduced to the solution of the system of equations of the rather unknown linear parameters of frequency transfer function of the system model

The program to simulate a process of the pseudo-experimental data, containing random errors, and determine parameters of this system is developed for a dynamic system of the second order.

A conducted computing experiment is conducted to estimate an error at which the offered algorithm defines the values of parameters of this system.

An illustrative computing experiment has shown that in the further detailed analysis an error of determining values of the system parameters is two orders of magnitude less as compared with an error of experimental counting of a hodograph

There are no known sources on identification of nonlinear dynamic systems, which have mentioned the method of identification described this publication.

The identification method of nonlinear dynamic systems stated in the publication can find application for determining parameters of various types of power drives.

Using a method of harmonious linearization and identification of dynamic systems on hodograph is perspective to solve a problem of identification of nonlinear systems with different types of nonlinearities.

References

1. Boevkin V.I., Nedashkovskii V.M., Pavlov Yu.N. Identification of linear dynamic elements using a frequency locus. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2013, no. 9, pp. 349-360. DOI: [10.7463/0913.0618917](https://doi.org/10.7463/0913.0618917) (in Russian).
2. Zhdanov A.I., Katsyuba O.A. Identification by least squares of autoregression equations parameters when additive measurement errors. *Avtomatika i telemekhanika*, 1982, no. 2, pp. 29-38. (in Russian).
3. Bolkvadze G.R. Hammerstein Models for Identification of Stochastic Systems. *Avtomatika i telemekhanika*, 2003, no. 1, pp. 42-55. (English version of journal: *Automation and Remote Control*, 2003, vol. 64, is. 1, pp. 37-48. DOI: [10.1023/A:1021820307806](https://doi.org/10.1023/A:1021820307806)).
4. Deych A.I. *Metody identifikatsii dinamicheskikh ob"ektov* [Methods of identification of dynamic objects]. Moscow, Energiya Publ., 1979. 240 p. (in Russian).
5. Timoshenko S. *Vibration Problems in Engineering*. 3rd ed. D. Van Nostrand Company, Inc., Toronto New York London, 1955. 468 p. (Russ. ed. Timoshenko S.P. *Kolebaniya v inzhenernom dele*. Moscow, Nauka Publ., 1967. 444 p.).