Реализация плоского поворота космического аппарата квазиоптимальным алгоритмом переориентации

10, октябрь 2012

DOI: 10.7463/1012.0465320

Велищанский М. А.

УДК 629.78, 62-50

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

mathmod@bmstu.ru

Введение

Задаче управления переориентацией космического аппарата (КА) в различных постановках посвящено множество публикаций [1–6, 8]. При этом характер движения КА, получаемый в указанных работах, достаточно разнообразен: программная траектория может реализовывать плоский поворот, состоять из последовательных вращений вокруг некоторых осей или, в общем случае, реализовывать сложный пространственный поворот.

Один из новых подходов [5–7], позволяющий реализовать сложный пространственный поворот КА с использованием гладких управлений, основан на использовании концепции обратных задач динамики [10].

Целью данной статьи является исследование свойств программных траекторий, получаемых на основе метода, предложенного в [5], и выяснение, при каких условиях реализуется плоский поворот КА.

1. Получение программного движения

Приведем основные сведения о методе построения программных траекторий и реализующих их программных управлений, предложенном в работе [5].

Будем предполагать, что КА представляет собой твердое тело. Выберем жестко связанную с КА систему координат с началом в центре масс. Такую систему называют связанной системой координат.

Как известно [9], в случае описания движения твердого тела вокруг центра масс с помощью нормированных кватернионов $\Lambda(t)$ кинематические и динамические уравнения имеют вид:

$$2\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \omega, \quad I\dot{\omega} + \omega \times I\omega = u, \quad (1)$$

где кватернион $\Lambda(t) = (\lambda_0(t), \lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t))^T$ удовлетворяет условию нормировки

$$|\Lambda(t)|^2 = \lambda_0^2(t) + \lambda_1^2(t) + \lambda_2^2(t) + \lambda_3^2(t) = 1 \quad (2)$$

и задает положение связанной системы координат относительно неподвижной системы координат, $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T \in \mathbf{R}^3$ — вектор угловой скорости в проекциях на оси связанной системы координат, $u = (u_1, u_2, u_3)^T \in \mathbf{R}^3$ — управление, I — матрица моментов инерции КА, $\circ$ — операция умножения кватернионов. Под управлением u будем понимать суммарный момент, действующий на корпус КА со стороны исполнительных органов.

Рассмотрим задачу переориентации КА из произвольного заданного начального положения

$$\Lambda(0) = \Lambda_0, \quad \omega(0) = \omega_0 \quad (3)$$

в заданное конечное положение покоя

$$\Lambda(t_*) = \Lambda_*, \quad \omega(t_*) = 0 \quad (4)$$

за промежуток времени $T = [0, t_*]$.

Метод, предложенный в [5], позволяет строить программные траектории КА, удовлетворяющие заданным начальным и конечным условиям на основе дважды дифференцируемых функций. При этом кинематическая траектория $\Lambda = (\lambda_0(t), \lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t))^T, t \in T$, задается функциями

$$\lambda_i(t) = \frac{\mu_i(t)}{\sqrt{\sum_{i=0}^3 \mu_i^2(t)}}, \quad (5)$$

построенными на основе полиномов 5-й степени следующего вида:

$$\mu_i(t) = \lambda_{i*} + c_{i1}(t - t_*)^3 + c_{i2}(t - t_*)^4 + c_{i3}(t - t_*)^5, \quad i = \overline{0, 3}, \quad (6)$$

где коэффициенты c_{ik} , $i = \overline{0, 3}$, $k = \overline{1, 3}$, однозначно выражаются через граничные условия (3)-(4), определяя тем самым единственную кинематическую траекторию. Изменение этой траектории возможно только путем изменения общего времени маневра t_* . При этом реализующее кинематическую траекторию $\Lambda(t)$ непрерывное управление имеет вид

$$u = 2I(\Lambda^{-1}(t) \circ \ddot{\Lambda}(t) - \Lambda^{-1}(t) \circ \dot{\Lambda}(t) \circ \Lambda^{-1}(t) \circ \dot{\Lambda}(t)) + 4\Lambda^{-1}(t) \circ \dot{\Lambda}(t) \times I\Lambda^{-1}(t) \circ \dot{\Lambda}(t). \quad (7)$$

Таким образом, по заданным граничным условиям (3), (4) удастся однозначно определить программную траекторию и реализующую ее программное управление, т.е. сформировать программное движение КА.

2. Исследование построенной кинематической траектории

Известно, что твердое тело можно перевести из одного положения покоя в другое одним поворотом вокруг некоторой оси на некоторый угол, т.е. плоским поворотом.

Получим условия, при которых кинематическая траектория (5), задаваемая при помощи полиномов 5-й степени (6), реализует плоский поворот КА.

Известно [9], что значения кватерниона $\Lambda(t)$, описывающего движение КА, в каждый момент времени t задает такой конечный поворот триэдра осей неподвижной системы координат вокруг оси

$$\vec{\nu}(t) = \frac{\lambda_1(t)\vec{i} + \lambda_2(t)\vec{j} + \lambda_3(t)\vec{k}}{\sqrt{\lambda_1^2(t) + \lambda_2^2(t) + \lambda_3^2(t)}} \quad (8)$$

на угол $\vartheta(t)$, где

$$\cos \frac{\vartheta(t)}{2} = \lambda_0(t), \quad (9)$$

в результате выполнения которого он совместится с триэдром связанной системы координат $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Отметим, что если в какой-либо момент времени t_{eq} непо-

движная и связанная системы координат совпадают, то в этот момент времени вектор $\vec{\nu}(t_{eq})$ считается неопределенным, так как числитель и знаменатель в (8) в этом случае обращаются в нуль.

Поскольку нормированный кватернион $\Lambda(t)$ задает взаимное положение связанной и неподвижной систем координат, то он является собственным кватернионом [9] и имеет одинаковое представление в обеих системах координат.

Отметим, что поскольку значения коэффициентов c_{ik} , $i = \overline{0,3}$, $k = \overline{1,3}$ в (6) однозначно выражаются через граничные условия (3), (4), которые, в свою очередь, зависят от выбора неподвижной системы координат, а точнее от ее углового положения по отношению к связанной системе координат, то и кинематическая траектория так же будет зависеть от выбора неподвижной системы координат.

Поэтому при проектировании маневров переориентации КА, граничные условия для которых одинаковы, но заданы в разных неподвижных системах координат, в общем случае будут получаться, вообще говоря, разные кинематические траектории.

Достаточно очевидным условием плоского поворота является неизменность вектора $\vec{\nu}(t)$ из (8) с течением времени т.е. $\vec{\nu}(t) = \vec{\nu} = \text{const}$. Действительно, в случае плоского поворота вектор $\vec{\nu}(t)$ не может менять своего направления, так как в этом случае изменялась бы плоскость поворота, а модуль вектора $|\vec{\nu}(t)|$ остается постоянным в силу условия нормировки (8).

В приведенном выше условие плоского поворота не учитывает возможности скачкообразного изменения направления вектора $\vec{\nu}(t)$ на противоположное в случае смены положительного направления отсчета угла (9). Данная ситуация возникает при переходе программной траектории через точку совпадения связанной и неподвижной систем координат. В этом случае условием плоского поворота будет неизменность вектора $\vec{\nu}(t)$ в полуинтервалах времени $[0, t_{eq})$ и $(t_{eq}, t_*]$ и выполнение дополнительного условия $\vec{\nu}(t_1) = -\vec{\nu}(t_2)$, $t_1 \in [0, t_{eq})$, $t_2 \in (t_{eq}, t_*]$, где момент времени t_{eq} соответствует совпадению связанной и неподвижной систем координат, т.е. $\Lambda(t_{eq}) = (1, 0, 0, 0)$.

Будем рассматривать случай, когда программная траектория задает такое движение КА, при котором связанная и неподвижная системы координат не совпадают друг с другом ни в один из моментов времени, за исключением,

быть может, начального или конечного момента времени, т.е.

$$\Lambda(t) = (\lambda_0(t), \lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t)) \neq (1, 0, 0, 0), \quad t \in (0, t_*).$$

Распишем вектор $\vec{\nu}(t)$ покомпонентно:

$$\begin{aligned} \vec{\nu}(t) &= \\ &= \left(\frac{\lambda_1(t)}{\sqrt{\lambda_1^2(t) + \lambda_2^2(t) + \lambda_3^2(t)}}, \frac{\lambda_2(t)}{\sqrt{\lambda_1^2(t) + \lambda_2^2(t) + \lambda_3^2(t)}}, \frac{\lambda_3(t)}{\sqrt{\lambda_1^2(t) + \lambda_2^2(t) + \lambda_3^2(t)}} \right) = \\ &= (\nu_1(t), \nu_2(t), \nu_3(t)), \quad (10) \end{aligned}$$

где $\lambda_i(t)$, $i = \overline{1, 3}$, выбираются согласно (5), (6). Тогда, чтобы вектор $\vec{\nu}(t)$ был постоянным, достаточно показать, что

$$\nu_i(t) = \frac{\lambda_i(t)}{\sqrt{\lambda_1^2(t) + \lambda_2^2(t) + \lambda_3^2(t)}} = k_i = \text{const}, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (11)$$

В качестве констант k_i , $i = \overline{1, 3}$, можно взять значения компонент вектора $\vec{\nu}(t)$ в начальный $t = 0$ или конечный $t = t_*$ моменты времени, т.е.

$$k_i = \frac{\lambda_{i0}}{\sqrt{\lambda_{10}^2 + \lambda_{20}^2 + \lambda_{30}^2}} \quad \text{или} \quad k_i = \frac{\lambda_{i*}}{\sqrt{\lambda_{1*}^2 + \lambda_{2*}^2 + \lambda_{3*}^2}}, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (12)$$

В случае, если в начальный момент времени связанная и неподвижная системы координат совпадают, т.е. $\Lambda(0) = (1, 0, 0, 0)$, то в качестве k_i необходимо брать вторые выражения в (12), так как в этом случае вектор $\vec{\nu}(0)$ не определен. Аналогично, в случае когда в конечный момент времени связанная и неподвижная системы координат совпадают, т.е. когда $\Lambda(t_*) = (1, 0, 0, 0)$, вектор $\vec{\nu}(t_*)$ не определен и в качестве k_i необходимо брать первые выражения в (12).

Рассмотрим первое отношение в (11). Согласно (5) имеем

$$\begin{aligned} \nu_1(t) &= \frac{\mu_1(t)}{\sqrt{\sum_{i=0}^3 \mu_i^2(t)}} \left(\frac{\mu_1^2(t)}{\sum_{i=0}^3 \mu_i^2(t)} + \frac{\mu_2^2(t)}{\sum_{i=0}^3 \mu_i^2(t)} + \frac{\mu_3^2(t)}{\sum_{i=0}^3 \mu_i^2(t)} \right)^{-1/2} = \\ &= \frac{\mu_1(t)}{\sqrt{\mu_1^2(t) + \mu_2^2(t) + \mu_3^2(t)}} = \text{const}. \quad (13) \end{aligned}$$

Распишем подробнее полиномы $\mu_i(t)$, входящие в (13). Согласно (6) с учетом значений коэффициентов c_{ij} , $i, j = \overline{1, 3}$, полученных в [5], имеем

$$\begin{aligned} \mu_i(t) = & \frac{-12(\lambda_{i0} - \lambda_{i*}) - 6\dot{\lambda}_{i0}t_* - \ddot{\lambda}_{i0}t_*^2}{2t_*^5}t^5 + \\ & + \frac{30(\lambda_{i0} - \lambda_{i*}) + 16\dot{\lambda}_{i0}t_* + 3\ddot{\lambda}_{i0}t_*^2}{2t_*^4}t^4 + \frac{-20(\lambda_{i0} - \lambda_{i*}) - 12\dot{\lambda}_{i0}t_* - 3\ddot{\lambda}_{i0}t_*^2}{2t_*^3}t^3 + \\ & + 0.5\ddot{\lambda}_{i0}t^2 + \dot{\lambda}_{i0}t + \lambda_{i0}, \quad i = \overline{1, 3}. \end{aligned} \quad (14)$$

Нетрудно видеть, что в общем случае $\nu_i(t) \neq \text{const}$, $i = \overline{1, 3}$, и поэтому поворот не будет плоским. Введем следующие обозначения:

$$a_i = \frac{\ddot{\lambda}_{i0}}{(\lambda_{i0} - \lambda_{i*})}, \quad b_i = \frac{\dot{\lambda}_{i0}}{(\lambda_{i0} - \lambda_{i*})}, \quad c_i = \frac{\lambda_{i0}}{(\lambda_{i0} - \lambda_{i*})}, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (15)$$

Отметим, что в (15) $\lambda_{i0} - \lambda_{i*} \neq 0$ при всех значениях $i = \overline{1, 3}$, так как в противном случае начальное и конечное положение совпадают. Ниже будет показано, что при существовании хотя бы одного номера i , при котором $\lambda_{i0} - \lambda_{i*} = 0$, условия плоского поворота также не будут выполняться. Поэтому далее будем полагать, что в (15) все знаменатели не обращаются в нуль на траектории.

С учетом введенных обозначений (15) соотношение (14) может быть записано в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mu_i(t) = (\lambda_{i0} - \lambda_{i*}) \left(\frac{-12 - 6b_it_* - a_it_*^2}{2t_*^5}t^5 + \frac{30 + 16b_it_* + 3a_it_*^2}{2t_*^4}t^4 + \right. \\ \left. + \frac{-20 - 12b_it_* - 3a_it_*^2}{2t_*^3}t^3 + 0.5a_it^2 + b_it + c_i \right), \quad i = \overline{1, 3}. \end{aligned} \quad (16)$$

Для выполнения условия плоского поворота (11) потребуем выполнения следующих равенств

$$a_1 = a_2 = a_3 = a, \quad b_1 = b_2 = b_3 = b, \quad c_1 = c_2 = c_3 = c.$$

Тогда

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\ddot{\lambda}_{10}}{(\lambda_{10} - \lambda_{1*})} &= \frac{\ddot{\lambda}_{20}}{(\lambda_{20} - \lambda_{2*})} = \frac{\ddot{\lambda}_{30}}{(\lambda_{30} - \lambda_{3*})} = a, \\ \frac{\dot{\lambda}_{10}}{(\lambda_{10} - \lambda_{1*})} &= \frac{\dot{\lambda}_{20}}{(\lambda_{20} - \lambda_{2*})} = \frac{\dot{\lambda}_{30}}{(\lambda_{30} - \lambda_{3*})} = b, \\ \frac{\lambda_{10}}{(\lambda_{10} - \lambda_{1*})} &= \frac{\lambda_{20}}{(\lambda_{20} - \lambda_{2*})} = \frac{\lambda_{30}}{(\lambda_{30} - \lambda_{3*})} = c. \end{aligned} \right. \quad (17)$$

Переписав (13) с учетом (16) и (17), получим

$$\nu_1(t) = \frac{(\lambda_{10} - \lambda_{1*}) \operatorname{sign} A(t)}{\sqrt{(\lambda_{10} - \lambda_{1*})^2 + (\lambda_{20} - \lambda_{2*})^2 + (\lambda_{30} - \lambda_{3*})^2}}, \quad (18)$$

где

$$A(t) = \frac{-12 - 6bt_* - at_*^2}{2t_*^5}t^5 + \frac{30 + 16bt_* + 3at_*^2}{2t_*^4}t^4 + \\ + \frac{-20 - 12bt_* - 3at_*^2}{2t_*^3}t^3 + 0.5at^2 + bt + c.$$

Соотношение (18) в случае знакопостоянства функции $A(t)$ задает постоянную функцию $\nu_1(t)$, т.е. $\nu_1(t) = \nu_1 = \text{const}$. Равенство $A(t_{\text{eq}}) = 0$ означает, что в момент времени t_{eq} связанная и неподвижная системы координат совпадают.

Отметим, что если найдется такое i , что $\lambda_{i0} - \lambda_{i*} = 0$ (и при этом данное равенство не выполняется для всех i одновременно), то в этом случае (13) не удастся записать в виде (18), так как не все полиномы $\mu_i(t)$ можно будет представить в виде (16) и, как следствие, не все они будут пропорциональны друг другу. Аналогично можно показать, что подобные соотношения выполняются и для остальных компонент вектора $\vec{\nu}(t)$ в (10).

Условия (17) достаточно сложны для анализа, так как кроме начального и конечного углового положения КА в них неявно входят значения векторов угловой скорости и управления в начальный момент времени.

Рассмотрим случай, когда переориентация КА происходит из положения покоя в положение покоя. В этом случае $\dot{\lambda}_{i0} = 0$, $\ddot{\lambda}_{i0} = 0$, $i = \overline{0, 3}$. Тогда (16) запишется в следующем виде:

$$\mu_i(t) = (\lambda_{i0} - \lambda_{i*}) \left(-6\frac{t^5}{t_*^5} + 15\frac{t^4}{t_*^4} - 10\frac{t^3}{t_*^3} + c_i \right), \quad i = \overline{1, 3}, \quad (19)$$

а условия (17) примут вид $c_1 = c_2 = c_3$, т.е.

$$\frac{\lambda_{10}}{\lambda_{10} - \lambda_{1*}} = \frac{\lambda_{20}}{\lambda_{20} - \lambda_{2*}} = \frac{\lambda_{30}}{\lambda_{30} - \lambda_{3*}} = c. \quad (20)$$

В частности, выполнение (20) возможно, если в начальный или конечный момент времени связанная и неподвижная системы координат совпадают, т.е.

когда $\Lambda(0) = (1, 0, 0, 0)$ или $\Lambda(t_*) = (1, 0, 0, 0)$. В этом случае $c = 0$ и $c = 1$ соответственно. Запишем (18) с учетом (19) и (20):

$$\nu_1(t) = \frac{(\lambda_{10} - \lambda_{1*}) \operatorname{sign} A(t)}{\sqrt{(\lambda_{10} - \lambda_{1*})^2 + (\lambda_{20} - \lambda_{2*})^2 + (\lambda_{30} - \lambda_{3*})^2}}, \quad (21)$$

где

$$A(t) = -6\frac{t^5}{t_*^5} + 15\frac{t^4}{t_*^4} - 10\frac{t^3}{t_*^3} + c.$$

Аналогично можно показать, что подобные соотношения выполняются и для остальных компонент вектора $\vec{\nu}(t)$ в (10).

Исследуем поведение функции $A(t)$ из (21) на отрезке $[0, t_*]$, для чего вычислим ее первую производную:

$$\begin{aligned} A'(t) &= \left(-6\frac{t^5}{t_*^5} + 15\frac{t^4}{t_*^4} - 10\frac{t^3}{t_*^3} + c \right)' = \\ &= -30\frac{t^4}{t_*^5} + 60\frac{t^3}{t_*^4} - 30\frac{t^2}{t_*^3} = -30\frac{t^2}{t_*^3} \left(\frac{t}{t_*} - 1 \right)^2. \end{aligned} \quad (22)$$

Видно, что $A'(t) < 0$ при $t \in (0, t_*)$ и $A'(0) = A'(t_*) = 0$. Следовательно, функция монотонно убывает на интервале $t \in (0, t_*)$.

В силу непрерывности функция $A(t)$ будет достигать своего наибольшего и наименьшего значения на $[0, t_*]$ на концах отрезка, т.е. при $t = 0$ и $t = t_*$.

Имеем

$$\max_{t \in [0, t_*]} A(t) = A(0) = c, \quad \min_{t \in [0, t_*]} A(t) = A(t_*) = c - 1. \quad (23)$$

Таким образом, в случае $\Lambda(0) = (1, 0, 0, 0)$ $c = 0$ и $A(t)$ монотонно убывает на интервале управления от 0 до -1 . В случае $\Lambda(t_*) = (1, 0, 0, 0)$ $c = 1$ и $A(t)$ монотонно убывает от 1 до 0. В обоих случаях функция $A(t)$ остается знакопостоянной на всем отрезке времени $[0, t_*]$, следовательно, согласно (21), вектор $\vec{\nu}(t)$ (8) остается постоянным как по модулю, так и по направлению. Последнее и означает, что программная траектория задает плоский поворот.

Более того, из (22), (23) следует, что функция $A(t)$ из (21) в общем случае на отрезке времени $t \in [0, t_*]$ изменяет свой знак только один раз. При этом компоненты вектора $\vec{\nu}(t)$ (8) согласно (21) остаются постоянными по модулю на всем отрезке $[0, t_*]$, за исключением точки t_{eq} смены знака $A(t)$, при прохождении которой они изменяют свой знак на противоположный.

Момент времени t_{eq} , при котором $A(t_{eq}) = 0$, соответствует случаю $\Lambda(t_{eq}) = (1, 0, 0, 0)$, когда связанная и неподвижная система координат совпадают. Изменение направления вектора $\vec{v}(t)$ на противоположное при прохождении через точку t_{eq} , как уже отмечалось ранее, связано лишь с изменением положительного направления отсчета угла (9). Следовательно, в данном случае также реализуется плоский поворот.

Таким образом, в общем случае кинематическая траектория (5), построенная при помощи полиномов 5-й степени (6), реализует пространственный разворот КА.

В случае выполнения условий (20) траектория (5) реализует плоский поворот. В частности, плоский поворот реализуется, когда в начальный или конечный момент времени неподвижная система координат выбирается совпадающей со связанной системой координат, а переориентация осуществляется из положения покоя в положение покоя.

3. Моделирование

Рассмотрим разворот КА, который может быть представлен как последовательность трех простых поворотов на углы Эйлера [9] (прецессии, нутации и поворота), равные 45° . Построим программную траекторию, обеспечивающую разворот КА из начального положения покоя за время $t_* = 240$ с.

Имеются два варианта выбора взаимного расположения систем координат. В первом варианте в начальный момент времени связанная и неподвижная системы координат совпадают друг с другом, т.е. в начальный момент времени $\Lambda(0) = (1, 0, 0, 0)$. Во втором варианте и в начальный и в конечный моменты времени оси связанной и неподвижной системы координат не совпадают друг с другом.

В первом варианте имеем следующие исходные данные

– начальное состояние

$$\Lambda(0) = (1, 0, 0, 0), \quad \omega(0) = (0, 0, 0), \quad t = 0;$$

– конечное состояние

$$\Lambda(t_*) = (0.6533, 0.3827, 0, 0.6533), \quad \omega(t_*) = (0, 0, 0), \quad t_* = 240;$$

Во втором варианте имеем следующие исходные данные

– начальное состояние

$$\Lambda(0) = (0.9061, 0.1951, 0, 0.3753), \quad \omega(0) = (0, 0, 0), \quad t = 0;$$

– конечное состояние

$$\Lambda(t_*) = (0.3182, 0.5556, 0, 0.7682), \quad \omega(t_*) = (0, 0, 0), \quad t_* = 240;$$

Матрица моментов инерции КА в обоих вариантах выбрана одинаковой и имеет вид

$$\begin{pmatrix} 118952.1 & 0 & 0 \\ 0 & 350466.9 & 0 \\ 0 & 0 & 269497.0 \end{pmatrix}.$$

На приведенных далее графиках независимой переменной является безразмерное время $\tau = t/t_*$, $\tau \in [0, 1]$.

На рис. 1 и 2 представлены графики компонент кватерниона углового положения и вектора конечного поворота $\vec{v}(t)$ (8) для случая, когда в начальный момент времени связанная и неподвижная системы координат совпадают друг с другом. Нетрудно видеть, что компоненты вектора $\vec{v}(t)$ постоянны в течении

Рис. 1. Плоский поворот, компоненты кватерниона $\Lambda(t)$

Рис. 2. Плоский поворот, компоненты вектора поворота $\vec{v}(t)$

всего времени маневра, что подтверждает теоретические выводы о плоском повороте при данных граничных условиях.

На рис. 3 и 4 представлены графики компонент кватерниона углового положения и вектора конечного поворота $\vec{v}(t)$ (8) для второго из рассматриваемых вариантов т.е. для случая, когда условия (18) не выполняются. Можно ви-

Рис. 3. Пространственный поворот, компоненты кватерниона $\Lambda(t)$

Рис. 4. Пространственный поворот, компоненты вектора поворота $\vec{v}(t)$

деть, что компоненты вектора $\vec{v}(t)$ не являются постоянными в течении всего времени маневра, что подтверждает теоретические выводы о реализации пространственного поворота при данных граничных условиях.

Заключение

Метод построения гладкой программной траектории и реализующего ее программного управления на основе концепции обратных задач динамики достаточно прост и удобен в использовании. Данный подход позволяет получать программные траектории удовлетворяющее некоторым, наперед заданными свойствами [5–7]. При этом класс траекторий, получаемых согласно этому методу, может быть достаточно большим. Как было показано в работе, в общем случае, построенная при помощи данного метода программная траектория реализует пространственный поворот КА. Однако, выполнение полученных условий, позволяют гарантировать что программная траектория КА реализует плоский поворот. Приведены результаты численного моделирования, подтверждающие теоретические результаты.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 12-07-00267 и Программы Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (грант НШ-3659.2012.1).

Список литературы

1. Левский М.В. Задача оптимального управления терминальной переориентацией КА // Космические исследования. 1993. Т. 31, № 4. С. 12–17.
2. Левский М.В. Оптимальное управление пространственным разворотом космического аппарата // Космические исследования. 1995. Т. 33. № 5. С. 498–502.
3. Левский М.В. Управление переориентацией космического аппарата с минимальным интегралом энергии // Автоматика и телемеханика. 2010. № 12. С. 25–42.
4. Челноков Ю.Н. Управление ориентацией космического аппарата, использующее кватернионы // Космические исследования. 1994. Т. 32, № 3. С. 21–32.
5. Ермошина О.В., Крищенко А.П. Синтез программных управлений ориентацией космического аппарата методом обратных задач динамики // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2000. № 2. С. 155–162.
6. Велищанский М.А., Крищенко А.П., Ткачев С.Б. Квазиоптимальная переориентация космического аппарата // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2002. Вып. 32. С. 144–153.
7. Велищанский М.А., Крищенко А.П., Ткачев С.Б. Синтез алгоритмов переориентации космического аппарата на основе концепции обратной задачи динамики // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2003. № 5. С. 156–163.
8. Велищанский М.А. Исследование свойств квазиоптимального и оптимального алгоритмов переориентации космического аппарата // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2012. № 2. Режим доступа: <http://technomag.edu.ru/doc/345396.html> (дата обращения: 12.08.2012).
9. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973.
10. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: нелинейные модели. М.: Наука, 1988.

Realization of a spacecraft flat rotation using quasi-optimal algorithm of reorientation

10, October 2012

DOI: 10.7463/1012.0465320

Velishchanskiy M. A.

Russia, Bauman Moscow State Technical University

mathmod@bmstu.ru

Spacecraft quasi-optimal attitude control problem is considered. The purpose of this work is to find conditions under which the synthesized terminal control realizes a flat rotation of a spacecraft (SC) from an arbitrary initial angular position to a final position in a given period of time. The programmed control is based on the concept of inverse problems of dynamics. It is shown that in general the programmed control determines a spatial rotation of the SC. Conditions are found under which the programmed control implements a flat rotation of the SC. Special cases are discussed when these conditions have a simple interpretation. The numerical simulation results are given to illustrate the obtained theoretical results.

References

1. Levskii M.V. Zadacha optimal'nogo upravleniia terminal'noi pereorientatsiei KA [The optimal control problem of spacecraft terminal reorientation]. *Kosmicheskie issledovaniia* [Space researche], 1993, vol. 31, no. 4, pp. 12–17.
2. Levskii M.V. Optimal'noe upravlenie prostranstvennym razvorotom kosmicheskogo apparata [Optimal control of spatial reversal of a spacecraft]. *Kosmicheskie issledovaniia* [Space researche], 1995, vol. 33, no. 5, pp. 498–502.
3. Levskii M.V. Upravlenie pereorientatsiei kosmicheskogo apparata s minimal'nym integralom energii [Management of spacecraft reorientation with min-

- imal integral energy]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automatics and telemechanics], 2010, no. 12, pp. 25–42.
4. Chelnokov Iu.N. Upravlenie orientatsiei kosmicheskogo apparata, ispol'zuiushchee kvaterniony [Control the orientation of the spacecraft using quaternions]. *Kosmicheskie issledovaniia* [Space research], 1994, vol. 32, no. 3, pp. 21–32.
 5. Ermoshina O.V., Krishchenko A.P. Sintez programmnykh upravlenii orientatsiei kosmicheskogo apparata metodom obratnykh zadach dinamiki [Synthesis of Programmed Controls of Spacecraft Orientation by the Method of Inverse Problem of Dynamics]. *Izv. RAN. Teoriia i sistemy upravleniia* [Journal of Russian Academy of Sciences. Theory and control systems], 2000, no. 2, pp. 155–162. (English version of journal: Ermoshina O.V., Krishchenko A.P. Synthesis of programmed controls of spacecraft orientation by the method of inverse problem of dynamics. *Journal of Computer and System Sciences International*, 2000, vol. 39, no. 2, pp. 313–320.).
 6. Velishchanskii M.A., Krishchenko A.P., Tkachev S.B. Kvazioptimal'naia pereorientatsiia kosmicheskogo apparata [Quasi-optimal reorientation of the spacecraft]. *Izv. RAN. Mekhanika tverdogo tela* [Journal of Russian Academy of Sciences. Mechanics of Solids], 2002, no. 32, pp. 144–153.
 7. Velishchanskii M.A., Krishchenko A.P., Tkachev S.B. Sintez algoritmov pereorientatsii kosmicheskogo apparata na osnove kontseptsii obratnoi zadachi dinamiki [Synthesis of spacecraft reorientation algorithms using the concept of the inverse dynamic problem]. *Izv. RAN. Teoriia i sistemy upravleniia* [Journal of Russian Academy of Sciences. Theory and control systems], 2003, no. 5, pp. 156–163. (English version of journal: Velishchanskij M.A., Krishchenko A.P., Tkachev S.B. Synthesis of spacecraft reorientation algorithms using the concept of the inverse dynamic problem. *Journal of Computer and System Sciences International*, 2003, vol. 42, no. 5, pp. 811–818.).
 8. Velishchanskii M.A. Issledovanie svoistv kvazioptimal'nogo i optimal'nogo algoritmov pereorientatsii kosmicheskogo apparata [Analysis of properties of quasi-optimal and optimal algorithms for the spacecraft spatial reorientation]. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Bauman* [Science and Education of the Bauman

MSTU], 2012, no. 2. Available at: <http://technomag.edu.ru/doc/345396.html>, accessed 12.08.2012.

9. Branets V.N., Shmyglevskii I.P. *Primenenie kvaternionov v zadachakh orientatsii tverdogo tela* [The use of quaternions in problems of solid-state orientation]. Moscow, Nauka, 1973. 320 p.
10. Krut'ko P.D. *Obratnye zadachi dinamiki upravlyaemykh sistem. Nelineinye modeli* [Inverse problems of dynamics of controlled systems. Nonlinear model]. Moscow, Nauka, 1988. 328 p.