

Нечеткая интерполяция

77-30569/308732

02, февраль 2012

Деменков Н. П., Мочалов И. А.

УДК 517.97

МГТУ им. Н.Э. Баумана
demenkov@iu1.bmstu.ru

Введение.

Представление и обработка данных — класс математических задач, имеющих явно практическую направленность, прежде всего в области информатики, радиотехники, теории управления и связи, радиолокации, навигационной аппаратуры.

Нередко исходные данные при решении математических задач представлены рядом точек произвольной зависимости вида $y(x)$. Сама по себе эта зависимость может быть неизвестной. Для вычисления промежуточных значений функции используется аппарат интерполяции.

Для описания неопределенностей и неконтролируемых возмущений, которые возникают при разработке различных моделей, используемых в технических приложениях, с целью уменьшения влияния неопределенностей часто применяются методы четкой интерполяции, которые позволяют решать узкие задачи приближенных вычислений, получить устойчивые решения некорректных задач, фильтровать случайные возмущения и т.д.

Применение методов теории нечетких множеств в перечисленных выше задачах дает простые и эффективные алгоритмы.

Одним из способов фильтрации данных с неконтролируемыми возмущениями является их нечеткая интерполяция, являющаяся естественным обобщением соответствующего четкого аналога.

Алгоритмы четкой и нечеткой интерполяции основаны на использовании многочленов Ньютона и Лагранжа. С дальнейшим развитием вариационных

методов решения разностных задач вычислительной математики широко используется сплайновая интерполяция.

Достигнуты также заметные успехи в решении различных задач с применением нечетких линейных систем (НЛС) в вычислительной математике, теории управления и других областях.

В настоящей работе на основе использования нечетких вычислений и теории нечетких линейных систем решена задача ньютоновской интерполяции для нечетких данных и даны условия существования сильной, слабой интерполяции и ее отсутствия.

Базовые определения.

Нечеткое число $x_n \in R^1$ определяется как отображение $r: R^1 \rightarrow [0,1] \in R^1$, где $r(x)$ – функция принадлежности. Из-за отсутствия взаимной однозначности выделяются «левая» $\underline{r}(x)$ и «правая» $\bar{r}(x)$ ветви относительно $r(x)=1$, каждая из которых определяют уже взаимно однозначное отображение. В теории нечетких множеств используется эквивалентная уровневая форма представления нечеткого числа, задаваемая в виде обратного отображения $r^{-1}: [0,1] \in R^1 \rightarrow R^1$. Для отображения $x(r)$, $r \in [0,1]$ выделяются «нижняя» $\underline{x}(r)$ и «верхняя» $\bar{x}(r)$ ветви.

Таким образом, для нечеткого числа $x_n \in R^1$ используется цепочка эквивалентных представлений:

$$x_n \in R^1 \Leftrightarrow r(x), r \in [0,1] \Leftrightarrow (\underline{r}(x); \bar{r}(x) / x \in R^1, \underline{r}, \bar{r} \in [0,1]) \Leftrightarrow (\underline{x}(r), \bar{x}(r) / 0 \leq r \leq 1).$$

Относительно функции $r(x)$ должны выполняться следующие свойства

- 1) Функция $r(x)$ полунепрерывна сверху;
- 2) Функция $\underline{r}(x)$ монотонно возрастает;
- 3) Функция $\bar{r}(x)$ монотонно убывает.

Кроме того, для $x(r)$ должно выполняться условие $\underline{x}(r) \leq \bar{x}(r)$. Если $x(r)$ имеет треугольную форму, то перечисленные свойства выполняются для остроугольного треугольника, так как не каждый тупоугольный треугольник может изображать нечеткое число. Обычно применяется обозначение

$$x_n \Leftrightarrow (\underline{x}(r), \bar{x}(r) / 0 \leq r \leq 1).$$

Арифметические операции сложения (+), вычитания (-), умножения (x) и деления (÷) для нечетких чисел x_n и y_n определяются соотношением

$$x_H * y_H = z_H \Leftrightarrow \max_{x_H * y_H = z_H} \min ((r(x), r(y))).$$

Операции сравнения больше-равно ($\geq$), меньше-равно ($\leq$) следуют из определения [1]. Имеем нечеткие числа x_H и y_H такие, что

$$x_H \Leftrightarrow (\underline{x}(r), \bar{x}(r) / 0 \leq r \leq 1), y_H \Leftrightarrow (\underline{y}(r), \bar{y}(r) / 0 \leq r \leq 1). \text{ Тогда } x_H \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} y_H, \text{ если}$$

$$T(x_H) = \int_0^1 r[\underline{x}(r) + \bar{x}(r)]dr \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} T(y_H) = \int_0^1 r[\underline{y}(r) + \bar{y}(r)]dr. \quad (1)$$

Совокупность нечетких чисел образует банахово пространство [1].

Нечеткая функция $\varphi_H(x)$ определяется как отображение

$$\varphi_H: R^1 \rightarrow F = \{r(x)\},$$

где F – совокупность функций принадлежности $r(x)$. Это отображение параметризуется относительно $r \in [0, 1]$ и может быть представлено в виде [1]:

$$\varphi_H(x) = (\underline{\varphi}(x, r), \bar{\varphi}(x, r) / 0 \leq r \leq 1).$$

По аналогии с выражением (1) для нечеткой функции $\varphi_H(x)$ вводится критерий

$$T(\varphi_H(x)) = \int_0^1 r[\underline{\varphi}(x, r) + \bar{\varphi}(x, r)]dr.$$

Имеют место следующие утверждения:

1) Нечеткая функция $\varphi_H(x)$ монотонно возрастает (убывает), если для любых x_1 и x_2 выполняется

$$x_1 \leq x_2 \Rightarrow T(\varphi_H(x_1)) \leq T(\varphi_H(x_2)) \quad (x_2 \leq x_1 \Rightarrow T(\varphi_H(x_2)) \leq T(\varphi_H(x_1)));$$

2) Нечеткая функция $\varphi_H(x)$ непрерывна для $x \in [c, d] \subset R^1$, если $T(\varphi_H(x))$ непрерывна;

3) Нечеткая функция $\varphi_H(x)$ дифференцируема, если $T(\varphi_H(x))$ дифференцируема. Производная от нечеткой функции $\varphi_H(x)$ равна

$$\dot{\varphi}_H(x) = \left(\frac{\partial}{\partial x} \underline{\varphi}(r, x); \frac{\partial}{\partial x} \bar{\varphi}(r, x) / 0 \leq r \leq 1 \right);$$

4) Нечеткая функция $\varphi_n(x)$ интегрируема по Риману, если $T(\varphi_n(x))$ интегрируема. Интеграл от нечеткой функции $\varphi_n(x)$ равен

$$\int_c^d \varphi_n(x) dx = \left(\int_c^d \underline{\varphi}(r, x) dx; \int_c^d \overline{\varphi}(r, x) dx / 0 \leq r \leq 1 \right).$$

Приведенные утверждения показывают, что нетрудно сконструировать нечеткие аналоги основных структур классического математического анализа: нечеткие дифференциалы, нечеткие точки перегиба, нечеткие касательные, максимумы (минимумы) нечеткой функции и т.д.

Постановка задачи нечеткой интерполяции.

Задача нечеткой интерполяции формулируется следующим образом. Пусть мы имеем нечеткую функцию y_n на сетке:

$$y_n: \begin{matrix} a_0 & a_1 & \dots & a_n \\ y_{n0} & y_{n1} & \dots & y_{nn} \end{matrix},$$

где $a_i, i=\overline{0, n}$ - четкие узлы сетки, y_{ni} - нечеткие числа, которые заданы в уровневой форме

$$y_{ni} = (\underline{y}_i(r), \overline{y}_i(r) / r \in [0, 1]), i=\overline{0, n}.$$

Нечеткая функция y_n задана в параметрической форме относительно неизвестного нечеткого вектора $x_n = (x_{n0}, x_{n1}, \dots, x_{nn})^T$:

$$y_n = (a, x_n),$$

где $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T$.

Задача нечеткой интерполяции состоит в нахождении нечетких компонент x_{ni} по нечетким значениям $y_{ni}, i=\overline{1, n}$. Для этого в общем случае решается нечеткая система нечетких уравнений относительно компонент x_{ni} вектора x_n :

$$y_n = (a, x_n) |_{x_{ni}}, i=\overline{0, n}. \quad (2)$$

Здесь число неизвестных равно числу уравнений системы. Рассматривается обычно два варианта задания выражения (2):

1) Зависимость $y(a, x_n)$ представлена в виде нечеткого обобщенного многочлена по линейно-независимой четкой системе функций Чебышева $g_i(x)$:

$$y(a, x_n) = \sum_{i=0}^n x_{ni} g_i(a); \quad (3)$$

2) Зависимость $y(a, x_n)$ является нелинейной относительно вектора x_n , например, представление по нечетким тригонометрическим или экспоненциальным функциям.

По аналогии с четкой интерполяцией [2] представление (3) будем называть нечеткой лагранжевой интерполяцией, то есть это интерполяция по четкой системе функций $g_i(a)$, $i=\overline{0, n}$ для нечетких данных:

$$\det \begin{bmatrix} g_0(a_0) & g_1(a_0) & \dots & g_n(a_0) \\ g_0(a_1) & g_1(a_1) & \dots & g_n(a_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_0(a_n) & g_1(a_n) & \dots & g_n(a_n) \end{bmatrix} \neq 0.$$

В зависимости от способа задания функций $g_i(a)$ будем различать нечеткие интерполяции Ньютона, Гаусса, Лапласа-Эверта и другие нечеткие интерполяции.

Нечеткая ньютоновская интерполяция.

Положим в выражении (3) $g_i(a) = a^i$, $i=\overline{0, n}$. Тогда нечеткий обобщенный многочлен будет иметь вид $y(a, x_n) = \sum_{i=0}^n x_{ni} g_i(a)$, а нечеткая линейная система (3) для нахождения $x_{n0}, x_{n1}, \dots, x_{nn}$:

$$\sum_{i=0}^n x_{ni} a^i = y_{ni}, \quad i=\overline{0, n}. \quad (4)$$

Определитель Вандермонда имеет вид:

$$\Delta_{n+1} = \det \begin{bmatrix} 1 & a_0 & \dots & a_0^n \\ 1 & a_1 & \dots & a_1^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & a_n & \dots & a_n^n \end{bmatrix} = \prod_{n \geq i > k \geq i} (a_i - a_k) \neq 0.$$

Поэтому по правилу Крамера получим решение нечеткой линейной системы. Выражение (4) в матричной форме будет иметь вид:

$$Ax_n = y_n, \quad (5)$$

$$\text{где } A = \begin{bmatrix} 1 & a_0 & \dots & a_0^n \\ 1 & a_1 & \dots & a_1^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & a_n & \dots & a_n^n \end{bmatrix}, \quad x_n = (x_{n0}, x_{n1}, \dots, x_{nn})^T, \quad y_n = (y_{n0}, y_{n1}, \dots, y_{nn})^T.$$

Система (5) решается в соответствии с методикой, которая изложена в [3].

Расширенная система имеет вид:

$$Sx_n = y_n, \quad (6)$$

где $S = \begin{bmatrix} B & \vdots & C \\ \dots & \vdots & \dots \\ C & \vdots & B \end{bmatrix}$ – блочная матрица, в которой матрица B содержит

положительные элементы матрицы A и нули – для отрицательных ее элементов, а матрица C содержит модули отрицательных элементов матрицы A и нули ее положительных элементов. В результате размерность матрицы B $\dim B = [2(n+1) \times 2(n+1)]$. Вектора x_n, y_n соответственно равны:

$$x_n = (x_0, \dots, x_n, -\bar{x}_0, \dots, -\bar{x}_n)^T, y_n = (y_0, \dots, y_n, -\bar{y}_0, \dots, -\bar{y}_n)^T.$$

В [3] доказывается, что при $\det A \neq 0$ и $\det[B+C] \neq 0 \Rightarrow \det S \neq 0$. Поэтому решение уравнения (6) будет равно:

$$x_n = S^{-1} y_n, \quad (7)$$

где $S^{-1} = \begin{bmatrix} D & \vdots & E \\ \dots & \vdots & \dots \\ E & \vdots & D \end{bmatrix}$ – блочная матрица, в которой

$$D = 0.5[(B+C)^{-1} + (B-C)^{-1}], E = 0.5[(B+C)^{-1} - (B-C)^{-1}].$$

Решение уравнения (7) для x_n дает сильное решение или сильную ньютоновскую интерполяцию, если это решение удовлетворяет свойствам определения нечеткого числа. В противном случае имеем слабое решение или слабую ньютоновскую интерполяцию. Имеют место следующие утверждения:

- 1) Если $\det A \neq 0$, $\det S \neq 0$ и компоненты вектора y_n линейно независимы, то уравнение (7) не имеет решения и не существует соответствующая ньютоновская интерполяция;
- 2) Если $\det A \neq 0$, $\det S = 0$, а компоненты вектора y_n линейно зависимы, то уравнение (7) имеет бесконечно много решений, из которых можно выделить сильные и слабые решения, что будет соответствовать сильной и слабой нечеткой ньютоновской интерполяции.

Рассмотрим решение задачи нечеткой ньютоновской интерполяции на примере простейших задач.

Пример 1.

Пусть в координатах (a, y_n) имеем:

$$(-1, 1(r)), (3, 5(r)).$$

где y_{n1} и y_{n2} – нечеткие числа с функциями принадлежности:

$$y_{n1} = 1(r) = (r, 2-r / r \in [0,1]), \quad y_{n2} = 5(r) = (4+r, 7-2r / r \in [0,1]).$$

Необходимо найти нечеткую ньютоновскую интерполяцию 1-го порядка $y(a) = x_{n1}a + x_{n2}a$. Выражение (5) будет в этом случае примет вид:

$$\begin{cases} 1x_{n1} & -1x_{n2} = y_{n1} \\ 1x_{n1} & 3x_{n2} = y_{n2} \end{cases} \Leftrightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} x_{n1} \\ x_{n2} \end{bmatrix}}_{x_n} = \underbrace{\begin{bmatrix} y_{n1} \\ y_{n2} \end{bmatrix}}_{y_n},$$

в котором $\det A = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 4 \neq 0$. По матрице A составляем блочные матрицы B и C :

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \text{ Расширенная система уравнений (6) будет иметь вид:}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}}_S \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ -\bar{x}_1 \\ -\bar{x}_2 \end{bmatrix}}_{x_n} = \underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ -\bar{y}_1 \\ -\bar{y}_2 \end{bmatrix}}_{y_n}.$$

Так как $\det A \neq 0$ и $\det[B+C] \neq 0 \Rightarrow \det S \neq 0$. В этом случае решение системы $Sx_n = y_n$ существует и является единственным:

$x_n = S^{-1} y_n$. Расчеты по S^{-1} дают:

$$D = 0.5[(B+C)^{-1} + (B-C)^{-1}] = \begin{bmatrix} 1.125 & -0.125 \\ -0.375 & 0.375 \end{bmatrix},$$

$$E = 0.5[(B+C)^{-1} - (B-C)^{-1}] = \begin{bmatrix} 0.375 & -0.375 \\ -0.125 & 0.125 \end{bmatrix}. \text{ Следовательно,}$$

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} D & \vdots & E \\ \dots & \vdots & \dots \\ E & \vdots & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.125 & -0.125 & 0.375 & -0.375 \\ -0.375 & 0.375 & -0.125 & 0.125 \\ 0.375 & -0.375 & 1.125 & -0.125 \\ -0.125 & 0.125 & -0.375 & 0.375 \end{bmatrix} \text{ и}$$

$$x_H = S^{-1} y_H \Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ -\bar{x}_1 \\ -\bar{x}_2 \end{bmatrix}}_{x_H} = S^{-1} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{y}_1 = r \\ \underline{y}_2 = r + 4 \\ \bar{y}_1 = r - 2 \\ \bar{y}_2 = 2r - 7 \end{bmatrix}}_{y_H}.$$

Окончательно получим:

$$\left\{ x_{H1} = \underbrace{1.375 + 0.625r}_{\underline{x}_1(r)}; \underbrace{2.875 + 0.875r}_{\bar{x}_1(r)} / r \in [0,1] \right\},$$

$$\left\{ x_{H2} = \underbrace{0.875 + 1.125r}_{\underline{x}_2(r)}; \underbrace{1.375 + 0.375r}_{\bar{x}_2(r)} / r \in [0,1] \right\}.$$

Из полученного решения видно, что $\underline{x}_1(r) \leq \bar{x}_1(r)$ и $\underline{x}_2(r) \leq \bar{x}_2(r)$. Следовательно, найденное решение x_{H1} и x_{H2} является сильной ньютоновской интерполяцией.

Пример 2. Взаимосвязь слабой и сильной интерполяции.

Пусть в координатах (a, y_H) имеем:

$(-2, 1(r)), (3, 1(\beta r))$, где $\beta \geq 0$ – параметр, а y_{H1} и y_{H2} – нечеткие числа с функциями принадлежности:

$$y_{H1} = (r, 2-r / r \in [0,1]), \quad y_{H2} = 5(r) = (r, (\beta+1)-\beta r / r \in [0,1]).$$

Зададим интерполяционный многочлен 1-го порядка:

$y(a) = x_{H1} + x_{H2}a$. Выражение (5) будет в этом случае примет вид:

$$y(a) \Big|_{\substack{a=a_1, \quad y=y_{H1} \\ a=a_2, \quad y=y_{H2}}} \Leftrightarrow \begin{cases} 1x_{H1} - 2x_{H2} = y_{H1} \\ 1x_{H1} - 3x_{H2} = y_{H2} \end{cases} \Leftrightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} x_{H1} \\ x_{H2} \end{bmatrix}}_{x_H} = \underbrace{\begin{bmatrix} y_{H1} \\ y_{H2} \end{bmatrix}}_{y_H},$$

в котором $|A|=5 \neq 0$.

По матрице A составляем блочные матрицы B и C :

$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$. Матрица S для расширенной системы уравнений (6) будет иметь вид:

$$S = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}}_S, \text{ а детерминант } |S| \neq 0.$$

Поэтому решение расширенной системы уравнений (6) существует и равно:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix}}_{x_H} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1.8 & -0.8 & 1.2 & -1.2 \\ -0.6 & 0.6 & -0.4 & 0.4 \\ 1.2 & -1.2 & 1.8 & -0.8 \\ -0.4 & 0.4 & -0.6 & 0.6 \end{bmatrix}}_{S^{-1}} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{y}_1 = r \\ \underline{y}_2 = r + 4 \\ -\bar{y}_1 = r - 2 \\ -\bar{y}_2 = \beta r - (\beta + 1) \end{bmatrix}}_{y_H}.$$

Откуда получим:

$$\left\{ x_{H1} = \underbrace{1.2(\beta - 1) + (2.2 - 1.2\beta)r}_{\underline{x}_1(r)}; \underbrace{(2.8 - 0.8\beta) - (1.8 - 0.8\beta)r}_{\bar{x}_1(r)} / r \in [0,1] \right\},$$

$$\left\{ x_{H2} = \underbrace{0.4(1 - \beta) + 0.4(\beta - 1)r}_{\underline{x}_2(r)}; \underbrace{0.6(\beta - 1) - 0.6(\beta - 1)r}_{\bar{x}_2(r)} / r \in [0,1] \right\}$$

Дальнейшие вычисления дают:

$$x_{H1}|_{r=1} = 1; \quad \underline{x}_{H1}(r)|_{r=0} = 1.2(\beta - 1); \quad \bar{x}_{H1}(r)|_{r=0} = 2.8 - 0.8\beta;$$

$$x_{H2}|_{r=1} = 0; \quad \underline{x}_{H2}(r)|_{r=0} = 0.4(1 - \beta); \quad \bar{x}_{H2}(r)|_{r=0} = 0.6(\beta - 1).$$

Исходя из определения нечеткого числа, должны выполняться следующие условия:

$$\begin{cases} \underline{x}_{H1}(r)|_{r=0} \leq 1 \\ \bar{x}_{H1}(r)|_{r=0} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1.2(\beta - 1) \leq 1 \\ 2.8 - 0.8\beta \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta \leq \frac{11}{6} \\ \beta \leq \frac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow \beta \leq \frac{11}{6},$$

$$\begin{cases} \underline{x}_{H2}(r)|_{r=0} \leq 0 \\ \bar{x}_{H2}(r)|_{r=0} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0.4(1 - \beta) \leq 0 \\ 0.6(\beta - 1) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \beta \geq 1.$$

Таким образом, для нечеткой линейной системы при $1 \leq \beta \leq \frac{11}{6}$ будем иметь сильное решение системы и, соответственно, получим сильный нечеткий интерполяционный многочлен. Например, при $\beta=1.5$, то есть находящимся в пределах ограничений, имеем сильный нечеткий интерполяционный многочлен:

$$y(a) = x_{n1} + x_{n2}a = \left\{ \underbrace{(0.6 + 0.4r)}_{\underline{x}_1(r)} + \underbrace{(-0.2 + 0.2r)a}_{\underline{x}_2(r)}; \underbrace{(1.6 - 0.6r)}_{\bar{x}_1(r)} + \underbrace{(0.3 - 0.3r)a}_{\bar{x}_2(r)} / r \in [0,1] \right\}.$$

При $\beta=1.9$, то есть выходящим за пределы ограничений, будем иметь:

$$\left\{ x_{n1} = \underbrace{1.08 - 0.08r}_{\underline{x}_1(r)}; \underbrace{1.28 - 0.28r}_{\bar{x}_1(r)} / r \in [0,1] \right\},$$

$$\left\{ x_{n2} = \underbrace{-0.36 + 0.36r}_{\underline{x}_2(r)}; \underbrace{0.54 - 0.54r}_{\bar{x}_2(r)} / r \in [0,1] \right\}.$$

В этом случае $\underline{x}_1(r)|_{r=0}=1.08>1$ и, соответственно, функция $\underline{x}_1(r)$ является монотонно убывающей, что противоречит определению нечеткого числа ($\underline{x}_1(r)$ должна быть монотонно возрастающей).

Слабое нечеткое решение u_n системы находится из условий:

$$u_{n1} = \left\{ \underbrace{\min\{\underline{x}_1(r), \bar{x}_1(r), x_0(r=1)\}}_{\underline{u}_1^H(r)}; \underbrace{\max\{\underline{x}_1(r), \bar{x}_1(r), x_0(r=1)\}}_{\bar{u}_1^H} / r \in [0,1] \right\} =$$

$$= (1; 1.28 - 0.28r / r \in [0,1]),$$

$$u_{n2} = x_{n1},$$

а слабый нечеткий интерполяционный многочлен равен:

$$y(a) = u_{n1} + u_{n2}a = \left\{ \underbrace{1}_{\underline{u}_1(r)} + \underbrace{(-0.36 + 0.36r)a}_{\underline{u}_2(r)}; \underbrace{(1.28 - 0.28r)}_{\bar{u}_1(r)} + \underbrace{(0.54 + 0.54r)a}_{\bar{u}_2(r)} / r \in [0,1] \right\}.$$

Отметим, что невырожденность матрицы A не гарантирует, что матрица B является также невырожденной.

Если расширенная матрица C вырождена, то система уравнений (6), может не иметь решения или бесконечного множества решений. Следовательно, в этом случае интерполяция невозможна.

Заключение.

Рассмотрены общие положения нечеткой интерполяции в случае, когда значения сеточной функции задаются в виде нечетких чисел.

Из разнообразных типов интерполяции внимание акцентируется на ньютоновской интерполяции, когда для этих целей используется нечеткий степенной многочлен.

Для нечеткой ньютоновской интерполяции даются условия существования сильной, слабой нечеткой интерполяции и ее отсутствия.

Рассмотрены примеры для случая, когда степенной многочлен представлен многочленом первой степени, используемым для нечеткой интерполяции двух нечетких чисел.

Интерполяция многочленами имеет один существенный недостаток, заключающийся в появлении «краевого эффекта» на концах заданного промежутка. Для его устранения обычно используется интерполяция сплайнами различных типов. В этой связи весьма актуальной является задача получения сплайна на нечетких данных и их анализ на тип сплайна (сильный, слабый или отсутствие нечеткого сплайна).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Roy Goestdhel Jr. and Willim Voxman. Elementary fuzzy calculus. Fuzzy sets and systems, 18 (1986), pp. 31-43.
2. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики, Учеб. пособие. Санкт-Петербург, Лань, 2009. С.608.
3. Menahem Friedman, Ming Ma, Abraham Kandel, Fuzzy linear systems. Fuzzy sets and systems, 96 (1998), pp. 201-209.

Fuzzy interpolation

77-30569/308732

02, February 2012

Demenkov N.P., Mochalov I.A.

Bauman Moscow State Technical University

demenkov@iu1.bmstu.ru

The general provisions of the fuzzy interpolation were considered for the case when the values of the grid functions were defined as fuzzy numbers. Attention was paid to Newton's interpolation, where fuzzy power polynomial was used to reach the same goals. The existence conditions of strong, weak fuzzy Newtonian interpolation and its absence were given. Examples were given for the case when the power polynomial was the first-degree polynomial used for fuzzy interpolation of two fuzzy numbers. Spline interpolation is usually used to eliminate the edge effect at the end of the specified period. So the task of obtaining spline from fuzzy data and analysis of this data for the type of spline (strong, weak or lack of a fuzzy spline) is very important.

Publications with keywords: [modelling](#), [algorithm](#), [filtering](#), [fuzzy interpolation](#), [fuzzy linear system](#), [polynomial](#), [data processing](#)

Publications with words: [modelling](#), [algorithm](#), [filtering](#), [fuzzy interpolation](#), [fuzzy linear system](#), [polynomial](#), [data processing](#)

Reference

1. Roy Goestdhel Jr., Willim Voxman, Elementary fuzzy calculus, Fuzzy sets and systems, 18 (1986) 31-43.
2. Marchuk G.I., Methods of Computational Mathematics, Sankt-Peterburg, Lan', 2009, 608 p.
3. Menahem Friedman, Ming Ma, Abraham Kandel, Fuzzy linear systems, Fuzzy sets and systems 96 (1998) 201-209.