Оптимизация балансировки волнового твердотельного гироскопа с помощью нейронной сети Хопфилда

07, июль 2012

DOI: 10.7463/0712.0416090

Басараб М. А., Ивойлов М. А., Матвеев В. А.

УДК 517.95: 531.383

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

bmic@mail.ru

mivoilov@gmail.com

nika@bmstu.ru

Введение

Чувствительным элементом (резонатором) волнового твердотельного гироскопа (ВТГ) [1-5] является оболочка вращения либо упругое кольцо, закрепленные относительно оси чувствительности. Аномалии углового распределения масс (дебалансы) являются одними из основных источников погрешностей при работе ВТГ. Наиболее существенное влияние оказывает наличие первых четырех гармоник разложения Фурье неоднородности распределения массы. Балансировка состоит в компенсации указанных гармоник путем адекватного удаления точечных масс с поверхности резонатора [6, 7]. При балансировке необходимо определить координаты участков и количество удаляемых с них масс. Число таких участков может быть произвольно большим, так как удаление массы с одних участков на поверхности резонатора с целью компенсации определенной гармоники дефекта, как правило, приводит к появлению других гармоник. Помимо высокой точности компенсации гармоник дефекта, качественная балансировка должна удовлетворять ряду других критериев оптимальности, в частности, следует по возможности минимизировать число участков удаляемых масс, они должны находиться друг относительно друга на расстоянии, не меньшем определенного технологического предела и т. д. Балансировка ВТГ представляет собой многопараметрическую задачу оптимизации, для решения которой используются различные стратегии поиска глобального экстремума, в частности, генетические алгоритмы, метод имитации отжига и др. [8-11]. Повысить эффективность применения указанных подходов

можно путем комбинирования их с другими методами оптимизации и искусственного интеллекта, в частности, с искусственными нейронными сетями. В данной работе впервые рассмотрен алгоритм балансировки ВТГ с использованием нейронной сети Хопфилда [12, 13].

1. Принцип действия кольцевого ВТГ и его балансировка

Простейшей моделью ВТГ является кольцевая модель. Уравнения колебаний свободного идеального вращающегося нерастяжимого кольца имеют вид [1-5]

$$\ddot{w}'' - \ddot{w} + \kappa^2 (w^{VI} + 2w^{IV} + w'') = 0, \quad (1)$$

где $w = w(\varphi, t)$ – нормальное перемещение частиц кольца в зависимости от окружного угла и времени (точкой обозначается производная по времени, а штрихом – по окружному углу); $\kappa^2 = EI / (\rho S R^4)$; ρ – плотность материала кольца; S – площадь поперечного сечения кольца; E – модуль Юнга; I – момент инерции поперечного сечения относительно оси изгиба; R – радиус недеформируемого кольца. В системе, описываемой уравнением (1), возможно существование стоячих волн с частотами $\omega_k = \kappa k(k^2 - 1) / \sqrt{k^2 + 1}$, $k = 2, 3, \dots$. Практически важным является случай возбуждения колебаний по второй форме, когда стоячая волна описывается в виде

$$w(\varphi, t) = A(\cos 2\varphi_0 \cos 2\varphi + \sin 2\varphi_0 \sin 2\varphi) \cos \omega_0 t, \quad (2)$$

где A – амплитуда; φ_0 – угол ориентации волны, а $\omega_0 = 6\kappa / \sqrt{5}$ – собственная частота колебаний.

Реальный интерес представляют неидеальные системы, в которых один или несколько параметров неоднородны. Рассмотрим случай, когда плотность материала зависит от окружного угла, т.е. $\rho = \rho(\varphi)$. Уравнение движения свободного резонатора с переменной плотностью записывается в виде

$$\left[\frac{(\rho \ddot{w})'}{\rho} \right]' - \ddot{w} + \frac{EI}{\rho S R^4} (w^{VI} + 2w^{IV} + w'') - \frac{EI \rho'}{\rho^2 S R^4} (w^V + 2w''' + w') = 0. \quad (3)$$

Обычно рассматриваются случаи, когда плотность представима в виде

$$\rho = \rho_0 (1 + \varepsilon_k \cos k(\varphi - \theta_k)), \quad k = 1, 2, 3, 4, \quad (4)$$

где $\rho_0 = \text{const}$, а ε_k , θ_k определяют величину и ориентацию дефекта плотности по k -й гармонике. В общем случае, вследствие возникновения расщепления частоты колебаний Δ_k , в такой системе уже не возможно существование стоячих волн. Было установлено, что в

квадратичном приближении расщепление частоты, вызванное четвертой гармоникой дефекта пропорционально величине дефекта, а первой, второй и третьей гармониками – квадратам величин соответствующих дефектов.

Таким образом, при балансировке резонатора основное внимание должно быть уделено четвертой гармонике дефекта. В этом случае, изначально возбужденная стоячая волна (2) разрушается, и колебательный процесс представляется в виде суммы двух гармонических колебаний с различными частотами:

$$w(\varphi, t) = A(\cos 2\varphi_0 \cos 2\varphi \cos \omega_1 t + \sin 2\varphi_0 \sin 2\varphi \cos \omega_2 t) \quad (5)$$

В резонаторе образуется система двух собственных осей, развернутых между собой на угол $\pi/4$, таких, что собственные частоты колебаний резонатора вдоль каждой из них достигают наибольшего и наименьшего значений. Эти оси называются, соответственно, «легкой» и «тяжелой». В (5) угол φ_0 определяет ориентацию начальной волны относительно тяжелой собственной оси, а угол φ отсчитывается от этой оси по ходу часовой стрелки. Расщепление частоты по четвертой гармонике определяется как

$$\Delta_4 = \omega_2 - \omega_1 \approx \varepsilon_4 \omega_0 / 2 \quad (6)$$

Выделяются два основных типа балансировки – механическая и электрическая. К механической относятся статическая балансировка, обеспечивающая совмещение центра масс резонатора с его осью симметрии, и динамическая балансировка, связанная с устранением расщепления собственной частоты. Процесс балансировки направлен сначала на измерение эффектов, вызванных аномалиями распределения масс, а затем на ликвидацию этих дефектов адекватным удалением точечных либо распределенных масс с использованием механических, лазерных, химических, ионно-плазменных технологий.

Отметим некоторые особенности балансировочных операций.

1) Статическая балансировка должна предшествовать динамической, в противном случае появляется дополнительное расщепление частоты. При этом величина снимаемой массы должна быть такой, чтобы центр масс резонатора лежал на оси его симметрии с требуемой точностью после проведения балансировки.

2) Динамическая балансировка должна быть произведена таким образом, чтобы не нарушать статической. Отсюда следует условие симметрии расположения удаляемых масс на кромке резонатора.

3) Точность динамической балансировки определяется максимальным расщеплением частоты, которое можно создать путем подачи на систему корректирующих электродов допустимого постоянного напряжения, и допустимой скоростью ухода стоячей волны.

4) Минимальное остаточное расщепление частоты после проведения динамической балансировки определяется систематической составляющей скорости ухода, задаваемой техническим заданием на разработку прибора.

Достаточно общая методика идентификации первых четырех гармоник неоднородности распределения массы резонатора ВТГ приведена в [1]. После определения ориентации гармоник проводится балансировка, заключающаяся (для гармоники с номером k) в удалении массы с кромки резонатора в точках $\varphi = \varphi_k + 2\pi n/k$ ($n = 0, 1, \dots, k-1$), т.е. в точках максимальной концентрации массы k -й гармоники. Величина снимаемой массы рассчитывается с помощью величины ε_k – относительного дефекта массы по k -й гармонике, который равен отношению избытка массы в точках максимума k -й гармоники к некоторой фиксированной массе (например, массе всего резонатора). После проведения балансировочных операций в распределении массы по окружному углу будут отсутствовать первые четыре гармоники, поэтому скорость ухода ВТГ, вызванная этими гармониками, будут скомпенсирована.

В процессе механической балансировки удаление массы только в одной точке на кромке резонатора с целью устранения первой гармоники дефекта приводит к появлению старших гармоник, что недопустимо. Во избежание этого необходимо осуществлять балансировку в нескольких точках, причем удаляемая масса на каждом участке в общем случае должна быть различной. В процессе коррекции первых четырех гармоник удаляемые массы должны располагаться симметрично. При наличии всех первых четырех гармоник дефекта плотности, с учетом их различной ориентации и величины, всего необходимо удалить с кромки не менее десяти сосредоточенных масс.

Поскольку технологически удаление точечных масс сопряжено с рядом проблем (нелинейность воздействия лазера и др.), возможно обобщение данного способа балансировки, заключающееся в удалении распределенных масс, например, плазменным потоком.

2. Точечная балансировка ВТГ

Неоднородность распределения плотности вдоль азимутального угла φ представляется выражением

$$\rho = \rho_0 + \sum_{k=1}^4 \varepsilon_k \cos k(\varphi - \theta_k) = \rho_0 + \sum_{k=1}^4 d_{ck} \cos k\varphi + d_{sk} \sin k\varphi, \quad (7)$$

где $d_{ck} = \varepsilon_k \cos k\theta_k$, $d_{sk} = \varepsilon_k \sin k\theta_k$ – скалярные параметры, характеризующие каждую k -ю гармонику дебаланса.

Общая постановка задачи следующая. Заданы $2K$ чисел d_{ck}, d_{sk} ($k=1, \dots, K$). Необходимо найти $2N$ неизвестных параметров m_j, φ_j , ($j=1, \dots, N$) из решения нелинейной системы $2K$ уравнений

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N m_j \cos k\varphi_j = d_{ck} \\ \sum_{j=1}^N m_j \sin k\varphi_j = d_{sk} \end{cases} \quad (k=1, \dots, K) \quad (8)$$

по критерию минимального среднеквадратичного отклонения:

$$\Phi = \sum_{k=1}^K \left[\left(\sum_{j=1}^N m_j \cos k\varphi_j - d_{ck} \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^N m_j \sin k\varphi_j - d_{sk} \right)^2 \right] \rightarrow \min. \quad (9)$$

Поставленная задача нахождения оптимального набора параметров m_j, φ_j , ($j=1, \dots, N$) является многопараметрической и для неё характерно наличие множества локальных минимумов.

Рассмотрим частный случай, когда заданы фиксированные углы и массы, то есть на окружности задана сетка

$$\varphi_j = jh, \quad j=0, 1, \dots, N-1, \quad h = \frac{2\pi}{N}$$

и фиксированный набор масс m_j , $j=0, 1, \dots, N-1$.

3. Нейросетевая модель балансировки ВТГ

Рассмотрим применение нейронной сети Хопфилда для решения задачи точечной балансировки по аналогии с решением других задач комбинаторной оптимизации [12, 13]. Для формализованного описания задачи введем в рассмотрение булеву переменную y_{ij} , равную единице в случае, если i -я масса находится в j -том угле, и нулю в противном случае. По условиям задачи необходимо соблюдение ограничений вида

$$\sum_{i=1}^n y_{ij} = 1 \quad \forall j \in \overline{1, n}, \quad \sum_{i=1}^n y_{ij} = 1 \quad \forall i \in \overline{1, n},$$

где

$$y_{ij} \in \{0,1\}, i, j \in \overline{1,n}.$$

Так как энергия сети Хопфилда стремится к минимуму и по условиям задачи необходимо найти минимум целевой функции (среднеквадратичного отклонения), то между ними можно установить соответствие.

В соответствии с введенным соответствием интерпретируем ограничения и целевую функцию. В результате получим

$$F(y) = F_1(y) + F_2(y), \quad (10)$$

где $F_1(y)$ – функция удовлетворения ограничениям; $F_2(y)$ – функция качества решения.

Функция ограничений $F_1(y)$ отражает то, что каждая масса должна быть расположена строго в одном угле, и выглядит следующим образом:

$$F_1(y) = \frac{a}{2} \sum_{\mu} \left(\sum_i y_{\mu i} - 1 \right)^2 + \frac{b}{2} \sum_i \left(\sum_{\mu} y_{\mu i} - 1 \right)^2 \rightarrow 0. \quad (11)$$

Данная функция принимает минимальное (нулевое) значение только если каждая масса расположена строго в одном углу и каждый угол содержит ровно одну массу.

Функция качества представляет собой целевую функцию и имеет вид

$$F_2(y) = c \sum_{k=1}^K \left[\sum_{j=1}^N m(j) \exp \left(i \frac{2\pi}{N} jk \right) - \varepsilon_k \exp(ik\theta_k) \right], \quad (12)$$

где $\theta_k = \arctg(d_{sk} / d_{ck})$ – угол ориентации дефекта.

Теперь определим параметры сети, сопоставив полученную функцию с энергетической функцией сети Хопфилда. Энергия нейронной сети Хопфилда определяется выражением

$$E(y) = -\frac{1}{2} \sum_{\mu} \sum_{v \neq \mu} \sum_i \sum_{j \neq i} w_{\mu v j} y_{\mu i} y_{v j} + \sum_{\mu} \sum_i T_{\mu i} y_{\mu i}. \quad (13)$$

Приравняв коэффициенты при линейных и квадратичных составляющих y в выражениях для $E(y)$ и $F(y)$, получим веса нейронной сети Хопфилда. Сопоставление линейных составляющих позволит определить значения внешних смещений, а квадратичных – коэффициенты синаптических связей

$$\begin{aligned} w_{\mu v j} &= -m_{\mu} m_v \sum_{k=1}^K \cos \frac{2\pi}{N} k(i-j), \\ T_{\mu i} &= -2m_{\mu} \sum_{k=1}^K \varepsilon_k \cos \left(\frac{2\pi i}{N} - \theta_k \right). \end{aligned} \quad (14)$$

При этом уравнение динамики нейронной сети Хопфилда приобретает вид

$$y_{\mu i}(t+1) = f\left(\sum_v \sum_j w_{\mu i v j} y_{v j}(t) - T_{\mu i}\right), \quad (15)$$

где

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Данная задача также допускает ряд альтернативных формулировок.

- 1) Возможность попадания нескольких масс в один угол. При этом снимается ограничение на ладейную расстановку. То есть условие того, что каждая масса должна принадлежать строго одному углу.
- 2) Пункт 1 может быть расширен следующим образом: число масс M больше числа углов N .
- 3) Пункт 1 может быть расширен следующим образом: число масс M намного больше числа углов N (массы одинаковые)
- 4) Число масс M меньше числа углов N . При этом вводится модель неравномерного распределения масс, а отсутствующие массы считаются нулевыми.

Заключение

Рассмотрен алгоритм компенсации гармоник неоднородного распределения массы ВТГ по окружному углу, основанный на минимизации энергии сети Хопфилда. В отличие от ранее предложенных итерационных и полуаналитических методик балансировки, новый подход, благодаря своей гибкости, позволяет реализовать различные постановки данной задачи. В качестве перспективы дальнейших исследований может быть рассмотрен вариант комбинирования нейронной сети Хопфилда и метода имитации отжига (машина Больцмана), что позволит во многих случаях обойти проблему локальных минимумов.

Литература

1. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Волновой твердотельный гироскоп. – М.: Наука, 1985. – 126 с.
2. Матвеев В.А., Липатников В.И., Алехин А.В. Проектирование волнового твердотельного гироскопа. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997. – 168 с.
3. Басараб М.А., Кравченко В.Ф., Матвеев В.А. Математическое моделирование физических

процессов в гироскопии. – М.: Радиотехника, 2005. – 176 с.

4. Басараб М.А., Кравченко В.Ф., Матвеев В.А. Методы моделирования и цифровой обработки сигналов в гироскопии. – М.: Физматлит, 2007. – 248 с.
5. Матвеев В.А., Лунин Б.С., Басараб М.А. Навигационные системы на волновых твердотельных гироскопах. – М.: Физматлит, 2008. – 240 с.
6. Жбанов Ю.К., Журавлев В.Ф. О балансировке волнового твердотельного гироскопа // Изв. РАН, сер. «Механика твердого тела», 1998, № 4, С. 4-16.
7. Жбанов Ю.К., Каленова Н.В. Поверхностный дебаланс волнового твердотельного гироскопа // Изв. РАН, сер. «Механика твердого тела», 2001, № 3, С. 11-18.
8. Басараб М.А., Карапетян Д.Р. Глобальные оптимизационные алгоритмы балансировки резонатора волнового твердотельного гироскопа // Электромагнитные волны и электронные системы, 2007, Т.12, №11, С.8-15.
9. Basarab M.A., Matveev V.A., Ivoilov M.A. Genetic Algorithms for Balancing the Solid-State Wave Gyro // 16th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, 2009, 25-27 May, Saint-Petersburg, Russia, pp. 103-104.
10. Матвеев В.А., Басараб М.А., Ивойлов М.А. Генетические алгоритмы балансировки миниатюрного волнового твердотельного гироскопа // Труды Девятого Международного Симпозиума «Интеллектуальные системы» INTELS'2010, Россия, Владимир, 28 июня – 2 июля 2010г., С. 516-519.
11. Басараб М.А., Ивойлов М.А. Генетические алгоритмы компенсации гармоник неоднородности массы упругого кольцевого резонатора // Динамика сложных систем, 2010, т. 4, № 1, С. 58-66.
12. Hopfield J.J., Tank D.W. Computing with Neural Circuits: a Model // Science, 1986, vol. 233, pp. 625-633.
13. Меламед И.И. Нейронные сети и комбинаторная оптимизация // Автоматика и телемеханика, 1994, №4, С.3-40.

Optimization of solid-state wave gyro balancing with the use of the Hopfield neural network

07, July 2012

DOI: 10.7463/0712.0416090

Basarab M.A., Ivoilov M.A., Matveev V.A.

Russia, Bauman Moscow State Technical University

bmic@mail.ru

mivoilov@gmail.com

nika@bmstu.ru

A neural network algorithm of balancing the non-ideal ring resonator of solid-state wave gyro is considered in the article. The algorithm is based on principles of combinatorial optimization and minimization of the Hopfield network energy; the algorithm allows harmonics compensation of angular mass distribution. The proposed approach can be generalized on various models of discrete balancing and combined with other tools of artificial intelligence: genetic algorithms, simulation annealing et al.

Publications with keywords: [balancing](#), [Coriolis resonator gyro](#), [Hopfield neural network](#)

Publications with words: [balancing](#), [Coriolis resonator gyro](#), [Hopfield neural network](#)

References

1. Zhuravlev V.F., Klimov D.M. *Volnovoi tverdotel'nyi giroskop* [A solid-state wave gyro]. Moscow, Nauka Publ., 1985. 126 p.
2. Matveev V.A., Lipatnikov V.I., Alekhin A.V. *Proektirovanie volnovogo tverdotel'nogo giroskopa* [Design of a solid-state wave gyroscope]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 1997. 168 p.
3. Basarab M.A., Kravchenko V.F., Matveev V.A. *Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov v giroskopii* [Mathematical modeling of physical processes in gyroscopy]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2005. 176 p.
4. Basarab M.A., Kravchenko V.F., Matveev V.A. *Metody modelirovaniia i tsifrovoy obrabotki signalov v giroskopii* [Methods for modeling and digital signal processing in gyroscopy]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2007. 248 p.

5. Matveev V.A., Lunin B.S., Basarab M.A. *Navigatsionnye sistemy na volnovykh tverdotel'nykh giroskopakh* [Navigation systems on the solid-state wave gyroscopes]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2008. 240 p.
6. Zhanov Iu.K., Zhuravlev V.F. O balansirovke volnovogo tverdotel'nogo giroskopa [On balancing the solid-state wave gyro]. *Izvestiia RAN. Ser. Mekhanika tverdogo tela* [Journal of Russian Academy of Sciences. Ser. Mechanics of solids], 1998, no. 4, pp. 4-16.
7. Zhanov Iu.K., Kalenova N.V. Poverkhnostnyi debalans volnovogo tverdotel'nogo giroskopa [Surface unbalance of the solid-state wave gyro]. *Izvestiia RAN. Ser. Mekhanika tverdogo tela* [Journal of Russian Academy of Sciences. Ser. Mechanics of solids], 2001, no. 3, pp. 11-18.
8. Basarab M.A., Karapetian D.R. Global'nye optimizatsionnye algoritmy balansirovki rezonatora volnovogo tverdotel'nogo giroskopa [Global optimization algorithms for balancing the resonator of the solid-state wave gyro]. *Elektromagnitnye volny i elektronnye sistemy* [Electromagnetic waves and electronic systems], 2007, vol. 12, no. 11, pp. 8-15.
9. Basarab M.A., Matveev V.A., Ivoilov M.A. Genetic algorithms for balancing the solid-state wave gyro. *16th St. Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems*. St. Petersburg, May 25-27, 2009, pp. 103-104.
10. Matveev V.A., Basarab M.A., Ivoilov M.A. Geneticheskie algoritmy balansirovki miniatiurnogo volnovogo tverdotel'nogo giroskopa [Genetic algorithms for balancing a miniature solid-state wave gyro]. *"Intellectual'nye sistemy". Trudy 9 Mezhdunar. Simp. (INTELS'2010)*. ["Intellectual Systems". Proc. 9th Int. Symp. (INTELS'2010)]. Vladimir, June 28-July 2, 2010, pp. 516-519.
11. Basarab M.A., Ivoilov M.A. Geneticheskie algoritmy kompensatsii garmonik neodnorodnosti massy uprugogo kol'tseвого rezonatora [Genetic algorithms for compensation of mass inhomogeneity harmonics of the elastic ring gyro resonator]. *Dinamika slozhnykh sistem*, 2010, vol. 4, no. 1, pp. 58-66.
12. Hopfield J.J., Tank D.W. Computing with neural circuits: A model. *Science*, 1986, vol. 233, no. 4764, pp. 625-633.
13. Melamed I.I. Neironnye seti i kombinatornaia optimizatsiia [Neural networks and combinatorial optimization]. *Avtomatika i telemekhanika*, 1994, no. 4, pp. 3-40.