Кинематика односекционного параллельного манипулятора типа «додекапод»

02, февраль 2013

DOI: 10.7463/0213.0539000

Данг С. Х.

УДК 519.6

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана
rk6bmstu@mail.ru

Введение

Параллельные манипуляторы, основанные на платформе Стюарта, в настоящее время широко применяются для многих механизмов. По сравнению с последовательными манипуляторами, они обладают некоторыми преимуществами: высокая жесткость и точность позиционирования, хорошие динамические характеристики. В практике обычно используют параллельные манипуляторы с тремя или шестью степенями свободы, например робот «Дельта» имеет три степени свободы, гексапод - шесть степеней свободы [1]. Чтобы повысить рабочие характеристики робота, параллельные манипуляторы могут соединяться между собой, образуя многосекционные параллельные роботы-манипуляторы.

Додекапод представляет собой развитие гексапода и имеет 12 степеней свободы. Додекапод по сравнению с гексаподом имеет большее рабочее пространство и используется для многих целей, например, на его основе может быть построен робот, перемещающийся по сложной поверхности или в трубе переменного профиля [2, 3].

В работе с помощью метода Денавита-Хартенберга [4] выполнено исследование кинематики односекционного параллельного манипулятора типа додекапод.

1. Постановка задачи

Приведем прежде схему гексапода (рисунок 1а). Гексапод состоит из неподвижного основания и подвижной платформы, соединенных между собой шестью штангами типа шарнир-призма-шарнир (ШППШ). Схват манипулятора крепится к платформе. Штанги связаны с основанием сферическими шарнирами $B_1, B_2, \dots, B_6$, а с платформой – шарнирами Гука.

Додекапод состоит из 12 штанг и шести шарнирных узлов (рисунок 1б). В отличие от гексапода, додекапод не имеет основания и платформы. Можно сказать, что додекапод является развитием гексапода, в том смысле, что все шарниры могут в нем перемещаться относительно друг друга. Благодаря этому додекапод может быть использован для построения мобильных роботов, перемещающихся в сложной среде. Штанги додекапода также, как штанги гексапода, имеют тип ШППШ.

Рисунок 1- Структура гексапода (а) и додекапода (б)

Задача анализа кинематики додекапода заключается в установлении отношений между длинами штанг $L = (l_1, l_2, \dots, l_{12})$ и положениями узлов $B = (B_1, B_2, B_3)$, $P = (P_1, P_2, P_3)$. Задача разделяется на две подзадачи - прямая позиционная задача и обратная позиционная задача. Прямую позиционную задачу формулируют следующим образом: известны длины штанг манипулятора L . Требуется найти координаты всех узлов B , P . Обратная позиционная задача формулируется как задача отыскания длин штанг L по известным положениям узлов манипулятора B , P .

Рассматриваем частный случай, когда узлы B , P образуют равносторонние треугольники. Задача такого сорта возникает при изучении движения додекапода в прямолинейной трубе постоянного или переменного сечения. Додекапод при этом можно рассматривать как гексапод, в котором совпадают пары шарниров (B_1, B_2) , (B_3, B_4) , (B_5, B_6) , а также пары шарниров (P_1, P_2) , (P_3, P_4) , (P_5, P_6) . Подобно гексаподу назовем треугольник B_1, B_2, B_3 основанием додекапода, а треугольник P_1, P_2, P_3 – платформой.

2. Обратная позиционная задача

Положим, что начала координаты O, O' основания и платформы находятся в центрах треугольников B_1, B_2, B_3 и P_1, P_2, P_3 соответственно (рисунок 2).

Рисунок 2 - Координаты шарниров на основании (а) и платформе (б)

Координаты шарниров P_i на платформе и B_i на основании определяются формулами

$$P_i^P = [r_P \cos \lambda_i \quad r_P \sin \lambda_i \quad 0], \quad (1)$$

$$B_i^B = [r_B \cos \varphi_i \quad r_B \sin \varphi_i \quad 0], \quad (2)$$

где r_P, r_B – радиусы платформы и основания; λ_i, φ_i – полярные углы шарниров P_i и B_i соответственно; P_i^P, B_i^B – координаты шарнира P_i на платформе и шарнира B_i на основании, $i = 1 \div 3$.

Для того чтобы определить длины штанг, нужно преобразовать координаты шарниров на платформе в систему координат $OXYZ$ на основание (рисунок 3).

Рисунок 3 -Схема векторов для штанги $B_i P_j$

Из схемы, представленной на рисунке 3, следует справедливость формулы

$$l_{ij} = B_i P_j = B_i O + OO' + O' P_j = -B_i^B + OO' + (T, P_j^P), \quad i, j = 1 \div 3, i \neq j, \quad (3)$$

где компоненты векторов B_i^B, P_j^P вычисляются по формулам вида (1), (2); T – матрица перехода от системы координат $OXYZ$ к системе координат $O'X'Y'Z'$; $(\cdot, \cdot)$ – оператор скалярного произведения.

Существуют различные методы перехода от системы координат $OXYZ$ к системе координат $O'X'Y'Z'$. Мы используем метод Ролла-Пича-Йорра [2], который заключается в следующем: сначала начало системы координат $OXYZ$ по вектору переноса OO' переносим в точку O' . Затем последовательно поворачивать систему координат $OXYZ$ вокруг осей OZ, OY, OX на углы α, β, γ (рисунок 4).

Рисунок 4. Трансформирование системы координат метода Ролла-Пича-Йора

Обобщенная матрица преобразования имеет в этом случае вид

$$T = \begin{bmatrix} R & p \\ f & m \end{bmatrix},$$

где R – матрица вращения, определяемая выражением

$$R = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma \\ \sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \gamma & \cos \beta \cos \gamma \end{bmatrix}; \quad (4)$$

$p = OO' = [x \ y \ z]$ – матрица переноса; $f = [0 \ 0 \ 0]$ – матрица центрального проектирования; $m = 1$ – коэффициент масштабирования.

Таким образом, используем обобщенную матрицу преобразования вида

$$T = \begin{bmatrix} & & x \\ & R & y \\ & & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Алгоритм решения обратной задачи:

- 1) вычислить позиции всех точек B_i, P_i по формулам (1), (2),
- 2) определить матрицу преобразования T по (4), (5),
- 3) вычислить длины всех штанг по формуле (3).

3. Прямая позиционная задача

При неизвестных параметрах $(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$, определяющих положение и ориентацию платформы, длины штанг платформы, полученные из формулы (3), являются корнями системы шести уравнений второго порядка

$$l_{ij} - \sqrt{\left(-x_{Bi} + x + (R_x, P_j^P)\right)^2 + \left(-y_{Bi} + y + (R_y, P_j^P)\right)^2 + \left(-z_{Bi} + z + (R_z, P_j^P)\right)^2} = 0, \quad (6)$$

где (x_{Bi}, y_{Bi}, z_{Bi}) – координаты шарнира B_i на основании; P_j^P – координаты шарнира P_j на платформе; $R = [R_x \ R_y \ R_z]^T$ – матрица вращения (4); $i, j = 1 \div 3, j \neq i$.

Систему (6) решаем методом сведения к задаче нелинейного программирования

$$\min_{X(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)} \varphi(X) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (l_{ij} - l_{ij}^*)^2, \quad (7)$$

где

$$l_{ij}^* = \sqrt{\left(-x_{Bi} + x + (R_x, P_j^P)\right)^2 + \left(-y_{Bi} + y + (R_y, P_j^P)\right)^2 + \left(-z_{Bi} + z + (R_z, P_j^P)\right)^2}.$$

Для решения задачи (7) используем метод роя частицами [5]. Полагаем, что положение частицы в пространстве поиска определяет вектор $X = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$, а функция приспособленности частицы равна

$$\varphi(X) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (l_{ij} - l_{ij}^*)^2. \quad (8)$$

Алгоритм метода роя частиц.

1) Инициализируем популяцию из S частиц, положение каждой из которых определяет вектор X .

2) Для каждой из частиц $X_i, i \in [1, S]$ по формуле (7) вычисляем значение функции (8).

3) Вычисляем текущие приращения положения частиц

$$\Delta_i = b_l \Delta_{i-1} + U[0; b_c] \otimes (X_i^* - X_i) + U[0; b_s] \otimes (X_i^{**} - X_i), \quad (9)$$

где $b_l = 0,7298; b_c = b_s = 1,49618$; $U[0; b_c]$ - (6×1) - вектор случайных чисел, равномерно распределенных в интервале $[0; b_c]$; $\otimes$ - символ прямого произведения векторов; X_i^* - вектор координат частицы, соответствующий ее наилучшему значению функции приспособленности в течение всех предыдущих итераций, то есть

$$\min_{\tau \in [0; t]} \varphi(X_i(\tau)) = \varphi(X_i^*(t));$$

X_i^{**} - вектор координат соседней с данной частицы (в смысле используемой топологии соседства) с наилучшим значением приспособленности, т.е.

$$\min_{X \in N(X_i)} \varphi(X) = \varphi(X_i^{**}),$$

где $N(X_i)$ - множество соседей частицы X_i .

4) Находим новые позиции всех частиц популяции по формуле

$$X_i' = X_i + \Delta_i. \quad (10)$$

5) Повторяем шаги 2 – 4 до выполнения условия окончания итераций, например, до достижения заданного числа итераций.

Пример.

Пусть длины штанг манипулятора равны

$$L = [238,6357 \quad 269,3776 \quad 256,0046 \quad 247,4046 \quad 185,4388 \quad 190,2705];$$

радиусы основания и платформы $r_B = 90$, $r_P = 81$. Положения шарниров на основании определяют углы $\gamma_i = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$, а на платформе $\lambda_i = \left[\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right]$.

Используем метод роя частиц с параметрами: число частиц $S = 50$, число итерации $I = 50$. Для повышения вероятности локализации глобального экстремума используем метод мултистарта с числом стартов $K=30$.

Результат решения задачи иллюстрирует рисунок 5.

Рисунок 5 - Полученные наилучшие частицы на плоскость $O'X'Y'$

На рисунке 5 красная точка – точное положение точки O' ; синие точки – 11 лучших решений по результатам 30 стартов.

Полученные результаты показывают высокую скорость сходимости алгоритма. Сходимость метода роя частиц иллюстрирует рисунок 6.

Рисунок 6 – Сходимость метода роя частиц

Представленные результаты получены с помощью программного обеспечения, разработанного в среде *Matlab*.

4. Ориентация платформы

Положение и ориентация платформы P могут быть заданы двумя способами.

1) Задание положения начальной точки $O'(x, y, z)$ и переход от системы координат, связанной с основанием, к системе координат, связанной с платформой, методом Ролла-Пича-Йора с углами (α, β, γ) .

2) Задание положения начальной точки $O'(x, y, z)$ и направленного вектора $\vec{n}(n_x, n_y, n_z)$.

Рассматриваем задачу перехода от первого представления ко второму, т.е. задачу

$$(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) \Leftrightarrow (x, y, z, n_x, n_y, n_z). \quad (11)$$

Направленный вектор $\vec{n}(n_x, n_y, n_z)$ в системе координат $OXYZ$ имеет координаты

$\vec{n}(0,0,1)$ в системе координат $O'X'Y'Z'$, то есть

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma \\ \sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \gamma & \cos \beta \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Из (12) следует, что

$$\begin{cases} \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma = n_x, \\ \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma = n_y, \\ \cos \beta \cos \gamma = n_z. \end{cases} \quad (13)$$

Если платформа не вращается, то $\alpha = 0$. Тогда

$$\begin{cases} \alpha = 0, \\ \tan \beta = \frac{n_x}{n_z}, \\ \sin \gamma = -n_y. \end{cases} \quad (14)$$

Если платформа вращается на угол α_0 вокруг оси $O'Z'$, то $\alpha = \alpha_0$. Тогда имеем

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0, \\ \tan \beta = \frac{n_x \cos \alpha_0 + n_y \sin \alpha_0}{n_z}, \\ \sin \gamma = n_x \sin \alpha_0 - n_y \cos \alpha_0. \end{cases} \quad (15)$$

Заключение

В работе решены прямая и обратная задача кинематики односекционного манипулятора параллельной структуры типа «додекапод». Прямая задача решена с использованием метода роя частиц, который дает быстрый поиск с минимумом меньше чем 10^{-10} . Результаты работы предполагается в последующем использовать для отыскания рабочего пространства додекапода, а также для решения задачи его

динамики. С помощью матрицы трансформирования положения и ориентация любой плоскости может выражаться двумя способами: по направленному вектору или по трансформированию.

Список литературы

1. Merlet J.P. Parallel Robots. Kluwer Academic Publishers, 2000. 394 p.
2. Саяпин С.Н., Синев А.В. Адаптивный мобильный пространственный робот-манипулятор и способ организации движений и контроля физико-механических свойств и геометрической формы контактируемой поверхности и траектории перемещения с его помощью: пат. 2424893 РФ. 2011.
3. Зенкевич С.Л., Юшенко А.С. Основы управления манипуляционными роботами. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 114 с.
4. Bande P., Seibt M., Uhlmann E., Saha S.K., Rao P.V.M. Kinematics analyses of Dodekapod // Mechanism and Machine Theory. 2005. Vol. 40, no. 6. P. 740-756. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2004.11.006
5. Карпенко А.П., Селиверстов Е.Ю. Обзор методов роя частиц (PSO) для задачи глобальной оптимизации // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2009. № 3. Режим доступа: <http://technomag.edu.ru/doc/116072.html> (дата обращения 21.12.2012).

Kinematics of a single-section parallel «dodekapod» manipulator

02, February 2013

DOI: 10.7463/0213.0539000

Dang S.H.

Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russian Federation

rk6bmstu@mail.ru

The aim of the work is to investigate kinematics of a single-section parallel “dodekapod” manipulator. The “dodekapod” is an extension of a hexapod and has 12 degrees of freedom. In the article, direct and inverse kinematic problems of the “dodekapod” were solved with the use of the Yaw, Pitch and Roll transformation method. Using matrix of transformation, one can express position and orientation of any plane in two ways: by a directed vector or by transformation parameters. The particle swarm optimization method (PSO) was applied to solving a direct kinematic problem. Results of this work subsequently are used to find the workspace of the “dodekapod”, and also to solve the problem of its dynamics.

Publications with keywords: [Method of a plenty of particles](#), [Dodekapod](#), [parallel manipulator](#), [kinematics of dodekapod](#), [Roll-Pitch-Yaw](#)

Publications with words: [Method of a plenty of particles](#), [Dodekapod](#), [parallel manipulator](#), [kinematics of dodekapod](#), [Roll-Pitch-Yaw](#)

References

1. Merlet J.P. *Parallel Robots*. Kluwer Academic Publishers, 2000. 394 p.
2. Saiapin S.N., Sinev A.V. *Adaptivnyi mobil'nyi prostranstvennyi robot-manipuliator i sposob organizatsii dvizhenii i kontrolya fiziko-mekhanicheskikh svoystv i geometricheskoi formy kontaktiruemoi poverkhnosti i traektorii peremeshcheniia s ego pomoshch'iu* [Adaptive mobile spatial robot-manipulator and a way to organize movements and control of physical and mechanical properties and geometrical forms of contacting surface and the trajectory of the movement with its help]. Patent RF, no. 2424893, 2011.
3. Zenkevich S.L., Iushenko A.S. *Osnovy upravleniia manipuliatsionnymi robotami* [Bases of management of manipulative robots]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2004. 114 p.

4. Bande P., Seibt M., Uhlmann E., Saha S.K., Rao P.V.M. Kinematics analyses of Dodekapod. *Mechanism and Machine Theory*, 2005, vol. 40, no. 6, pp. 740-756. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2004.11.006

5. Karpenko A.P., Seliverstov E.Iu. Obzor metodov roia chastits (PSO) dlia zadachi global'noi optimizatsii [Review of the particle swarm optimization method (PSO) for a global optimization problem]. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education of the Bauman MSTU], 2009, no. 3. Available at: <http://technomag.edu.ru/doc/116072.html> , accessed 21.12.2012.