Срыв синхронизации в системе слежения за задержкой псевдошумового сигнала

12, декабрь 2012

DOI: 10.7463/1212.0496490

Ковальчук А. А.

УДК: 621.396.662

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

nastia_kov-k@rambler.ru

Введение

Исследованию срыва слежения в системе слежения за задержкой (ССЗ) псевдошумового сигнала (ПШС) посвящено много работ [1-6]. В данной статье систематизированы и дополнены новыми данными полученные к настоящему времени результаты.

Для расчета среднего времени до срыва слежения используется численный метод, основанный на решении уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК). В случае больших отношениях сигнал/шум (ОСШ) использован приближенный метод [6], позволяющий получить грубую асимптотику (поведение логарифма) среднего времени до срыва слежения для систем 2-го порядка с интегрирующим (ИФ), пропорционально - интегрирующим (ПИФ) и вырожденным пропорционально - интегрирующим (ВПИФ) фильтрами.

Произведено сравнение полученных результатов с результатами других методов (точным решением уравнения Понтрягина для системы 1-го порядка и формулой Крамерса [2]).

1. Модель входного сигнала

Поставлена задача когерентного приема ПШС, наблюдающегося на выходе канала в смеси с широкополосным шумом, т.е.

$$u(t) = \sqrt{2}AP[t - \tau(t)]\cos[\omega_0 t - \varphi(t)] + \sqrt{2}A[c(t)\cos\omega_0 t + s(t)\sin\omega_0 t], \quad (1)$$

где $u(t)$ - сигнал на входе приемного устройства; A - среднеквадратичное значение напряжения $u(t)$; ω_0 - центральная частота спектра ПШС и одновременно частота собственных (без управляющего воздействия) колебаний местного генератора системы ФАП; $\varphi(t)$ и $\tau(t)$ - переменная начальная фаза и временная задержка ПШС; $P(t)$ - псевдослучайная последовательность импульсов, модулирующая входной сигнал по амплитуде; $c(t)$ и $s(t)$ – независимые в совпадающие моменты времени гауссовы случайные процессы.

Для когерентного приема ПШС применяется двухканальная следящая система, основной канал, которой представляет собой систему фазовой автоподстройки (ФАП) с устройством свертки спектра и полосовым фильтром, а вспомогательный - ССЗ с устройством гетеродинирования спектра на низкую частоту и фильтра нижних частот (рис. 1).

Рисунок 1 - Двухканальная следящая система

Как следует из рисунка, входной сигнал $u(t)$ в канале ССЗ перемножается на опорный сигнал, формируемый ФАП:

$$u_0(t) = \sqrt{2} \cos[\omega_0 t - \varphi_0(t)], \quad (2)$$

где $\varphi_0(t)$ - медленно меняющаяся начальная фаза местного генератора в режиме подстройки; в результате на выходе перемножителя основного канала имеем сигнал

$$\begin{aligned}
u(t)u_0(t) = & A\Pi[t - \tau(t)]\cos[\varphi(t) - \varphi_0(t)] + \\
& + A\{\alpha_{2N}\cos[2N\omega\tau(t) + 2(\omega_0 - N\omega)t + \varphi_{2N} - \varphi(t) + \varphi_0(t)] + \\
& + \sum_{p=1}^{\infty} \alpha_{|2N-p|}\cos[p\omega[t - \tau(t)] + 2[\omega_0 - N\omega]t + \\
& + 2N\omega\tau(t) + \text{sign}(2N - p)\varphi_{|2N-p|} - \varphi(t) - \varphi_0(t)] + \\
& + \sum_{p=1}^{\infty} \alpha_{2N-p}\cos[p\omega[t - \tau(t)]t - 2[\omega_0 - N\omega] - 2N\omega\tau(t) + \varphi(t) + \varphi_0(t)]\} + \\
& + A\{[c(t)\cos\varphi_0(t) + s(t)\sin\varphi_0(t)] + [c(t)\cos[2\omega_0t - \varphi_0(t)] + \\
& + s(t)\sin[2\omega_0t - \varphi_0(t)]\},
\end{aligned} \tag{3}$$

где было использовано разложение в ряд Фурье псевдослучайной последовательности $\Pi(t)$:

$$\Pi(t) = \alpha_0 + 2\sum_{p=1}^{\infty} \alpha_p \cos[p\omega t - \varphi_p], \tag{4}$$

предполагалось, что $\omega_0 \approx N\omega$, где N – номер последней гармоники, учитываемой в спектре $\Pi(t)$ при фильтрации, и были сгруппированы члены с частотами 0, ω , 2ω и т.д.

Если считать, что $\alpha_{N+1} = \alpha_{N+2} = \dots = 0$, то при настройке фильтра в канале ССЗ (рис. 1) в полосе $[0, N\omega]$ сигнал на выходе этого фильтра будет совпадать с (3) с точностью до первых N гармоник; остальные будут подавлены. Тогда

$$\bar{u}(t) = A\Pi[t - \tau(t)]\cos[\varphi(t) - \varphi_0(t)] + A[c(t)\cos\varphi_0(t) + s(t)\sin\varphi_0(t)], \tag{5}$$

где $\bar{u}(t)$ – собственно сигнал на входе ССЗ.

2. Расчет среднего времени до срыва синхронизации, оптимизация параметров ССЗ

Известно, что знание величины ψ_{∞} позволяет сразу же оценить среднее время до срыва синхронизации:

$$T_c \approx \exp(\rho \psi_\infty),$$

причем для расчета коэффициента пропорциональности необходимо знать функцию $f_0(x, y)$. Однако поскольку функция $f_0(x, y)$ не зависит от ρ , то при $\rho \gg 1$ экспоненциальный множитель в выражении для T_c будет доминировать. Цель данной статьи - оптимизировать параметры фильтра в кольце регулирования задержки, чтобы режим синхронизации сохранялся возможно более долго. Для достижения этой цели достаточно максимизировать (за счет оптимального выбора параметров α и ε_0 , а также M , b и r) функцию ψ_∞ . Этой задаче и посвящена данная статья.

Таким образом, при большом ОСШ выражение для T_c в ССЗ принимает вид

$$T_c \approx \exp(rH\psi),$$

где $H = \frac{3}{2} \frac{\pi}{M} H_\beta$; $H_\beta = (1 - \alpha b)^2$; H - высота потенциального барьера между устойчивым и неустойчивым состояниями равновесия схемы;

$$\psi = \left(c_0 + \frac{M}{\pi} \frac{\varepsilon_0^2}{a} \right) / (1 + 2\varepsilon_0 \lambda). \quad (6)$$

ОСШ r обычно задано, так же как и начальная расстройка по частоте β между местной и принимаемой псевдослучайной последовательностью импульсов; M - размерность последовательностей - также фиксированная величина. Поскольку $1 - \alpha b = 1 - \beta c_0$, то изменить параметр H_β можно только дискретно за счет выбора одного из типов фильтра в ССЗ: если выбран ПИФ, то $H_\beta = (1 - \beta)^2$; если выбран ВПИФ, то $H_\beta = 1$ независимо от β . Легче всего изменять параметры фильтра: постоянную времени и соотношение коэффициентов усиления пропорционального и интегрирующего звеньев, т.е. варьировать α (или α_0) и ε_0 (или a). Оба эти параметра входят только в функцию ψ .

Проанализируем зависимость функции ψ от параметров ε_0 , a и α_0 . Сразу

замечаем, что при $c_0 = 1$, $a = 1$, а также при $c_0 = 1$ и $\alpha_0 \rightarrow \infty$ $\psi = 1$, как и должно быть (вырождение в систему 1-го порядка, для которой

$$T_c \approx \exp(rH),$$

это можно показать аналитически); тот же результат получаем при $c_0 = 1$, $a = 0$, т.е. при наличии ИФ в кольце регулирования задержки, что согласуется с формулой Крамерса. С другой стороны, при $c_0 = 1$, $a_0 \rightarrow 0$ получаем $\psi = 1/a$, $a \neq 0$: имеет место вырождение в систему первого порядка, но с увеличением действующего ОСШ: новое ОСШ $r/a > r$, как и в «обычной» ФАП с дискриминационной характеристикой $g(x) = \sin x$. Таким образом, полученное выражение для среднего времени до срыва синхронизма устойчиво к любым предельным переходам, приводящим к понижению порядка системы; это не имеет места для ряда других методов расчета.

Проанализируем зависимость функции (6) от параметров ε_0 и a . Пусть $z = \frac{M}{2\pi} \varepsilon_0^2$, тогда

$$\psi = \psi(z) = \left(1 + \frac{2z}{a}\right) / \left[1 + (z - a) + \sqrt{(z - a)^2 + 4z}\right],$$

если используется ПИФ ($a \neq 0$, иначе $\psi = 1$), и

$$\psi = \psi(z) = 2z / \left[a \left(1 + z + \sqrt{z^2 + 4z}\right)\right],$$

если используется ВПИФ.

На рис. 2 а, б приведены зависимости $H_\beta \psi(z)$ при различных значениях параметра a ; рис. 2а соответствует $H_\beta = 1$, рис. 2б $H_\beta = 0,81$. Как видим, функция $\psi(z)$ - монотонно возрастающая при использовании ПИФ и ВПИФ, но среднее время до срыва синхронизации при использовании ПИФ больше только при очень малых значениях β : уже при $\beta = 0,1$ использование ПИФ, нечувствительного к изменению β , обеспечивает большую длительность синхронизма. Оптимальными также являются малые значения параметра a , но этого и следовало ожидать, так как растет действующее ОСШ.

Рисунок 2 - Зависимости $H_\beta \psi(z)$ при различных значениях параметра a

1, 2 - $a=0,2$; 3, 4- $a=0,4$; 5, 6 - $a=0,6$; 7, 8 - $a=0,8$; 9, 10- $a=1$;

1, 3, 5, 7, 9 – ПИФ; 2, 4, 6, 8, 10 – ВПИФ.

Проанализируем зависимость функции (6) от параметра a . Пусть $\theta = \frac{2\pi}{M} \alpha_0^2 = const$, тогда

$$\psi = \psi(a) = \frac{2a + \theta}{\theta + a \left[(a - \theta) + \sqrt{(a - \theta)^2 + 4\theta} \right]},$$

если используется ПИФ (или ИФ, когда $a=0$), и

$$\psi = \psi(a) = \frac{2a}{\theta + a \left(a + \sqrt{a^2 + 4\theta} \right)}, \quad (7)$$

если используется ВПИФ.

На рис. 3а, б приведены зависимости $\psi(a)$ при различных значениях параметра θ ; рис. 3а соответствует применению ПИФ в кольце регулирования задержки; рис. 3б - применению ВПИФ.

Рисунок 3 - Зависимости $\psi(a)$ при различных значениях параметра θ

а), б) 1- $\theta=0,01$; 2- $\theta=0,05$; 3- $\theta=0,1$; 4- $\theta=0,2$; 5- $\theta=0,5$; 6- $\theta=1$; б) 7 - $\psi_{opt}(a)$

В обоих случаях имеется максимум зависимостей $\psi(a)$, т.е. при фиксированном α_0 (заданных полосе синхронизации и постоянной времени фильтра) соотношение между коэффициентами усиления пропорционального и интегрирующего звеньев фильтра может быть выбрано оптимальным, обеспечивающим наибольшую среднюю продолжительность режима синхронизма. Исследование соотношения (7) на экстремум приводит к следующему простому результату: оптимальное значение параметра a при заданном θ дается формулой

$$a_{opt} = 0,8481\sqrt{\theta},$$

а соответствующее максимально достижимое среднее время до срыва синхронизации (нормированное к r и M)

$$\psi_{onm} = 0,4039 / a;$$

зависимость $\psi_{onm}(a)$ также приведена на рис. 3 б.

На рис. 4, рис. 5 представлены полученные зависимости среднего времени до срыва слежения для ФАП 1-го (рис. 5) и 2-го порядков (ПИФ – рис. 4а и ВПИФ – рис. 4б) при различных значениях a и β .

Рисунок 4 - Зависимость среднего времени от ОСШ для ФАП
а = 0,2; 2- а =0,4; 3- а =0,6; 4- а =0,8

Рисунок 5 - Зависимость среднего времени от ОСШ для ФАП 1-го порядка
1- $\beta = 1$; 2- $\beta = 2$; 3- $\beta = 3$; 4- $\beta = 4$; 5- $\beta = 6$

Заключение

В статье представлено среднее время до срыва синхронизма для ФАП 2-го порядка. Получены оптимальное значение параметра системы и максимально достижимое среднее время до срыва синхронизации. Проведено сравнение полученных результатов для ФАП с ПИФ и ВПИФ.

Список литературы

1. Lindsey W.C., Simon M.K. Telecommunication systems engineering. Prentice-Hall, 1973.
2. Blanchard A. Phase-Locked loops: application to coherent receiver design. N.Y.: Wiley, 1976.
3. Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. М.: Радио и связь, 1972. 448 с.
4. Евсиков Ю.А., Обрезков Г.В., Разевиг В.Д., Чапурский В. В., Чиликин В. М. Прикладные математические методы анализа в радиотехнике / под ред. Г.В. Обрезкова. М.: Высшая школа, 1985. 343 с.
5. Klapper J., Frunkle J. Phase-Locked and frequency-feedback systems. New Jersey, N.Y.: Academic Press, 1972.
6. Gardner F.M. Phase lock techniques. 2nd ed. N.Y.: Wiley, 1979.

Disruption of synchronization in the tracking system with delayed pseudo noise signal

12, December 2012

DOI: 10.7463/1212.0496490

Kovalchuk A.A.

Russia, Bauman Moscow State Technical University

nastia_kov-k@rambler.ru

The author analyzes the mean time till failure of synchronization of the discrete phase-locked loop system (PLL) in order to optimize parameters of the filter in the ring of delay control for the longest possible synchronization mode. The optimal value of the system parameter and the maximum reachable mean time till failure of synchronization was determined. An expression for the mean time till failure of synchronism, which is resistant to any limiting transition leading to reduction of the order of the system (which does not occur for a number of other methods of calculation) was obtained. The results are compared with different types of PLL systems of the second order.

Publications with keywords:[average time](#), [the discrete system](#), [synchronization mode](#), [the optimum value](#), [the pseudonoise signal](#), [tracking system delayed](#)

Publications with words:[average time](#), [the discrete system](#), [synchronization mode](#), [the optimum value](#), [the pseudonoise signal](#), [tracking system delayed](#)

References

1. Lindsey W.C., Simon M.K. *Telecommunication systems engineering*. Prentice-Hall, 1973.
2. Blanchard A. *Phase-Locked loops: application to coherent receiver design*. N.Y., Wiley, 1976.
3. Shakhgil'dian V.V., Liakhovkin A.A. *Sistemy fazovoi avtopodstroiki chastoty* [Systems of phase-locked loop]. Moscow, Radio i svyaz', 1972. 448 p.
4. Evsikov Iu.A., Obrezkov G.V., Razevig V.D., Chapurskii V. V., Chilikin V. M. *Prikladnye matematicheskie metody analiza v radiotekhnike* [Applied mathematical methods of analysis in radio engineering]. Moscow, Vysshaia shkola, 1985. 343 p.
5. Klapper J., Frunkle J. *Phase-Locked and frequency-feedback systems*. New Jersey, N.Y., Academic Press, 1972.
6. Gardner F.M. *Phase lock techniques*. 2nd ed. N.Y., Wiley, 1979.