НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ МГТУ ИМ. Н. Э. БАУМАНА

НАУКА и ОБРАЗОВАНИЕ

Эл № ФС77 - 48211. Государственная регистрация №0421200025. ISSN 1994-0408

электронный научно-технический журнал

Цифровая обработка сигналов допплеровского датчика объемной скорости кровотока в условиях переходных процессов в микроциркуляторном русле

12, декабрь 2012

DOI: 10.7463/1212.0506267

УДК. 519.688

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

ttttasha@mail.ru

Введение

Физиологические и медицинские сигналы имеют сложную структуру и частотно–временные характеристики, а динамика поведения физиологических систем является существенно нелинейной и во многих случаях не поддается формальному описанию [1]. Математический аппарат нелинейной динамики, в совокупности со средствами вейвлет – анализа сигналов, уже довольно длительное время применяется в задачах исследования физиологических систем. Вместе с тем, остается открытым и требует дальнейшего изучения вопрос о конкретных выгодах применения такого подхода в сравнении с классическими способами обработки сигналов и визуализации результатов численного эксперимента. Поэтому разработка и применение математических методов нелинейной динамики и программных средств для диагностики состояний биомедицинских систем является важной и актуальной задачей.

Литературный материал, посвященный данной области, является узкоспециализированным и, как правило, представляет собой освещение какой-либо частной задачи, специфичной для разработок конкретной организации медико-биологического профиля. Например, в [1] обсуждается эффективность вейвлет–анализа в сравнении со спектральным анализом в некоторых приложениях обработки электрокардиограмм (ЭКГ). Там же описывается применение методов нелинейной динамики в диагностике состояний на основе построения фазовых портретов сигнала сердечного ритма (СР) пациента. В [2] рассматриваются дискретное и непрерывное вейвлет–преобразования кардиосигналов. В [3-5] особое внимание уделяется описанию математической базы и примеров результатов применения непрерывного вейвлет–анализа к изучению сигналов СР. Кроме того, в большинстве работ по данной тематике, в том

числе в [2], при исследовании биомедицинских сигналов проводится тестирование только зарекомендовавших себя стабильно средне эффективными во многих областях применения традиционных вейвлет–функций: Морле, Добеши D4, «Мексиканская шляпа». Анализа возможной необходимой адаптации или построения принципиально новых вейвлетов для исследования биомедицинских сигналов не проводится. Также в работах недостаточное внимание уделяется дискретному вейвлет – анализу, в то время как он дает более наглядные и хорошо локализованные результаты в сравнении с непрерывным вариантом. Кроме того, в работах не рассматривается и возможность построения базы образцов для анализа результатов вейвлет–анализа при помощи поиска по базе элементов карты вейвлет–преобразования. Как правило, приводится краткое описание математических основ вейвлет–анализа, после чего на основании частных примеров дается заключение о возможности диагностики той или иной патологии. При этом не упоминаются посылки, позволившие сделать диагностические выводы по результатам анализа.

Как указывалось выше, существенная часть литературы, посвященной вопросу вейвлет–анализа и применению методов нелинейной динамики в медицине, относится к исследованиям СР человека. Это связано, в первую очередь, с простотой снятия таких показаний. В данной работе впервые рассматривается применение этих методов к анализу данных доплеровского датчика объемной скорости кровотока [6, 7], установленного на различных парных органах лабораторных животных.

В качестве программного обеспечения для обработки таких сигналов обычно используются широкопрофильные математические пакеты (например, STATISTICA и др.) и / или программы, поставляющиеся с соответствующим аппаратным обеспечением (АЦП и т.д.). В целом же, обработка сигналов в данной сфере исследований до сих пор зачастую проводится специалистами вручную, что снижает точность получаемых результатов и увеличивает вероятность ошибки. Поэтому в данной работе решается задача разработки программно-математического обеспечения, позволяющего автоматизировать процесс обработки данных и провести апробацию и выбор методов нелинейной динамики для исследований в области биомедицины.

Основной целью работы является обзор и апробация методов нелинейной динамики и вейвлет–анализа для исследования данных физиологических систем на примере доплеровского датчика объемной скорости кровотока. Предусмотрена также адаптация, модификация этих алгоритмов и их реализация в рамках единого программного комплекса.

В работе были рассмотрены методы, которые условно можно разделить на следующие классы: исследование общей спектральной картины (фурье–анализ, анализ спектральной

плотности мощности – СПМ); исследование частотно-временных характеристик сигнала (вейвлет–анализ, скалограмма, скелетон, выделение сигнала из шума); исследование внутренней организации динамического ряда (хаотическая динамика, фрактальный анализ, R/S - анализ). Методы опробованы для диагностики состояний различных органов лабораторных животных.

В последнее время при рассмотрении флуктуирующих физиологических процессов стали выделять два типа нерегулярностей – нерегулярность как «шум» или случайные флуктуации, и нерегулярность как «хаос». Задача заключалась в идентификации шума и хаоса в условиях переходных состояний микроциркуляторного русла, когда кровоток измерялся методом лазерной доплеровской флоуметрии. Поэтому в статье более подробно рассматриваются именно методы нелинейной динамики.

В рамках работы впервые была проведена модификация вейвлетов Котельникова – Шеннона [2] с использованием атомарных функций (АФ) [8] и опробована их применимость к анализу исследуемых систем.

1. Исследуемые данные

Исследования физиологических систем проводились на основе данных, полученных с доплеровского датчика объемной скорости кровотока (методом лазерной доплеровской флоуметрии).

Скорость кровотока, наряду с давлением крови, является основной физической величиной, характеризующей состояние системы кровообращения. Возможность неинвазивной, объективной и динамической оценки кровотока по сосудам малого калибра остается одной из актуальных задач современной ангиологии и смежных специальностей. Существуют различные способы измерения скорости кровотока, и одним из возможных перспективных направлений в медицинской диагностике является доплерография, т. е. измерение скорости крови в кровеносном сосуде с помощью эффекта Доплера, суть которого состоит в изменении частоты посланных ультразвуковых волн при перемещении среды, от которой они отражаются, или при перемещении источника ультразвука, или при одновременном перемещении среды и источника:

$$F' = \left(\frac{v+v_r}{v+v_s}\right) F_0,$$

где F' – наблюдаемая частота, F_0 – излучаемая частота, v – скорость волн в среде, v_r – скорость отражателя относительно среды, v_s – скорость источника излучения относительно среды. При

взаимодействии с тканью, в отраженном сигнале имеется составляющая, обусловленная отражением от движущихся эритроцитов, пропорциональная скорости движения. Амплитуда сигналов в приборе формируется от всех эритроцитов, находящихся в области зондирования, движущихся с разными скоростями и по–разному количественно распределенных в артериолах, капиллярах, венулах и артериовенулярных анастомозах. Современная аппаратура обработки данных позволяет определить не только среднеквадратическую скорость в сосуде, но и относительные амплитуды сигналов, соответствующие различным скоростям составляющих кровотока [15]. Это достигается посредством вычисления спектра принимаемого доплеровского сигнала в реальном масштабе времени.

В результате наблюдений за лабораторными животными в течение некоторого интервала времени (как правило, 2–5 минут), получают временной ряд, содержащий числовые значения показателя объемной скорости кровотока. Обычно отсчеты фиксируются с частотой в 10 Гц. Исследования проводились на следующих органах:

- три состояния мочевого пузыря хомяка (далее на графиках – Исходные данные 1),
- три состояния почки хомяка (2 фрагмента),
- пять состояний почки крысы (2 фрагмента),
- шесть состояний мозга крысы (2 фрагмента),
- и другие данные.

Только сейчас был поставлен вопрос об особенностях морфофункциональной организации микроциркуляторного русла парных периферических образований, специфичность регуляции микрососудов и нарушений кровотока [16, 17]. Эксперименты с целью данных исследований проводились как в условиях нормы, так и при патологии: нарушениях кровообращения местного характера и нарушениях на системном уровне. Наблюдались переходные процессы после нанесения травмы (ожог, облучение), применения фармакологических препаратов и т.п.

2. Методы нелинейной динамики

Показатель Ляпунова. Рассмотрим метод, позволяющий оценить спектр Ляпунова динамической системы на основе временного ряда единственной фазовой координаты системы. Старший показатель Ляпунова [1] (экспоненту Ляпунова) обычно рассматривают как количественный показатель чувствительности динамической системы к начальным условиям. Суть метода заключается в рассмотрении некоторой точки $u(t_0)$, принадлежащей аттрактору динамической системы, и некоторого возмущения этой точки $\tilde{u}(t_0)$ такого, что

$$\| \tilde{u}(t_0) - u(t_0) \| = \varepsilon(t_0),$$

где $\varepsilon(t_0)$ – некоторое малое положительное число. Через промежуток времени Δt эти точки эволюционируют в точки $u(t)$ и $\tilde{u}(t)$ соответственно, расстояние между ними станет $\varepsilon(t)$, $t = t_0 + \Delta t$ (рис. 1). Упрощенно, можно считать, что

$$\varepsilon(t) \approx \varepsilon(t_0)e^{\lambda \Delta t},$$

где λ – старший показатель Ляпунова.

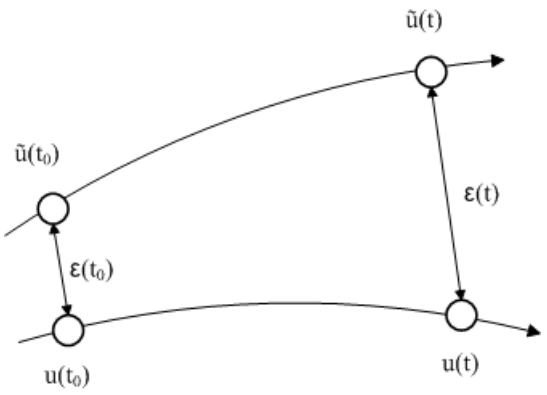

Рис. 1. Эволюция двух близких точек динамической системы

Следовательно,

$$\lambda \cong \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon(t_0)}.$$

Необходимо сделать два замечания.

1) В силу ограниченности аттрактора (а значит, ограниченности $\varepsilon(t)$) Δt должно возрастать до тех пор, пока $\varepsilon(t)$ существенно меньше размеров аттрактора, иначе λ будет равен нулю при $\Delta t \to \infty$.
2) Вычисленное в соответствии с данной формулой значение λ следует рассматривать как усредненное по всем начальным точкам $u(t_0)$ аттрактора системы.

Для оценки старшего показателя Ляпунова наиболее часто используют алгоритм Бенеттина [9, 10]. Пусть имеется u_0 – точка, принадлежащая аттрактору A динамической системы. Траекторию эволюции точки u_0 будем называть опорной траекторией. Зададимся положительной величиной ε, удовлетворяющей условию

$$\varepsilon \ll diam\ A,$$

где *diam A* – диаметр аттрактора *A*, и выберем произвольным образом такую точку возмущения $\tilde{u}_0$, чтобы выполнялось равенство $\|\tilde{u}_0 - u_0\| = \varepsilon$. Рассмотрим эволюцию выбранных точек $\tilde{u}_0$ и u_0 в течение небольшого интервала времени T, и обозначим полученные точки через $\tilde{u}_1$ и u_1 соответственно. Вектор $\Delta u_1 = \tilde{u}_1 - u_1$ назовем вектором возмущения, а его длину $\|\Delta u_1\|$ – амплитудой возмущения. Уже на данном этапе можно произвести первую оценку величины λ:

$$\lambda_1 \cong \frac{1}{T}\ln\frac{\|\Delta u_1\|}{\varepsilon}.$$

Временной интервал T необходимо брать таким, чтобы амплитуда возмущения была меньше линейных размеров неоднородностей фазового пространства и размеров самого аттрактора.

Рассмотрим перенормированный вектор возмущения

$$\Delta u_1' = \frac{\Delta u_1}{\|\Delta u_1\|}\varepsilon$$

и соответствующую ему новую точку возмущения

$$\tilde{u}_1' = u_1 + \Delta u_1'.$$

Далее продолжим описанную выше процедуру, рассматривая вместо точек u_0 и $\tilde{u}_0$ точки u_1 и $\tilde{u}_1'$ соответственно (рис. 2).

Повторив данную процедуру *M* раз, можно оценить λ как среднее арифметическое величин λ_i, полученных на каждом шаге вычислений:

$$\lambda \cong \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\lambda_i = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\frac{1}{T}\ln\frac{\|\Delta u_i\|}{\varepsilon} = \frac{1}{MT}\sum_{i=1}^{M}\ln\frac{\|\Delta u_i\|}{\varepsilon}.$$

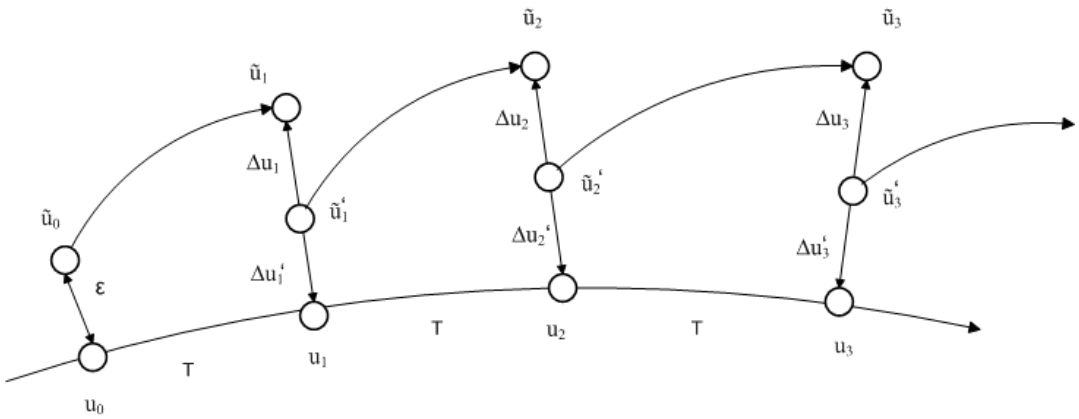

Рис. 2. Иллюстрация алгоритма Бенеттина

Для численного расчета спектра Ляпунова используют подход, обобщающий алгоритм Бенеттина. В данном случае, кроме просчета опорной траектории, необходимо также отслеживать эволюции не одной, а нескольких возмущенных точек.

Нужно отметить, что чаще всего с разумной точностью удается измерить только старший, наибольший, показатель Ляпунова λ_1 в спектре [11], т.е. экспоненту Ляпунова. А для некоторых данных (например, данных с недостаточным количеством отсчетов или таких данных, где единственная имеющаяся в распоряжении исследователя траектория не возвращается в малую окрестность своих точек) не удастся достаточно точно оценить даже старший показатель Ляпунова. Полезную информацию для проверки применимости алгоритма к расчету показателя Ляпунова для выбранных данных может давать расчет показателя для обращенного во времени временного ряда.

Установлено, что для кровотока мочевого пузыря крысы в трех различных состояниях экспоненты Ляпунова были равны: -0,67 (начало заполнения – шум); 0,69 (заполнение – хаос); -0,04 (опустошение – шум). В условиях снижения системного давления от исходного до 0,5 для кровотока левой почки показатели Ляпунова были равны 0,28; 0,12 и 1,01, а для правой почки – 0,40; -0,81 и 1,71 соответственно.

Энтропия динамической системы. Одной из важных исследуемых характеристик динамических систем является энтропия. Для систем, которые могут находиться в некоторых состояниях x_i с вероятностями $p_i = p(x_i)$, Шеннон показал, что полезной количественной характеристикой состояния неопределенности (и, соответственно, получаемой информации при достоверном знании о нахождении системы в каком-либо состоянии x_k) является энтропия [11], определяемая как

$$H = -\sum_i p_i \log p_i.$$

В свою очередь мерой информации, содержащейся в сообщении, является изменение энтропии

$$I = \Delta H.$$

Пусть задана некоторая динамическая система и ее инвариантная мера μ. Разбив фазовое пространство на непересекающиеся множества A_i с диаметром не больше ε и вычислив меру каждого $p_i = \mu(A_i)$, можно определить информацию, которую дает знание текущего состояния системы с точностью ε. Если система хаотическая, то с течением времени образ почти всех A_k будет иметь непустое пересечение со всеми остальными A_i. Это

означает, что, хотя при t = 0 неопределенность с точностью ε отсутствовала, в дальнейшем она будет увеличиваться. Перемешивающая система с течением времени увеличивает неопределенность своего состояния. В таком случае иногда говорят, что система производит информацию. Скорость производства информации или неопределенности при ε → 0 является энтропией динамической системы.

Также можно привести определение метрической энтропии динамической системы по Колмогорову – Синаю. Пусть дана динамическая система и ее инвариантная мера μ на компактном носителе *A*. Пусть также задано разбиение *A* на конечное число измеримых множеств A_i. Вычислим энтропию каждого разбиения

$$H^{(k)} = -\sum_{i_1 i_2 \dots i_k} \mu\left(A_{i_1 i_2 \dots i_k}\right) \log \mu\left(A_{i_1 i_2 \dots i_k}\right).$$

Если обозначить $\varepsilon = \max_i diam\, A_i$, то энтропией динамической системы называется величина

$$K(\mu) = \lim_{\varepsilon \to 0} \lim_{k \to \infty} \left(H^{(k+1)} - H^{(k)}\right) = \lim_{\varepsilon \to 0} \lim_{k \to \infty} k^{-1} H^{(k)},$$

т.е. асимптотический прирост неопределенности для разбиения бесконечно малого диаметра.

Введены и другие меры неопределенности состояния динамической системы – энтропии Реньи

$$H_q = \frac{1}{1-q} \log\left(\sum_i p_i^q\right).$$

Если подставить в определение энтропии *K* Колмогорова – Синая энтропию H_q вместо величины *H*, то получим обобщенные энтропии динамической системы K_q. Наибольший интерес среди них представляет K_2, для которой существуют удачные алгоритмы расчета [11].

Расчет энтропии Шеннона (и второй энтропии Реньи) для исследуемых динамических систем показал взаимосвязь энтропии и показателей Ляпунова – одинаковую динамику изменения данных величин. Для кровотока мочевого пузыря крысы в трех различных состояниях энтропия Шеннона была равна: 2,6 (начало заполнения – шум, λ_1 = -0,67); 4, 72 (заполнение – хаос, λ_1 = 0,69); 3,15 (опустошение – шум, λ_1 = -0,05). Полученные наблюдения хорошо согласуются с физической сутью исследуемых характеристик: для положительных показателей Ляпунова система является перемешивающей, а большое значение энтропии сигнализирует о росте неопределенности системы (высокой скорости производства информации).

Показатель Херста. Еще одной важной характеристикой динамической системы, представленной временным рядом, является показатель Херста [12] (как правило, обозначается *H*). Значение *H* = 0,5 соответствует случайному процессу (гауссовскому шуму), значение $H \in [0; 0{,}5)$ означает антиперсистентность (антиперсистентная система проходит меньшее расстояние, чем случайная система). Значение $H \in (0{,}5; 1]$ подразумевает персистентный временной ряд, т.е. временной ряд, характеризующийся эффектами долговременной памяти. Для расчета показателя Херста в данной работе применяется алгоритм R/S – анализа [12], который заключается в вычислении наклона аппроксимирующей прямой, построенной в логарифмических координатах, зависимости отношения размаха к стандартному отклонению от масштаба разбиения временного ряда. Применение данного алгоритма к исследуемым данным показало наличие долговременной памяти у проанализированных физиологических систем (показатель Херста изменялся в диапазоне от 0,71 до 0,99). Оценка показателя Херста исследованных систем была также уточнена при помощи построения графика изменения дисперсии.

Среди прочих инструментов анализа в реализованном в данной работе программном обеспечении строятся гистограммы загружаемых данных физиологических систем. Однако поскольку между долговременной зависимостью и распределением с «тяжелыми хвостами» (далее – РТХ) есть тесная связь [13], то было также проведено тестирование данных на наличие «тяжелых хвостов» при помощи оценки Хилла и построения усовершенствованного QQ-графика. Случайная переменная Z имеет распределение с «тяжелым хвостом», если вероятность

$$P[Z > x] \sim cx^{-\alpha}, \qquad x \to \infty,$$

где $0 < \alpha < 2$ называется индексом «хвоста» или параметром формы, т.е. «хвост» распределения затухает по гиперболическому закону [13]. Произведенные оценки показали, что параметр формы для исследуемых физиологических систем $\alpha \approx 1{,}1$. Основная отличительная особенность случайной переменной, подчиняющейся РТХ, в том, что она проявляет чрезвычайную изменчивость. Поэтому, когда выборка подчиняется РТХ, для значений α, близких к 1, следует иметь в виду, что выводы и суждения, связанные с ошибкой выборки, могут оказаться неверными.

Фрактальный анализ. С показателем Херста связана также такая характеристика, как фрактальная размерность *D*: $H = 2 - D$. Метод фрактального анализа состоит в измерении длины временных кривых в различных временных масштабах. Для фрактальных кривых имеет место формула, определяющая зависимость ее длины *L* от масштаба измерения δ:

$$L(\delta) = L_0 \delta^{1-D}.$$

Здесь δ = δt/T – безразмерный масштаб усреднения опытных данных, t – время, *D* – фрактальная размерность временного ряда, T – временной интервал усреднения, L_0 – длина кривой при *D* = 1. Логарифмируя *L*, получим

$$\ln L(\delta) = lnL - (D-1)\ln\delta.$$

Если динамический процесс описывается точно фрактальной временной кривой, то график функции $\ln L(\delta)$ будет прямой линией. Уклонение реальной кривой будет мерой точности аппроксимации реального множества опытных данных фракталом.

Фрактальный анализ исследованных систем показал, что фрактальная размерность физиологических систем является дробным числом и находится в пределах от 1 до 2, причем для большинства систем значение *D* ≈ 1,45 и уклонение реальной кривой является незначительным от аппроксимирующей прямой.

Фазовые портреты систем. В случае, когда система описывается конечным набором параметров (*n*), ее динамику удобно рассматривать в некотором абстрактном пространстве, оси которого образованы переменными x_1, ... , x_n. Это *n* – мерное пространство называют *фазовым пространством*. Каждому состоянию динамической системы соответствует точка в этом пространстве, и каждой точке из этого пространства соответствует единственное состояние системы. Изменения состояния системы можно интерпретировать как движение некоторой точки в фазовом пространстве. Траектория такой точки, то есть последовательное положение в фазовом пространстве, называется фазовой траекторией.

Фазовые диаграммы являются мощным средством для изучения хаотических систем, так как позволяют представить поведение фазовых траекторий в геометрической форме. При значениях управляющих параметров ниже критических траектории динамической системы могут притягиваться к некоторым простым аттракторам: точке, предельному циклу, тору. Если управляющий параметр превышает критическое значение, появляется странный аттрактор.

Основой для реконструкции фазового портрета служат экспериментальные данные, полученные в процессе функционирования систем. Ранее считалось, что для описания нелинейных динамических систем в терминах фазового пространства (пространства состояний) необходимо знание временных зависимостей всех фазовых переменных, которые в действительности доступны для наблюдения крайне редко. В условиях недоступности полной информации о состоянии системы требуется оценить и смоделировать динамическую

сложность по единственному измеряемому скалярному выходу. Этот выход y(t) является функцией неизвестного вектора внутренних состояний s(t) системы:

$$y(t) = H(s(t)).$$

Метод, позволяющий восстанавливать пространство состояний системы и ее динамику, был предложен Паккардом. Алгоритм основывается на реконструкции состояний системы со скалярного выходного сигнала с использованием временных задержек $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n$:

$$x(t) = \begin{bmatrix} y(t+\tau_1) \\ y(t+\tau_2) \\ \ldots \\ y(t+\tau_n) \end{bmatrix}.$$

Такенс показывал, что для скалярного выходного процесса, выбранных временных задержек τ_i и размерности n реконструированного аттрактора ($n \geq n^h + 1$, где n^h – хаусдорфова размерность) идентифицируется отображение $P: s(t) \to x(t)$, которое обеспечивает взаимно – однозначное представление аттрактора (теорема Такенса) [11]. В результате применения метода Паккарда – Такенса определяются состояния $x_k = x(t_k)$, где $t_0, t_1, t_2, \ldots$ – отсчеты времени последовательных пересечений соответствующим образом выбранного сечения Пуанкаре в пространстве R^n восстановленных состояний $x(t)$.

Построение двумерных и трехмерных фазовых диаграмм динамических систем и переходных процессов в них свидетельствует о том, что все исследованных физиологические системы обладают хаотическим, или странным, аттрактором.

Спектральный анализ. Для полноты картины исследования динамических систем был произведен традиционных в этой области исследований спектральный анализ исходных сигналов, для чего были построены дискретное преобразование Фурье сигнала (амплитудный и фазовый спектры), с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье, и спектральная плотность мощности сигнала (СПМ):

$$\text{двусторонняя СПМ}(x(t)) = |X(f)|^2, \qquad -\infty < f < \infty.$$

Здесь $X(f)$ – преобразование Фурье.

Спектральная плотность мощности временных рядов данных является характеристикой шума и других процессов в данных как функция частоты. СПМ определяется как преобразование Фурье автокорреляционной функции данных, где автокорреляция – математическое ожидание данных, умноженное на себя с задержкой (смещенное на

величину τ). Для стационарных эргодических временных рядов автокорреляция может быть оценена как усредненный по времени интеграл от данных, умноженных на себя с задержкой, взятой по времени, а СПМ равна квадрату ожидаемого значения величины ее Фурье – преобразования. Для большей наглядности в программном обеспечении реализована возможность построения СПМ также и в логарифмических координатах.

3. Вейвлет – анализ

Вейвлет – анализ в данной области исследований еще только набирает популярность. Рассмотрим применение вейвлет – анализа сигналов в сравнении с результатами спектрального анализа систем.

Прямое непрерывное вейвлет – преобразование (ПНВП) сигнала s(t) задается путем вычисления вейвлет – коэффициентов по формуле

$$C(a,b) = \langle s(t), \psi(a,b,t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)\, a^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt.$$

Вейвлет – функция ψ(t) создается на основе той или иной базисной функции

$$\psi_0 = \psi_0\left(\frac{t-b}{a}\right),$$

которая определяет тип вейвлета. Параметр масштаба *a* задает ширину волнового пакета, а *b* – его положение.

Непрерывное вейвлет – преобразование требует больших вычислительных затрат при его проведении и труднее интерпретируется исследователем, поэтому для практического применения в данной области было выбрано дискретное вейвлет – преобразование (ДВП), при котором необходима дискретизация значений *a* и *b*. Таким образом, прямое дискретное вейвлет – преобразование сводится к вычислению коэффициентов

$$C(j,k) = d_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} a_0^{-\frac{j}{2}} \psi\left(a_0^{-j} t - k\right) s(t) dt,$$

где $d_{j,k}$ – детализирующие коэффициенты для вейвлет – декомпозиции сигнала уровня *k*. Для избежания избыточности вейвлет – преобразований можно задавать дискретные значения *a* и *b* на некотором множестве Z = {…-1, 0, 1, …}, равные

$$a = 2^j \quad \text{и} \quad b = k2^j,$$

где j и k – целые числа. Параметр j называется параметром масштаба. Подобная дискретизация является наиболее распространенной, а сетка дискретизации называется диадической.

В данной работе были опробованы вейвлеты Хаара и Добеши D4 [2], как хорошо зарекомендовавшие себя в предыдущих исследованиях [7]. Также были опробованы вейвлеты Котельникова – Шеннона [2] и произведена их модификация. Рассмотрим их подробнее.

Вейвлеты Котельникова – Шеннона. В данной системе вейвлетов за основу берется ступенчатая функция в частотной области

$$\hat{\varphi}(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega \in [-\pi, \pi], \\ 0, & \text{при других } \omega. \end{cases}$$

Тогда масштабирующей функцией является

$$\varphi(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\varphi}(\omega) e^{i\omega x} d\omega = \frac{\sin \pi x}{\pi x},$$

вейвлет

$$\psi\,(x) = \frac{\sin 2\pi\left(x + \frac{1}{2}\right) - \sin \pi\left(x + \frac{1}{2}\right)}{\pi\left(x + \frac{1}{2}\right)} \in W_0.$$

Данная функция называется вейвлетом Котельникова – Шеннона (далее – К. – Ш.) [2]. На рис. 3 приведены графики функций $\varphi(x)$ и $\psi\,(x)$.

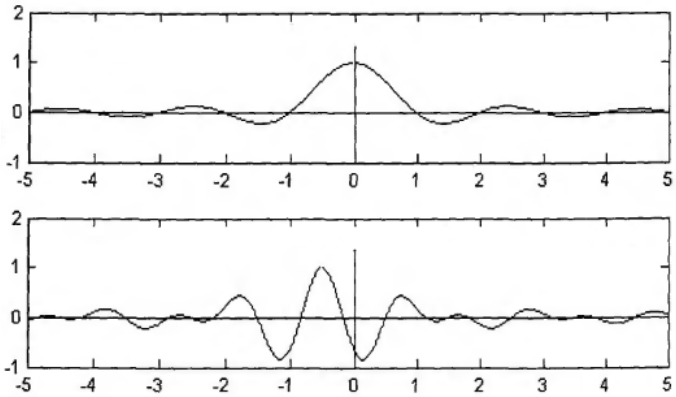

Рис. 3. Функции $\varphi(x)$ и $\psi\,(x)$ Котельникова - Шеннона

Коэффициенты $\{h_n\}$ разложения определяются выражением

$$h_n = \sqrt{2}\,\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{i\omega n}\,d\omega = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{2}}, & n = 0, \\ (-1)^{\frac{n-1}{2}}\,\dfrac{\sqrt{2}}{\pi n}, & n \text{ нечетное}, \\ 0, & \text{для остальных } n. \end{cases}$$

Данное вейвлет – преобразование было протестировано на различных данных и с различным количеством коэффициентов в разложении. Примеры результатов изображены на рис. 4а и 4б.

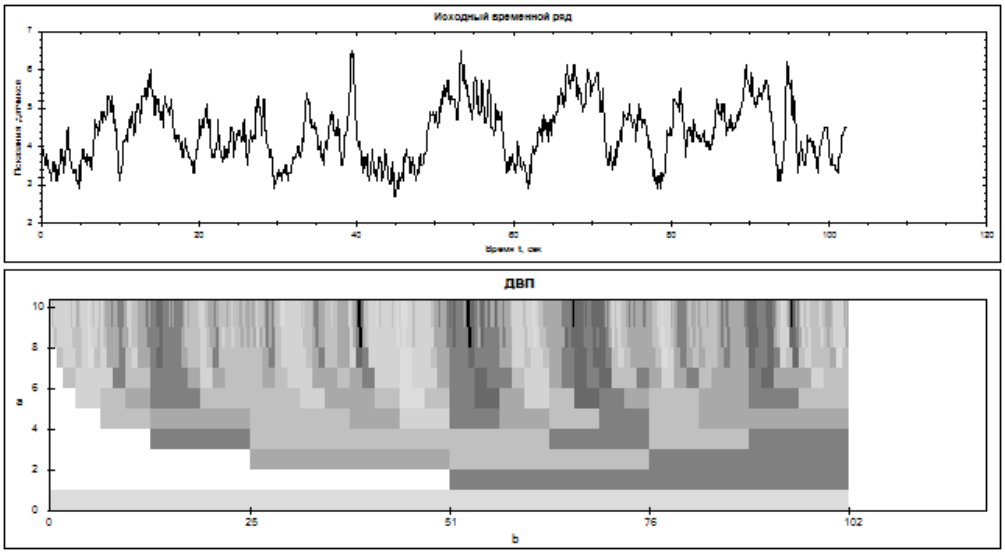

Рис. 4а. Исходные данные 1. Исходный сигнал (вверху) и ДВП К. – Ш. #$\{h_n\}$ = O (1000) (снизу)

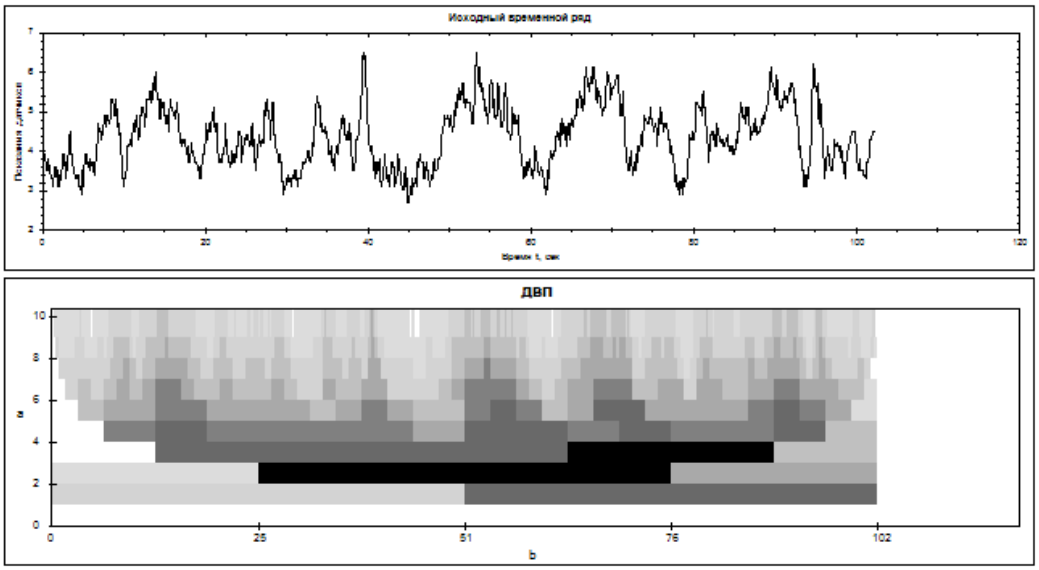

Рис. 4б. Исходные данные 1. Исходный сигнал (вверху) и ДВП К. – Ш. #$\{h_n\}$ = O (10) (снизу)

Заметим, что при большом количестве коэффициентов разложения ДВП К. – Ш. весьма схоже с ДВП Добеши.

К сожалению, в литературе, посвященной вейвлетам К. – Ш. не приводится обсуждения и обоснования выбора оптимального количества коэффициентов разложения, хотя выбор разного количества h_n (на порядок) приводит к существенно различающимся результатам преобразований. Установление «картины» вейвлет – преобразования происходит только при весьма большом количестве коэффициентов в разложении (#$\{h_n\}$ = O (100)), но использование такого количества коэффициентов нецелесообразно с вычислительной точки зрения.

Модификация вейвлета Котельникова – Шеннона. Коэффициенты фильтров вейвлетов Котельникова – Шеннона убывают как n^{-1}. Это медленное убывание коэффициентов фильтра делает вейвлет Котельникова – Шеннона менее удобным в практическом применении. Кроме того, в следствие разрывности функции

$$H_0(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \\ 0, & \omega \in \left[-\pi, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right], \end{cases}$$

$$\hat{\varphi}(\omega) = H_0\left(\frac{\omega}{2}\right)\hat{\varphi}\left(\frac{\omega}{2}\right),$$

вейвлеты Котельникова – Шеннона слабо локализованы в пространстве. Большей скоростью затухания по сравнению с функцией

$$sinc(x) = \begin{cases} \frac{\sin \pi x}{\pi x}, x \neq 0, \\ 1, x = 0, \end{cases}$$

лежащей в основе вейвлетов Котельникова – Шеннона, обладают атомарные функции $h_a(x)$ (рис. 5) [8].

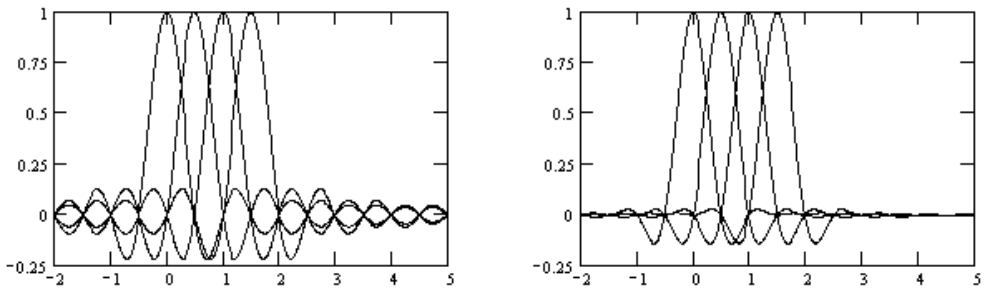

Рис. 5. Сравнение затухания функции sinc(x) (слева) и атомарной функции (справа)

Атомарные функции $h_a(x)$ $(a > 1)$ (рис. 6) являются финитными решениями функционально-дифференциального уравнения

$$y'(x) = \frac{a^2}{2}[y(ax+1) - y(ax-1)].$$

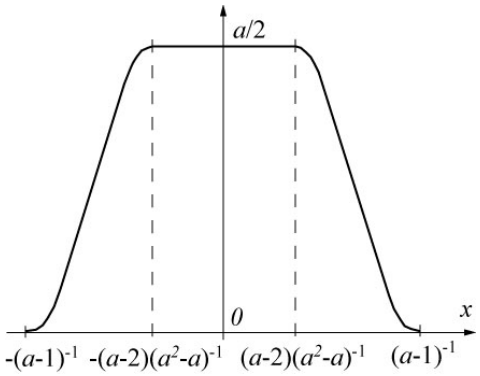

Рис. 6. Атомарная функция $h_a(x)$ $(a > 2)$

Разберем пример построения вейвлета для $a = 2$, т.е. атомарной функции up(x). Затем обобщим результат для всех $h_a(x)$.

Масштабирующая функция

Возьмем в качестве масштабирующей функции

$$\varphi(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{\varphi}(\omega)e^{i\omega x}d\omega = \prod_{k=1}^{\infty} sinc\,\frac{x}{2^k}.$$

Тогда ее частотный образ имеет вид атомарной функции $\hat{\varphi}(\omega) = up(\omega)$ (внешний вид изображен на рис. 7), являющейся финитным бесконечно – дифференцируемым решением функционально-дифференциального уравнения

$$\frac{1}{2}\,y'(x) = y(2x+1) - y(2x-1).$$

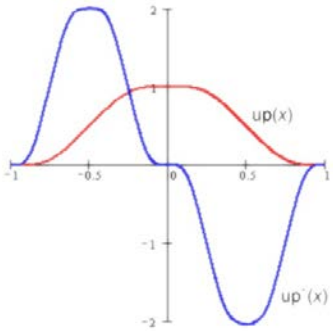

Рис. 7. Функция up(x) и ее производная

Таким образом, $\varphi(x)$ является функцией с ограниченной шириной полосы, т.к. ее частотный образ имеет носитель $supp\ up(\omega) = (-1; 1)$.

Вейвлет – функция

Найдем вейвлет $\psi\ (x) \in W_0$. Для этого найдем частотную функцию из масштабирующего уравнения

$$\hat{\varphi}(\omega) = H_0\left(\frac{\omega}{2}\right)\hat{\varphi}\left(\frac{\omega}{2}\right),$$

$$H_0(\omega) = \frac{\hat{\varphi}(\omega)}{\hat{\varphi}\left(\frac{\omega}{2}\right)}.$$

Вейвлет $\psi\ (x) \in W_0$ задается выражениями:

$$\hat{\psi}(\omega) = e^{i\omega/2}\overline{H_0(\frac{\omega}{2} + \pi)}\,\hat{\varphi}\left(\frac{\omega}{2}\right),$$

$$\psi(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{\psi}(\omega)e^{i\omega x}d\omega.$$

Найдем коэффициенты $\{h_n\}$ разложения

$$\varphi(x) = \sqrt{2}\sum_n h_n\varphi(2x - n).$$

Поскольку $H_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{n\in Z} h_n\, e^{-in\omega}$, то

$$h_n = \sqrt{2}\,\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_0(\omega)\,e^{i\omega n}d\omega = \frac{1}{\sqrt{2}\pi}\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\frac{\hat{\varphi}(\omega)}{\hat{\varphi}\left(\frac{\omega}{2}\right)}e^{i\omega n}d\omega = \frac{1}{\sqrt{2}\pi}\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\frac{up(\omega)}{up\left(\frac{\omega}{2}\right)}e^{i\omega n}d\omega =$$

$$= \left[e^{iu} = \cos u + i \sin u\right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{up(\omega)}{up\left(\frac{\omega}{2}\right)} \cos \omega n \, d\omega + i \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{up(\omega)}{up\left(\frac{\omega}{2}\right)} \sin \omega n \, d\omega \right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{up(\omega)}{up\left(\frac{\omega}{2}\right)} \cos \omega n \, d\omega.$$

Значения данных интегралов для вычисления коэффициентов $\{h_n\}$ получим численно.

Примечание. Для вычисления значений функции up(x) воспользуемся разложением в ряд Фурье по косинусам:

$$up(x) = \frac{1}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} \left(\prod_{k=1}^{\infty} sinc \, \frac{\pi(2j-1)}{2^k} \right) \cos \pi(2j-1)x.$$

Некоторые примеры расчетов коэффициентов разложения $\{h_n\}$:

hn(-10) = -0,030038;	hn(-5) = 0,065259;	hn(0) = 0,195937;	hn(5) = 0,065259;
hn(-9) = -0,028776;	hn(-4) = 0,103181;	hn(1) = 0,189048;	hn(6) = 0,030084;
hn(-8) = -0,018552;	hn(-3) = 0,139385;	hn(2) = 0,169315;	hn(7) = 0,001347;
hn(-7) = 0,001347;	hn(-2) = 0,169315;	hn(3) = 0,139385;	hn(8) = -0,018552;
hn(-6) = 0,030084;	hn(-1) = 0,189048;	hn(4) = 0,103182;	hn(9) = -0,028776.

На рис. 8 изображен пример результата ДВП с использованием данного модифицированного вейвлета.

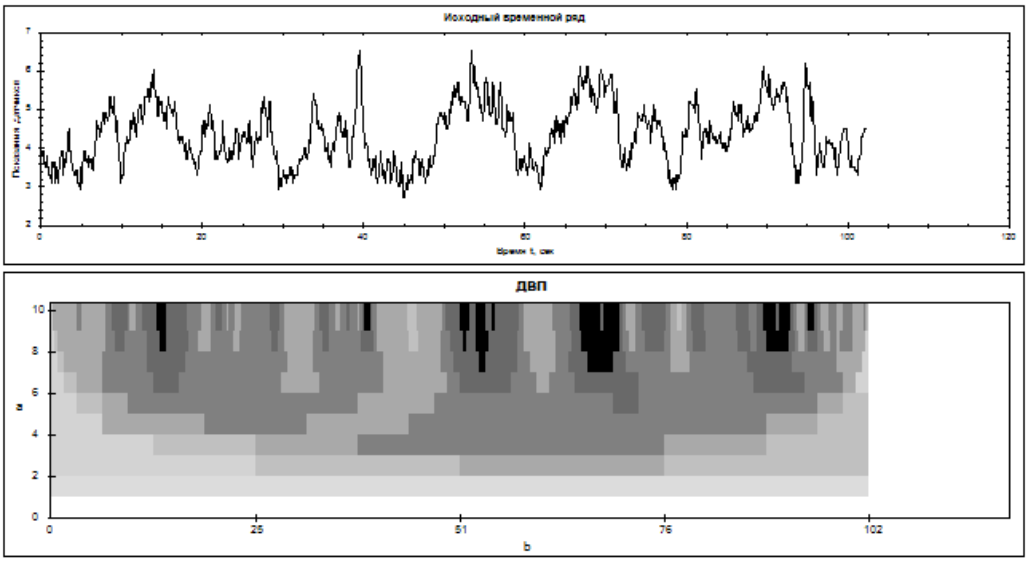

Рис. 8. Исходные данные 1. Исходный сигнал (вверху) и ДВП модиф. К. – Ш. #$\{h_n\}$ = O ($1 \div 10$) (снизу)

Обобщим результат для любых АФ $h_a(x)$:

$$h_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{h_a(\omega)}{h_a\left(\frac{\omega}{2}\right)} \cos \omega n \, d\omega.$$

Хотя численное вычисление данных коэффициентов разложения весьма ресурсоемко (т.к. при численном взятии интеграла на каждой итерации вычисляется численное приближение значения функций $h_a(x)$), тем не менее

1) коэффициенты разложения достаточно вычислить один раз и произвести запись и сохранение во внешний файл, а затем их можно просто подгружать из файла,
2) б*о*льшее количество коэффициентов рассчитывать и не требуется, т.к. все последующие коэффициенты разложения в обе стороны периодически повторяются, ввиду того, что зависимость от параметра сдвига n находится под периодической функцией косинуса,
3) по значениям коэффициентов четко прослеживается затухание вейвлета,
4) при том же количестве коэффициентов разложения при ДВП с модифицированным вейвлетом «картинка» получается более четкой для опробованных данных, чем при ДВП Котельникова – Шеннона.

В целом же, данное исследование показало для изучаемых систем б*о*льшую информативность вейвлет – анализа в сравнении с классическим спектральным анализом. Оно позволяет не только исследовать различные гармоники сигнала, но и учитывать их временную локализацию и наблюдать периодичность появления гармоник.

Можно показать, что для вейвлет – преобразования существует аналог равенства Парсеваля [14]

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 \, dt = C_\psi^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |W(a,b)|^2 \, \frac{da \, db}{a^2}.$$

Поэтому величину

$$E(a,b) = |W(a,b)|^2$$

уместно также назвать плотностью спектра энергии. Однако, в отличие от СПМ в спектральном анализе, величина $E(a,b)$ определяет спектральную характеристику не только

для заданного масштаба, но и для параметра сдвига b. По этой причине ее называют локальным спектром энергии. В противоположность этому величину

$$E_{\omega}(a) = \int_{-\infty}^{\infty} |W(a,b)|^2 \, db$$

называют глобальным спектром энергии. Эта характеристика показывает распределение энергии по масштабам и является аналогом плотности спектра энергии $E(\omega)$. Можно показать, что обе эти характеристики связаны между собой соотношением

$$E_{\omega}(a) = a \int_{-\infty}^{\infty} E(\omega) \left|\widehat{\psi}(a\omega)\right|^2 d\omega.$$

Т.е. глобальный спектр энергии есть плотность спектра энергии, сглаженная на каждом масштабе спектром Фурье анализирующего вейвлета.

Если для оценки вейвлет – преобразования последовательности (временного ряда $f_k = f(t_k)$, $t_k = \Delta t \cdot k, k = 0, 1, \dots, N-1$) используется выражение

$$W_A(a,b) = \frac{1}{n(a,b)} \sum_{k=0}^{N-1} f_k \, \psi^* \left(\frac{t_k - b}{a}\right),$$

то можно ввести оценку локального спектра энергии сигнала

$$S(a_i, b_j) = \left|W(a_i, b_j)\right|^2.$$

Эту функцию обычно называют *скалограммой* (scalogram), подчеркивая тем самым ее способность описывать распределение энергии по масштабам. На основе скалограммы $S(a_i, b_j)$ можно ввести также и оценку глобального спектра энергии

$$G(a_i) = \frac{1}{N^*} \sum_j S(a_i, b_j),$$

где N^* – число точек, по которому осуществляется осреднение. Данную функцию называют скейлограммой (scalegram). Скейлограмма в вейвлет – анализе является прямым аналогом сглаженной периодограммы в Фурье – анализе.

Бывает так, что широкие контуры линий близких по частоте гармоник мешают проследить за эволюцией их частот во времени. Чтобы отсечь влияние контуров, можно выделить те точки скалограммы, в которых она имеет максимумы по a и b:

$$S_c(a_i, b_j) = \begin{cases} S_{ij}\,, & \text{если } S_{i-1,j} < S_{ij} > S_{i+1,j} \\ & \text{или} \\ & S_{i,j-1} < S_{ij} > S_{i,j+1}, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

В данной формуле используется обозначение $S_{ij} \equiv S(a_i, b_j)$. Функцию $S_c(a_i, b_j)$ называют *скелетоном*. Если в данных имеются гармонические или квазигармонические компоненты, то топографическая карта скелетона будет состоять из линий, ориентированных вдоль оси b. В случае шумового компонента линии скелетона вытягиваются в перпендикулярном направлении, т.е. параллельно оси a. Если в данных присутствуют и гармонические компоненты, и шум, то карта скелетона позволяет увидеть их раздельно.

Критерий выделения сигнала из шума

$$S(a, b) > \sigma_0^2\, Z(a, b) T_q$$

позволяет построить массив значений скалограммы, которые с заданной вероятностью 1 – q (q << 1) принадлежат сигнальному, а не шумовому компоненту:

$$S_q(a_i, b_j) = \begin{cases} S(a_i, b_j), & S(a_i, b_j) \geq \sigma_0^2\, Z(a_i, b_j) T_q, \\ 0, & S(a_i, b_j) < \sigma_0^2\, Z(a_i, b_j) T_q, \end{cases}$$

где

$$Z(a_i, b_j) = \frac{1}{n^2(a_i, b_j)} \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{2}{\alpha^2} \frac{t_k - b_j}{a_i}\right),$$

σ_0^2 - дисперсия, а $T_q = -\ln q$ - порог обнаружения сигнала.

Иногда бывает целесообразно выделять сигнал не из самой скалограммы, а из ее скелетона. В этом случае в правую часть формулы вместо величины $S(a_i, b_j)$ следует подставлять $S_c(a_i, b_j)$. Выполнив после этого обратное вейвлет – преобразование, можно получить выделение сигнала из шума.

Если очистить сигнал от шума позволяет и спектральный анализ, то одновременно наблюдать проявление и шумовых, и гармонических компонентов с их временной локализацией позволяет именно вейвлет – анализ, что является полезным, особенно в области биомедицинских исследований.

Заключение

В работе был произведен обзор, выбор и апробация алгоритмов нелинейной динамики для анализа цифровых сигналов, представленных своими временными рядами, возникающих в медицине, на основании чего было разработано программно – математическое обеспечение анализа данных доплеровского датчика объемной скорости кровотока. Впервые была проведена модификация вейвлетов Котельникова – Шеннона с использованием атомарных функций. Разработанное ПО подходит также для обработки данных и других видов датчиков первичной информации.

Список литературы

1. Кавасама Р. А., Кузнецов А. А., Сушкова Л. Т. Автоматизированный анализ и обработка электрокардиографических сигналов. Методы и система. М.: «Сайнс-пресс», 2006.144 с.
2. Смоленцев Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. М.: «ДМК Пресс», 2005. 304 с.
3. Новый метод изучения нестационарных колебательных процессов в сердечном ритме - непрерывный вейвлет-анализ / С.Г. Куклин, А.А. Дзизинский, Ю.М.Титов, А.А.Темников // Физиология человека. 2006. Т.32, № 1. С. 132-138.
4. Pietro Lio. Wavelets in bioinformatics and computational biology: state of art and perspectives // Bioinformatics review. 2003. № 19. С. 2-9.
5. Hosein-Sooklal A., Kargol A. Wavelet analysis of nonequilibrium ionic currents in human heart sodium channel // The Journal of Membrane Biology. 2002. Vol. 188, no. 3. С. 199-212. DOI: 10.1007/s00232-001-0188-9
6. Ультразвуковая допплерография в оценке состояния гемодинамики в тканях шеи, лица и полости рта в норме и при некоторых патологических состояниях / В.А. Козлов, Н.К. Артюшенко, О.В. Шалак, М.Б. Гирина, И.И. Гирин, Е.А. Морозова, А.А. Монастыренко; Медицинская академия последипломного образования. Санкт_Петербург: ООО “СП Минимакс”, 2000. 31 с.
7. Басараб М.А., Коннова Н.С., Михайличенко Л.А. Определение хаотических режимов в условиях переходных процессов в микроциркуляторном русле // VIII Международная конференция «Системное кровообращение, микроциркуляция и гемореология» : труды. Ярославль, 2011. С. 177.

8. Басараб М.А., Зелкин Е.Г., Кравченко В.Ф., Яковлев В.П. Цифровая обработка сигналов на основе теоремы Уиттекера–Котельникова–Шеннона. М.: Радиотехника, 2004. 72 с.
9. Головко В.А., Чумерин Н.Ю., Савицкий Ю.В. Нейросетевой метод оценки спектра Ляпунова по наблюдаемым реализациям // Вестник Брестского государственного технического университета. 2002. № 4. С. 66-70.
10. Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A. Determining Lyapunov exponents from a time series // Physica D: Nonlinear Phenomena. 1985. Vol. 16, no. 3. P. 285-317. DOI: 10.1016/0167-2789(85)90011-9
11. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б., Подлазов А.В. Нелинейная динамика. Подходы, результаты, надежды. М.: Либроком, 2011. 280 с.
12. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. М.: «Интернет-Трейдинг», 2004. 304 с. [Peters E.E. Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics. New York: Wiley, 1994. 315 p.].
13. Шелухин О.И., Осин А.В., Смольский С.М. Самоподобие и фракталы. Телекоммуникационные приложения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 368 с.
14. Витязев В.В. Вейвлет-анализ временных рядов : учеб. пособие. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2001. 58 с.
15. Сайт «ЛАЗМА: Лазерные и оптико-электронные технологии для медицины» [эл. ресурс]. Режим доступа: http://www.lazma.ru/rus/devdoc.php?d=225 (дата обращения 17.12.2012).
16. Михайличенко Л.А. Микроциркуляторное русло парных периферических органов в норме и патологии // V Всероссийская с международным участием школа - конференция : труды. Москва, 2012. С. 106-107.
17. Басараб М.А., Коннова Н.С., Михайличенко Л.А. Определение хаотических режимов в условиях переходных процессов в микроциркуляторном русле // V Всероссийская с международным участием школа - конференция. Москва, 2012. С. 22.

SCIENTIFIC PERIODICAL OF THE BAUMAN MSTU

SCIENCE and EDUCATION

EL № FS77 - 48211. №0421200025. ISSN 1994-0408

electronic scientific and technical journal

Digital signal processing of the Doppler sensor of volume blood velocity with transient processes in microvasculature

12, December 2012

DOI: 10.7463/1212.0506267

Konnova N.S.

Russia, Bauman Moscow State Technical University

ttttasha@mail.ru

The author considers methods of mathematical apparatus and programmed mathematical tools for diagnosing biosystems conditions. This paper describes methods that can be divided into the following classes: a study of the general spectral pattern (Fourier - analysis, JMP); study of time-frequency characteristics of the signal (wavelet - analysis, scalogram, skeleton, selection of signal from noise); study of internal time series (methods of nonlinear dynamics, fractal analysis, R/S-analysis). Special attention is paid to methods of nonlinear dynamics, - in particular, to calculation of the Lyapunov exponent which allows to identify two types of irregularities: noise and chaos. The author describes interconnection of the Lyapunov spectrum and the entropy of dynamical systems. Also the author presents findings on persistence of the investigated physiological systems.

Publications with keywords: entropy, nonlinear dynamic analysis, the Lyapunov exponent, Hurst exponent, wavelet analysis

Publications with words: entropy, nonlinear dynamic analysis, the Lyapunov exponent, Hurst exponent, wavelet analysis

References

1. Kavasama R. A., Kuznetsov A. A., Sushkova L. T. *Avtomatizirovannyi analiz i obrabotka elektrokardiograficheskikh signalov. Metody i sistema* [Automated analysis and processing of the electrocardiographic signals. Methods and system]. Moscow, Sains-press, 2006.144 p.

2. Smolentsev N. K. *Osnovy teorii veivletov. Veivlety v MATLAB* [Fundamentals of the theory of wavelets. Wavelets in MATLAB]. Moscow, DMK Press, 2005. 304 p.

3. Kuklin S.G., Dzizinskii A.A., Titov Iu.M., Temnikov A.A. Novyi metod izucheniia nestatsionarnykh kolebatel'nykh protsessov v serdechnom ritme - nepreryvnyi veivlet-analiz [A new method of studying of non-stationary oscillation processes in heart-rate - a continuous wavelet-analysis]. *Fiziologiia cheloveka* [Human physiology], 2006, vol. 32, no. 1, pp. 132-138.

4. Pietro Lio. Wavelets in bioinformatics and computational biology: state of art and perspectives. *Bioinformatics review*, 2003, no. 19, pp. 2-9.

5. Hosein-Sooklal A., Kargol A. Wavelet analysis of nonequilibrium ionic currents in human heart sodium channel. *The Journal of Membrane Biology*, 2002, vol. 188, no. 3, pp. 199-212. DOI: 10.1007/s00232-001-0188-9

6. Kozlov V.A., Artiushenko N.K., Shalak O.V., Girina M.B., Girin I.I., Morozova E.A., Monastyrenko A.A. *Ul'trazvukovaia dopplerografiia v otsenke sostoianiia gemodinamiki v tkaniakh shei, litsa i polosti rta v norme i pri nekotorykh patologicheskikh sostoianiiakh* [Ultrasonic dopplerography in the assessment of hemodynamics in tissues of neck, face and oral cavity in norm and at certain pathological states]. St.Petersburg, SP Minimaks, 2000. 31 p.

7. Basarab M.A., Konnova N.S., Mikhailichenko L.A. Opredelenie khaoticheskikh rezhimov v usloviiakh perekhodnykh protsessov v mikrotsirkuliatornom rusle [Definition of chaotic regimes in the conditions of transitional processes in the microvasculature bed]. *8 Mezhdunarodnaia konferentsiia «Sistemnoe krovoobrashchenie, mikrotsirkuliatsiia i gemoreologiia» : trudy* [The 8th International Conference “System blood circulation microcirculation and hemorheology” : proc.]. Iaroslavl', 2011, p. 177.

8. Basarab M.A., Zelkin E.G., Kravchenko V.F., Iakovlev V.P. *Tsifrovaia obrabotka signalov na osnove teoremy Uittekera–Kotel'nikova–Shennona* [Digital signal processing based on the theorem of the Whittaker-Kotelnikov-Shannon]. Moscow, Radiotekhnika, 2004. 72 p.

9. Golovko V.A., Chumerin N.Iu., Savitskii Iu.V. Neirosetevoi metod otsenki spektra Liapunova po nabliudaemym realizatsiiam [Neural network method of the estimation of the spectrum of Lyapunov on observed realizations]. *Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Herald of the Brest state technical university], 2002, no. 4, pp. 66-70.

10. Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A. Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1985, vol. 16, no. 3, pp. 285-317. DOI: 10.1016/0167-2789(85)90011-9

11. Malinetskii G.G., Potapov A.B., Podlazov A.V. *Nelineinaia dinamika. Podkhody, rezul'taty, nadezhdy* [Nonlinear dynamics. Approaches, results, expectations]. Moscow, Librokom, 2011. 280 p.

12. Peters E.E. *Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics*. New York, Wiley, 1994. 315 p. (Russ. ed.: Peters E. *Fraktal'nyi analiz finansovykh rynkov* . Moscow, Internet-Treiding, 2004. 304 p.).

13. Shelukhin O.I., Osin A.V., Smol'skii S.M. *Samopodobie i fraktaly. Telekommunikatsionnye prilozheniia* [Self-similarity and fractals. Telecommunication applications.]. Moscow, Fizmatlit, 2008. 368 p.

14. Vitiazev V.V. *Veivlet-analiz vremennykh riadov* [Wavelet-analysis of time series]. St.Petersburg, SPbSU Publ., 2001. 58 p.

15. *LAZMA : Lazernye i optiko-elektronnye tekhnologii dlia meditsiny* [LAZMA : Scientific Productive Enterprise Laser Medical Devices]. Available at: http://www.lazma.ru/rus/devdoc.php?d=225 , accessed 17.12.2012.

16. Mikhailichenko L.A. Mikrotsirkuliatornoe ruslo parnykh perifericheskikh organov v norme i patologii [Microcirculatory bed of paired peripheral organs in norm and pathology]. *5 Vserossiiskaia s mezhdunarodnym uchastiem shkola - konferentsiia : trudy* [The 5th all-Russian with international participation School - Conference: proc.]. Moscow, 2012, pp. 106-107.

17. Basarab M.A., Konnova N.S., Mikhailichenko L.A. Opredelenie khaoticheskikh rezhimov v usloviiakh perekhodnykh protsessov v mikrotsirkuliatornom rusle [Definition of chaotic regimes in the conditions of transitional processes in the microvasculature bed]. *5 Vserossiiskaia s mezhdunarodnym uchastiem shkola - konferentsiia* [The 5th all-Russian with international participation School - Conference]. Moscow, 2012, p. 22.