Термическое якорение проводов в установке для изучения низкотемпературных свойств материалов

12, декабрь 2012

DOI: 10.7463/1212.0486450

Калюжный М. В.

УДК. 62-973

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

bambora@bk.ru

Введение

Для обеспечения высокой точности измерений в низкотемпературных экспериментах исследователь должен предпринять меры по ограничению теплопритоков из окружающей среды к холодным частям экспериментальной установки. Одним из путей поступления теплоты из окружающей среды являются провода, идущие от внешних коннекторов к датчикам, расположенным в холодной части установки. Решить данную проблему можно применением теплового якорения, осуществляемого путем соединения проводов с тепловым стоком, находящимся на пути следования теплового потока.

Ранее подобная задача была рассмотрена Хустом [1], но в своей работе он не учитывал влияние джоулева тепла, выделяющегося при протекании тока по проводам.

Цель статьи – показать влияние самонагрева проводов при протекании по ним тока на конструктивные размеры теплового стока.

1. Математическая модель

На рисунке 1 представлена принципиальная схема термического якорения цилиндрического провода.

Следует заметить, что при использовании проводов в оболочке необходимо в данную на рисунке 1 схему добавить соответствующий дополнительный слой.

Рисунок 1 - Схема термического якорения провода

2. Допущения

При решении задачи предполагается, что система находится в вакууме.

Разность температур $\theta_3 = T_3 - T_s$ (где T_s - температура теплового стока) принимается равной допускаемой погрешности метода термического якорения и составляет несколько мК.

Основная задача расчета – получить длину провода, находящегося в тепловом контакте со стоком теплоты, и, следовательно, конструктивную длину теплового стока, необходимую для максимально эффективного перехвата теплового потока, идущего по проводам.

Рассмотрим участок провода, находящегося в тепловом контакте со стоком теплоты посредством контактного агента.

Уравнение теплового баланса системы, изображенной на рисунке 1:

$$q_h + q_x = q_{x+dx} + dx, \quad (1)$$

где

$$q_h = I^2 \cdot R = I^2 \cdot \rho \cdot \frac{dx}{A_w} \quad (2) - \text{теплота самонагрева проводов}$$

$$q_x = \lambda_w \cdot A_w \cdot \frac{dT}{dx} \quad (3)$$

$$q_{x+dx} = \lambda_w \cdot A_w \cdot \frac{d(T+dT)}{dx} \quad (4)$$

$$dq = \frac{d_e \cdot \lambda_a}{\delta} \cdot (T - T_s) \cdot dx \quad (5) - \text{количество теплоты, принимаемой тепловым стоком}$$

Здесь

I – электрический ток, R – электрическое сопротивление провода, ρ – удельное сопротивление провода, A_w – площадь поперечного сечения провода, λ_w – теплопроводность материала провода, λ_a – теплопроводность контактного агента, δ – толщина слоя контактного агента, d_e – ширина слоя контактного агента.

Подставив (2), (3), (4) и (5) в (1), получаем

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{d_e \cdot \lambda_a}{\delta \cdot \lambda_w \cdot A_w} \cdot (T_s - T) - \frac{I^2 \cdot \rho}{\lambda_w \cdot A_w^2} = 0 \quad (6)$$

Примем следующие обозначения

$$\theta = T_s - T$$

$$m = \sqrt{\frac{d_e \cdot \lambda_a}{\delta \cdot \lambda_w \cdot A_w}}$$

$$z = \frac{-I^2 \cdot \rho}{\lambda_w \cdot A_w^2}$$

Тогда уравнение (6) примет следующий вид:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2 \cdot \theta = -z \quad (7)$$

Граничные условия:

При $x = L_2$

$\frac{d\theta}{dx} = 0$ (а) данное условие основано на том, что величина θ_3 мала.

$$\theta = \theta_3 = T_s - T_3 \quad (б)$$

Таким образом, общее решение уравнения (7)

$$\theta = \frac{\theta_3 - \frac{z}{m^2}}{2} \cdot [e^{m(x-L_2)} + e^{-m(x-L_2)}] + \frac{z}{m^2} \quad (8)$$

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{dT}{dx} = \frac{\theta_3 - \frac{z}{m^2}}{2} \cdot m \cdot [e^{m(x-L_2)} - e^{-m(x-L_2)}] \quad (9)$$

Количество теплоты, идущей через отметку $x=0$ приблизительно равно

$$q_{x0} = \frac{\overline{\lambda_w} \cdot A_w \cdot (T_1 - T_2)}{L_1} + I^2 \cdot \rho \cdot \frac{L_1}{A_w},$$

где $\overline{\lambda_w}$ – средняя интегральная теплопроводность на участке провода длиной L_1 .

Изменение температуры при $x=0$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{\frac{\overline{\lambda_w} \cdot A_w \cdot (T_1 - T_2)}{L_1} + I^2 \cdot \rho \cdot \frac{L_1}{A_w}}{\lambda_{w2} \cdot A_w}, \quad (10)$$

где λ_{w2} - теплопроводность провода при температуре T_2 .

Так как q должна иметь непрерывный характер при $x=0$, то можно приравнять уравнения (9) и (10)

$$e^{mL_2} - e^{-mL_2} = \frac{\frac{\overline{\lambda_w} \cdot A_w \cdot (T_1 - T_2)}{L_1} + I^2 \cdot \rho \cdot \frac{L_1}{A_w}}{\lambda_{w2} \cdot A_w} \cdot \frac{2}{\theta_3 - \frac{z}{m^2}} = B \quad (11)$$

Из уравнения (11), отбросив комплексный корень, можно однозначно получить значение длины L_2 :

$$L_2 = \frac{\ln\left(\frac{B}{2} + \frac{\sqrt{B^2 + 4}}{2}\right)}{m}$$

Заметим, что, применяя данный расчет для конкретных параметров экспериментальной установки, следует задаться значением температуры T_2 . Для получения точного значения температуры T_2 необходимо осуществить несложный итерационный процесс. Основная формула для этого приведена в статье Хуста [1]:

$$T_2 = \frac{\theta_3 B}{2} + T_s \quad (12)$$

Далее следует сравнить полученное по формуле (12) значение температуры T_2 с ранее принятым значением, задаться новым значением T_2 и повторить вычисления. Пересчет следует проводить до тех пор, пока принятое и расчетное значения температуры T_2 будут равны с заранее заданной точностью.

3. Расчетные данные для заданных условий

Для получения числовых данных рассмотрим классическую вставку для гелиевых криостатов [2].

Пусть провода изготовлены из манганина.

Принимаем толщину слоя контактного агента равной диаметру провода (см. рис. 1).

В качестве материала стоков теплоты выберем медь.

В качестве контактного агента возьмем популярную в криогенной технике смазку Apiezon N.

4. Результаты

В таблице 1 приведены дополнительные данные, необходимые для расчета. В расчетах применялись средние интегральные значения теплопроводности.

Таблица 1 - Исходные данные

Диаметр провода	0,130 мм
Длина L_1	1500 мм
Температура T_1	300 К
Температура T_s	4,5 К
Контактный агент	Apiezon N
Ток	0,01 А
θ_3	0,001 К

Результаты расчетов приведены в таблице 2.

Таблица 2 - Результаты расчетов

	Без учета самонагрева	С учетом самонагрева
Температура T_2	~5,3 К	~7,9 К
Длина L_2	2,188 мм	2,781 мм

На практике в качестве теплового стока зачастую применяют медные катушки. В этом случае длина L_2 представляет собой длину окружности катушки. Очевидно, что длина катушки зависит от количества витков, диаметра провода и диаметра катушки.

Заключение

Из расчета видно, что значения длины провода L_2 , необходимой для поглощения всего теплового потока, идущего по проводу, различается в зависимости от того, учитываем мы самонагрев проводов или нет. В нашем случае разница составила около 20 %. В рассматриваемом примере 20 % длины – это лишь десятые доли миллиметра, но очевидно, что в крупных установках эта величина может быть значительной.

Список литературы

1. Hust J.G. Thermal Anchoring of Wires in Cryogenic Apparatus // Review of Scientific Instruments. 1970. Vol. 41, no. 5. P. 622–624. DOI: <http://link.aip.org/link/doi/10.1063/1.1684599>
2. Ekin J.W. Experimental Techniques for Low-Temperature Measurements. Oxford University Press, 2006. 20 p.

Thermal anchoring of wires in installation for investigation of low-temperature properties of materials

12, December 2012

DOI: 10.7463/1212.0486450

Kalyujnyi M.V.

Russia, Bauman Moscow State Technical University

bambora@bk.ru

This author considers thermal anchoring of wires with the use of a prototype installation for investigation of low-temperature properties of materials. A mathematical model of thermal processes is provided along with a numerical example according to the chosen mathematical model. The influence of self-heating of wires on the finite geometrical dimensions of the thermal anchor was determined.

Publications with keywords: [thermal anchoring](#), [heat sink](#), [self-heating](#)

Publications with words: [thermal anchoring](#), [heat sink](#), [self-heating](#)

References

1. Hust J.G. Thermal Anchoring of Wires in Cryogenic Apparatus. *Review of Scientific Instruments*, 1970, vol. 41, no. 5, pp. 622–624. DOI: <http://link.aip.org/link/doi/10.1063/1.1684599>
2. Ekin J.W. *Experimental Techniques for Low-Temperature Measurements*. Oxford University Press, 2006. 20 p.