

## Среднее время до срыва слежения и среднее значение частотного рассогласования фазовой автоподстройки при наличии комбинированного воздействия

77-30569/296014

# 12, декабрь 2011

Шахтарин Б. И., Асланов Т. Г.

УДК 621.396.66

МГТУ им. Н.Э. Баумана

[shakhtarin@mail.ru](mailto:shakhtarin@mail.ru)

[tabasik@gmail.com](mailto:tabasik@gmail.com)

### Введение

Последние десятилетия характерны широким применением систем синхронизации. Наибольшее распространение системы синхронизации нашли в радиосвязи, радионавигации и в следящих системах.

Внедрение спутниковых радионавигационных и радиосвязных систем породили повышенный интерес к системам синхронизации, к их точности и помехозащищенности.

Все эти системы работают в условиях воздействия помех [1-3].

Дальнейшее усовершенствование систем синхронизации за счет улучшения конструктивных и технологических решений имеет предел, вызываемый воздействием флуктуаций и помех естественного и искусственного происхождения.

Помехоустойчивости систем синхронизации посвящен ряд работ. [1-5]

В данной статье впервые проведен сравнительный анализ среднего времени до срыва слежения и среднего значения частотного рассогласования при использовании двух методик [4] и [5].

### 1. Среднее время до срыва слежения и среднего значения частотного рассогласования по методу [4]

В работе [4] среднее время до срыва слежения находится, исходя из уравнения Понтрягина, имеющего вид

$$\frac{d^2\gamma_1(x)}{dx^2} - rh_1(x)\frac{d\gamma_1(x)}{dx} + r = 0, \quad (1.1)$$

где  $h_1(x) = J_0(x_1)\sin x - \bar{\beta}$ ;  $\bar{\beta} = \beta - \varepsilon J_1(x_1)$ ;  $\gamma_1 = \gamma_c = \Omega T_c$  – среднее время до срыва слежения;  $x_1 = \varepsilon/d$  – амплитуда первой гармоники;  $r$  – отношение сигнал/шум (ОСШ);  $J_0(x_1)$  и  $J_1(x_1)$  – функции Бесселя, соответственно нулевого и первого порядка;  $\beta$  – нормированная начальная частотная расстройка между частотой управляемого генератора и частотой входного сигнала;  $\varepsilon$  – отношение помеха/сигнал;  $d = \Delta\Omega/\Omega$ ;  $\Delta\Omega$  – отстройка по частоте сигнала и гармонической помехи;  $\Omega$  – полоса синхронизации ФАП.

Среднее время до срыва слежения  $\gamma_c$  получаем по [1, формулы (1.89) и (1.90)]

$$|I_{i\bar{v}}(\rho)|^2 = \frac{sh\pi\bar{v}}{\pi\bar{v}} \left[ I_0^2(\rho) + 2\bar{v}^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n I_n(\rho)}{n^2 + \bar{v}^2} \right] = \frac{sh\pi\bar{v}}{\pi\bar{v}} R_{\Sigma}.$$

В результате получаем

$$\gamma_c = \frac{2\pi h \pi \bar{v}}{\beta} R_{\Sigma}(\rho, \bar{v}, \varepsilon), \quad (1.2)$$

где  $R_{\Sigma} = \frac{\pi\bar{v}}{sh\pi\bar{v}} |I_{i\bar{v}}(\rho)|$ ; (1.3)

$\bar{v} = \bar{\beta}r$ ;  $\rho = rJ_0(x_1)$ ;  $I_{iv}(\rho)$  – модифицированная функция Бесселя мнимого порядка.

После нахождения среднего времени до срыва слежения, найдем среднее значение частотного рассогласования. Для этого используем формальную аналогию между ФАП, функционирующей при наличии гармонической помехи за пределами синхронизации, и ФАП без помехи с синусоидальной нелинейностью, если ввести приведенные параметры  $\bar{\beta}$ ,  $\rho$  и  $\bar{v}$ . Для обычной ФАП имеет место простая связь [4, формула (12.17)] между средним временем до срыва слежения и средним значением частотного рассогласования, справедливая для системы первого порядка:

$$\beta_c = (2\pi/\gamma_c) h \pi \bar{v}. \quad (1.4)$$

В результате после подстановки переменных в уравнение (1.4) можно получить

$$\beta_c = \bar{\beta} / R_{\Sigma}(\rho, \bar{v}, \varepsilon). \quad (1.5)$$

Соотношение (1.5) и было использовано при расчетах среднего значения частотного рассогласования.

## 2. Среднее время и среднее значение частотного рассогласования по методу [5]

В работе [5] при среднее время до срыва слежения в случае первого порядка принимает вид

$$\gamma_c = \frac{2\pi^2 v}{\beta ch \pi v} |I_{i\nu}(rM_0)|^2, \quad (2.1)$$

где  $v = \beta r$ ;  $M_0 = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ ;  $A_1 = J_0(x_1) + \varepsilon J_1(x_1) \sin \psi$ ;  $A_2 = \varepsilon J_1(x_1) \cos(\psi)$ .

$\psi$  – фазовый угол первой гармоники.

Значение параметров  $\psi$  и  $x_1$  могут быть определены следующим образом:

$$x_1^2 = \frac{\varepsilon^2}{d^2 + 1 - \beta^2}; \quad (2.2)$$

$$\begin{cases} \psi_1 = x_0 + A - \pi; \\ \psi_2 = x_0 - A; \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\sin x_0 = \beta - \frac{1}{2} x_1^2 d; \quad (2.4)$$

$$A = \arcsin\left(\frac{2J_1(x_1) \cos x_0}{\varepsilon[J_2(x_1) - J_0(x_1)]}\right). \quad (2.5)$$

В уравнении (2.3)  $\psi_1$  справедливо при  $d < 0$  и соответственно  $\psi_2$  при  $d > 0$ .

Используя аналогично (1.2) и (2.1) с заменой  $\rho$  на  $rM_0$ , получим

$$\gamma_c = \frac{2\pi h(\pi v)}{\beta} R_\Sigma(rM_0, \bar{v}, \varepsilon). \quad (2.6)$$

Используя значение  $M_0$  [5], имеем

$$M_0 = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = \sqrt{(J_0(x_1))^2 + 2\varepsilon J_0(x_1)J_1(x_1) \sin \psi + (\varepsilon J_1(x_1))^2}.$$

Отсюда, если пренебречь вторым и третьим слагаемым под знаком квадратного корня, получим  $rM_0 = rJ_0(x_1) = \rho$ , как в предыдущем случае [см (1.2)].

Среднее значение частотного рассогласования может быть найдено по формуле

$$\beta_c = \beta \frac{sh(\pi v)}{\pi v |I_{j\nu}(rM_0)|^2}. \quad (2.7)$$

Используя (1.3) по (2.7) с заменой  $\rho$  на  $rM_0$ , получим

$$\beta_c = \frac{\beta}{R_\Sigma(rM_0, \bar{v}, \varepsilon)}. \quad (2.8)$$

На рис. 1а приведены средние значения частотного рассогласования, рассчитанные по формуле (2.8) и (1.5) при  $\varepsilon=0.6$ ;  $d=0.5$ ; Кривые 1, 2 – получены при  $\beta=0.8$ ; 3, 4 –  $\beta=0.5$ ;

5, 6 –  $\beta=0.2$ ; Кривые 1, 3, 5 – получены по методу [5], 2, 4, 6 – по методу [4]. На рис. 1б приведены средние значения частотного рассогласования, рассчитанные по формуле (2.8) и (1.5) при  $\beta=0.5$ ;  $d=0.5$ ; Кривые 1, 2 – получены при  $\varepsilon=0.9$ ; 3, 4 –  $\varepsilon=0.6$ ; 5, 6 –  $\varepsilon=0.3$ ; Кривые 1, 3, 5 – получены по методу [4], 2, 4, 6 – по методу [5].

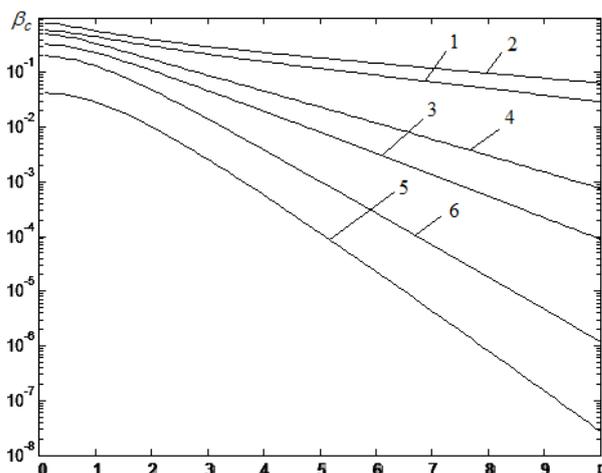


Рисунок 1а

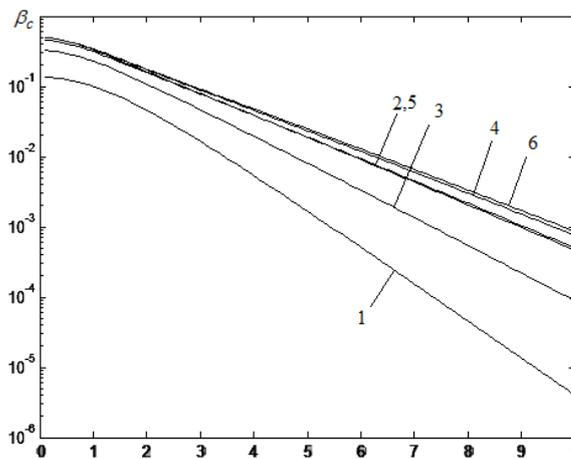


Рисунок 1б

На рис. 2а приведены кривые среднего времени до срыва слежения, рассчитанные по формуле (1.2) и (2.6) при  $\varepsilon=0.6$ ;  $d=0.5$ ; Кривые 1, 2 – получены при  $\beta=0.8$ ; 3, 4 –  $\beta=0.5$ ; 5, 6 –  $\beta=0.2$ ; Кривые 1, 3, 5 – получены по методу [5], 2, 4, 6 – по методу [4]. На рис. 2б приведены кривые среднего времени до срыва слежения, рассчитанные по формуле (1.2) и (2.6) при  $\beta=0.5$ ;  $d=0.5$ ; Кривые 1, 2 – получены при  $\varepsilon=0.9$ ; 3, 4 –  $\varepsilon=0.6$ ; 5, 6 –  $\varepsilon=0.3$ ; Кривые 1, 3, 5 – получены по методу [4], 2, 4, 6 – по методу [5].

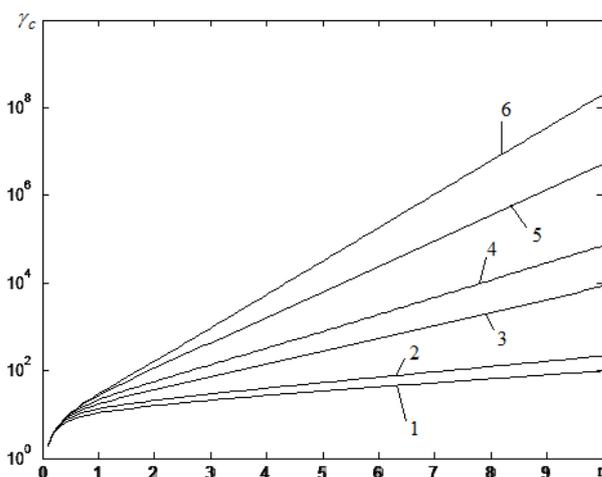


Рисунок 2а

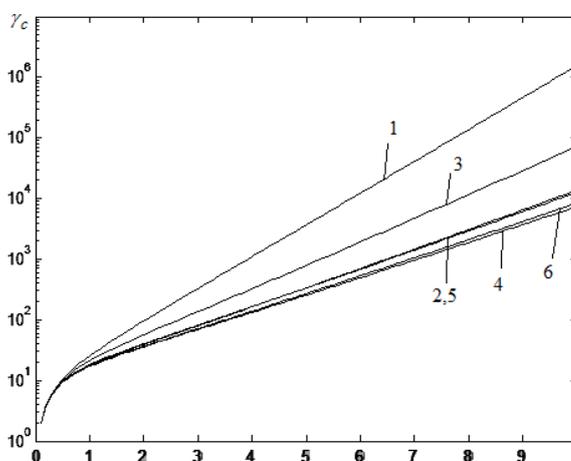


Рисунок 2б

## Заключение

Таким образом, в статье произведено сравнение двух методов вычисления среднего времени до срыва синхронизации и среднего значения частотного рассогласования. Показаны области сходства и различия полученных результатов в зависимости от параметров ФАП и гармонической помехи.

## Литература.

1. *Шахтарин Б.И.* Анализ систем синхронизации при наличии помех. М.: ИПРЖР, 1996. – 252 с.
2. *Meyr H., Ascheid G.* Synchronization in digital communications v.1 Phase. -, frequency – locked loops, and amplitude control. N.Y. Wiley, 1990. – 510 pp.
3. *Stephens D.R.* Phase – locked loops -for Wireless communications. Digital, analog and implementations. 2<sup>nd</sup>ed. N.Y. – Kluwer. – 2002 – 421 pp
4. *Шахтарин Б.И.* Статистическая динамика систем синхронизации. М.: Радио и связь, 1998. – 488 с.
5. *Karsi M.F. Lindsey W.C.* Effects of CW interference on phase-locked loop performance IEEE Trans; 2000, v48, №5, с. 886-896
6. Шахтарин Б.И., Сизых В.В., Сидоркина Ю.А. Синхронизация в радиосвязи и радионавигации – М.: Горячая линия – Телеком. 2011, 278 с.
7. Шахтарин Б.И., Асланов Т.Г. Сравнительный анализ характеристик воздействия помех на системы синхронизации // Телекоммуникационные системы и технологии: 4-ый Межд. радиоэлек. форум. Украина, Харьков, 2011 С. 187-190.
8. Шахтарин Б.И., Асланов Т.Г. Анализ систем синхронизации численными методами // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение 2011. - №4

## Average time before tracking loss and average value of frequency disagreement of phase lock loop with composite action

77-30569/296014

# 12, December 2011

Shahtarin B.I, Aslanov T.G.

Bauman Moscow State Technical University

[shakhtarin@mail.ru](mailto:shakhtarin@mail.ru)

[tabasik@gmail.com](mailto:tabasik@gmail.com)

Average time before tracking loss and average value of frequency disagreement of phase lock loop were considered when adaptive combination of signal, harmonic interference and noise was received as an input signal..

---

Publications with keywords: [average time](#), [the frequency mismatch](#), [tracking failure](#), [self-tuning](#)

Publications with words: [average time](#), [the frequency mismatch](#), [tracking failure](#), [self-tuning](#)

---

### Reference

1. Shakhtarin B.I., Analysis of the systems of synchronization at presence of noise, Moscow, IPRZhR, 1996, 252 p.
2. Meyr H., Ascheid G., Synchronization in digital communications, Vol.1, Phase - frequency – locked loops, and amplitude control, N.Y., Wiley, 1990, 510 p.
3. Stephens D.R., Phase – locked loops -for Wireless communications. Digital, analog and implementations, 2<sup>nd</sup> ed., N.Y., Kluwer, 2002, 421 p.
4. Shakhtarin B.I., Statistical dynamics of the systems of synchronization, Moscow, Radio i sviaz', 1998, 488 p.
5. Karsi M.F. Lindsey W.C. Effects of CW interference on phase-locked loop performance, IEEE Trans. 48 (5) (2000) 886-896.
6. Shakhtarin B.I., Sizykh V.V., Sidorkina Iu.A., Synchronization in radiocommunication and radionavigation, Moscow, Goriachaia liniia – Telekom, 2011, 278 p.
7. Shakhtarin B.I., Aslanov T.G., in: Proc. of the 4-th International radio-electronic forum on Telecommunication systems and technologies, Ukraina, Khar'kov, 2011, pp. 187-190.
8. Shakhtarin B.I., Aslanov T.G., Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Priborostroenie - Bulletin of BMSTU. Ser. Instrumentation technology 4 (2011).