

# СИСТЕМА ПОДДЕРЖКИ И ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ О ПОКУПКЕ АВТОМОБИЛЯ

*А.С. Мясников*

*Цвет автомобиля может быть любым при условии, что он черный.*

*Генри Форд*

Все люди являются потребителями. Наличие конкуренции между производителями улучшает качество товаров, снижает их стоимость и заставляет покупателя выбирать среди большого ассортимента товаров такой, который бы максимально удовлетворял его потребности. Так, каждый автолюбитель хотя бы раз в жизни стоял перед выбором автомобиля для его покупки. Обилие информации о технико-экономических характеристиках автомобиля не позволяет однозначно принять решение о выборе конкретной машины. В данной работе представлена система поддержки принятия решения<sup>1</sup> о покупке автомобиля на основе математического аппарата нечеткой логики.

Задача выбора автомобиля относится к классу слабоструктурированных проблем. Для решения задач этого класса успешно используются системы поддержки принятия решения (СППР). СППР - это интерактивные автоматизированные системы, помогающие лицу, принимающему решения, использовать данные и модели для решения слабоструктурированных проблем [1, 2]. Лицом, принимающим решение, (ЛПР) в данной задаче является молодой человек<sup>2</sup> со средними потребностями в поездках на личном автотранспорте, среднего достатка и имеющий опыт эксплуатации отечественных автомобилей. Так, в результате беседы с экспертом было установлено, что на его решение оказывают три основных характеристики автомобиля:  $X$  - стоимость (в тысячах рублей [0...500 т.р.]),  $Y$  - эксплуатационные расходы (в процентах от стоимости за один год эксплуатации [0...30%]) и  $Z$  - надежность (в условных единицах [0...1]). При этом под эксплуатационными расходами подразумеваются расходы на горюче-смазочные материалы, замену шин, техническое обслуживание, расходы на запасные части автомобиля в случае возникновения неисправности. Под надежностью понимается комплексное свойство, которое включает безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость [3]. Количественная оценка надежности обычно производится по её частным показателям (вероятность безотказной работы, срок сохраняемости и т.п.). Однако в рамках данной работы оценка надежности конкретного автомобиля производится на основе доступных статистических данных об эксплуатационных характеристиках автомобиля, опыта и интуиции ЛПР. Множества  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  были приняты входными лингвистическими переменными [4] системы нечеткого логического вывода с термами — нечеткими подмножествами<sup>3</sup>:

$X_1 \in X$  - низкая стоимость,  $X_2 \in X$  - приемлемая стоимость,  $X_3 \in X$  - максимально возможная стоимость,  $X_4 \in X$  - высокая стоимость;

$Y_1 \in Y$  - низкие расходы,  $Y_2 \in Y$  - оптимальные расходы,  $Y_3 \in Y$  - неприемлемые расходы;

$Z_1 \in Z$  - низкая надежность,  $Z_2 \in Z$  - средняя надежность,  $Z_3 \in Z$  - высокая надежность,  $Z_4 \in Z$  - безупречная надежность.

При этом в качестве выходной лингвистической переменной  $T$  с множеством значений [0...1] выбрано «решение о покупке автомобиля» с термами  $\{T_1 \in T$  - да;  $T_2 \in T$  - скорее да, чем нет;  $T_3 \in T$  - скорее нет, чем да;  $T_4 \in T$  - нет}.

1 От англ. *Decision Support System, DSS*

2 Далее по тексту - эксперт

3 Согласно замечанию Кофмана [7], множества всегда будут обычными и только подмножества — нечеткими.

Для фаззификации<sup>4</sup> нечеткого вывода должны быть определены функции принадлежности четких значений лингвистических переменных нечетким множествам — термам этих лингвистических переменных. Поэтому для каждой лингвистической переменной в результате беседы были определены качественные зависимости функций принадлежности значений переменной каждому из её термов. Для построения функций принадлежности значений четких значений  $x \in X$ ,  $y \in Y$ ,  $z \in Z$  и  $t \in T$  переменных  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  и  $T$  нечетким множествам-термам целесообразно провести экспертный опрос [5, стр.33-34]. Однако на этапе разработки СППР достаточно иметь приближенные кусочно-линейные директивно-заданные функции принадлежности:

а) стоимости автомобиля:

$$\begin{aligned} \mu_{X_1}(x) &= \left\{ \begin{array}{l} 1, \text{ при } x \leq 150 \\ 0, \text{ при } x \geq 250 \\ \frac{250-x}{100}, \text{ при } 150 \leq x \leq 250 \end{array} \right\}, \\ \mu_{X_2}(x) &= \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ при } x \leq 150 \\ 0, \text{ при } x \geq 350 \\ \frac{x-150}{100}, \text{ при } 150 \leq x \leq 250 \\ \frac{350-x}{100}, \text{ при } 250 \leq x \leq 350 \end{array} \right\}, \\ \mu_{X_3}(x) &= \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ при } x \leq 250 \\ 0, \text{ при } x \geq 450 \\ \frac{x-250}{100}, \text{ при } 250 \leq x \leq 350 \\ \frac{450-x}{100}, \text{ при } 350 \leq x \leq 450 \end{array} \right\}, \\ \mu_{X_4}(x) &= \left\{ \begin{array}{l} 1, \text{ при } x \geq 450 \\ 0, \text{ при } x \leq 350 \\ \frac{x-350}{100}, \text{ при } 350 \leq x \leq 450 \end{array} \right\}; \end{aligned}$$

б) эксплуатационных расходов:

$$\begin{aligned} \mu_{Y_1}(y) &= \left\{ \begin{array}{l} 1, \text{ при } y \leq 5 \\ 0, \text{ при } y \geq 10 \\ \frac{10-y}{5}, \text{ при } 5 \leq y \leq 10 \end{array} \right\}, \\ \mu_{Y_2}(y) &= \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ при } y \leq 5 \\ 0, \text{ при } y \geq 20 \\ \frac{y-5}{5}, \text{ при } 5 \leq y \leq 10 \\ \frac{20-y}{5}, \text{ при } 15 \leq y \leq 20 \\ 1, \text{ при } 10 \leq y \leq 15 \end{array} \right\}, \\ \mu_{Y_3}(y) &= \left\{ \begin{array}{l} 1, \text{ при } y \geq 20 \\ 0, \text{ при } y \leq 15 \\ \frac{y-15}{5}, \text{ при } 15 \leq y \leq 20 \end{array} \right\}; \end{aligned}$$

в) надежности автомобиля:

$$\mu_{z_1}(z) = \left\{ \begin{array}{l} 1, \text{ при } z \leq 0,25 \\ 0, \text{ при } z \geq 0,50 \\ \frac{0,5-z}{0,25}, \text{ при } 0,25 \leq z \leq 0,50 \end{array} \right\},$$

$$\mu_{z_2}(z) = \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ при } z \leq 0,25 \\ 0, \text{ при } z \geq 0,75 \\ \frac{z-0,25}{0,25}, \text{ при } 0,25 \leq z \leq 0,50 \\ \frac{0,75-z}{0,25}, \text{ при } 0,50 \leq z \leq 0,75 \end{array} \right\},$$

$$\mu_{z_3}(z) = \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ при } z \leq 0,4 \\ 0, \text{ при } z \geq 0,8 \\ \frac{z-0,4}{0,2}, \text{ при } 0,4 \leq z \leq 0,6 \\ \frac{0,8-z}{0,2}, \text{ при } 0,6 \leq z \leq 0,8 \end{array} \right\},$$

$$\mu_{z_4}(z) = \left\{ \begin{array}{l} 1, \text{ при } z \geq 0,9 \\ 0, \text{ при } z \leq 0,7 \\ \frac{z-0,7}{0,2}, \text{ при } 0,7 \leq z \leq 0,9 \end{array} \right\};$$

г) выходной лингвистической переменной:

$$\mu_{T_1}(t) = \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ при } t \geq 0,30 \\ \frac{0,3-t}{0,3}, \text{ при } 0,0 \leq t \leq 0,30 \end{array} \right\},$$

$$\mu_{T_2}(t) = \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ при } t \geq 0,6 \\ \frac{t-0,3}{0,3}, \text{ при } 0 \leq t \leq 0,3 \\ \frac{0,6-t}{0,3}, \text{ при } 0,3 \leq t \leq 0,6 \end{array} \right\},$$

$$\mu_{T_3}(t) = \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ при } t \leq 0,4 \\ \frac{t-0,4}{0,3}, \text{ при } 0,4 \leq t \leq 0,7 \\ \frac{0,7-t}{0,3}, \text{ при } 0,7 \leq t \leq 1,0 \end{array} \right\},$$

$$\mu_{T_4}(t) = \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ при } t \leq 0,70 \\ \frac{1,0-t}{0,3}, \text{ при } 0,7 \leq t \leq 1,0 \end{array} \right\}.$$

Графически функции принадлежности представлены на рисунках 1-4.

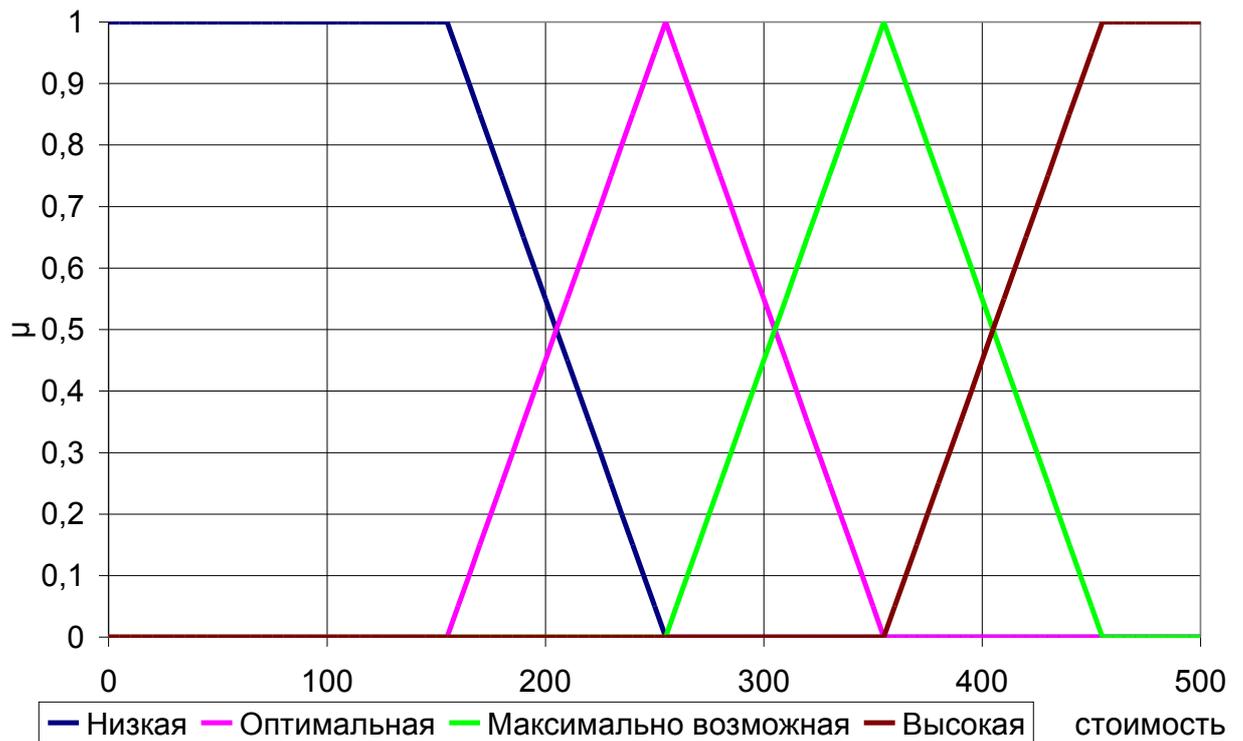


Рисунок 1 – Зависимости функций принадлежности  $\mu$  термам лингвистической переменной «стоимость» от значений стоимости автомобиля

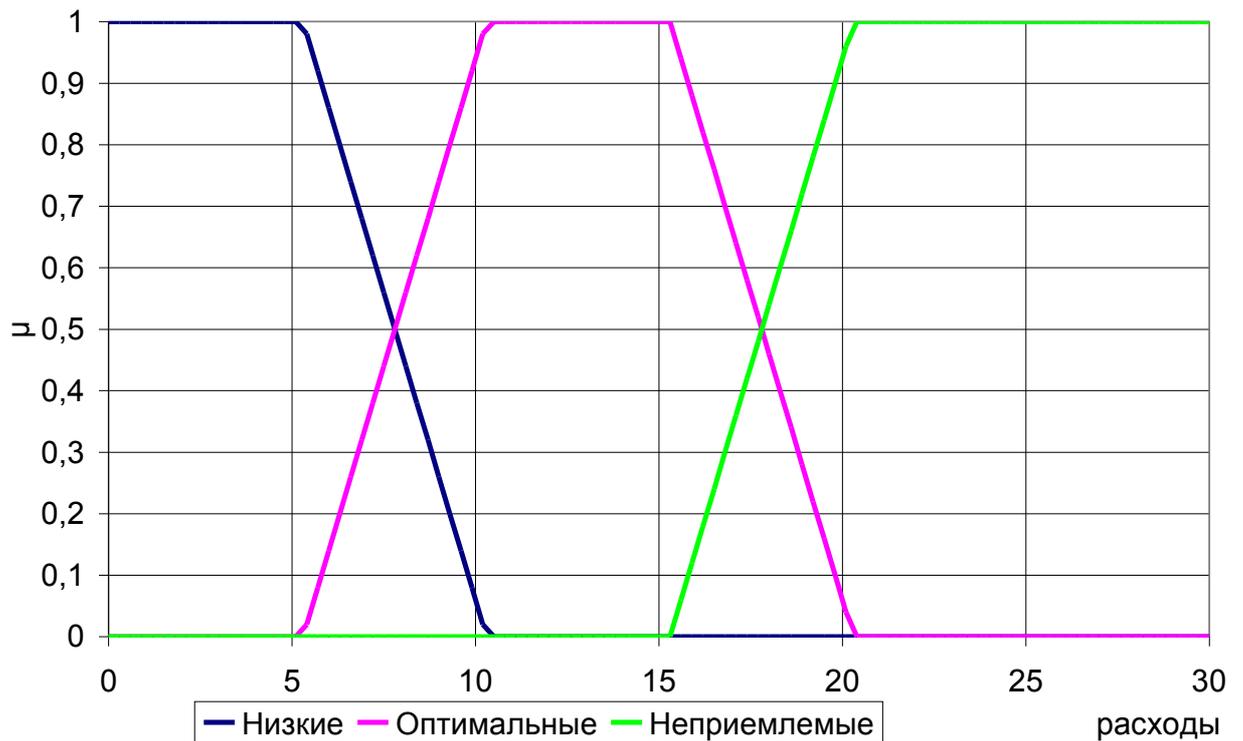


Рисунок 2 – Зависимости функций принадлежности  $\mu$  термам лингвистической переменной «эксплуатационные расходы» от расходов на эксплуатацию автомобиля

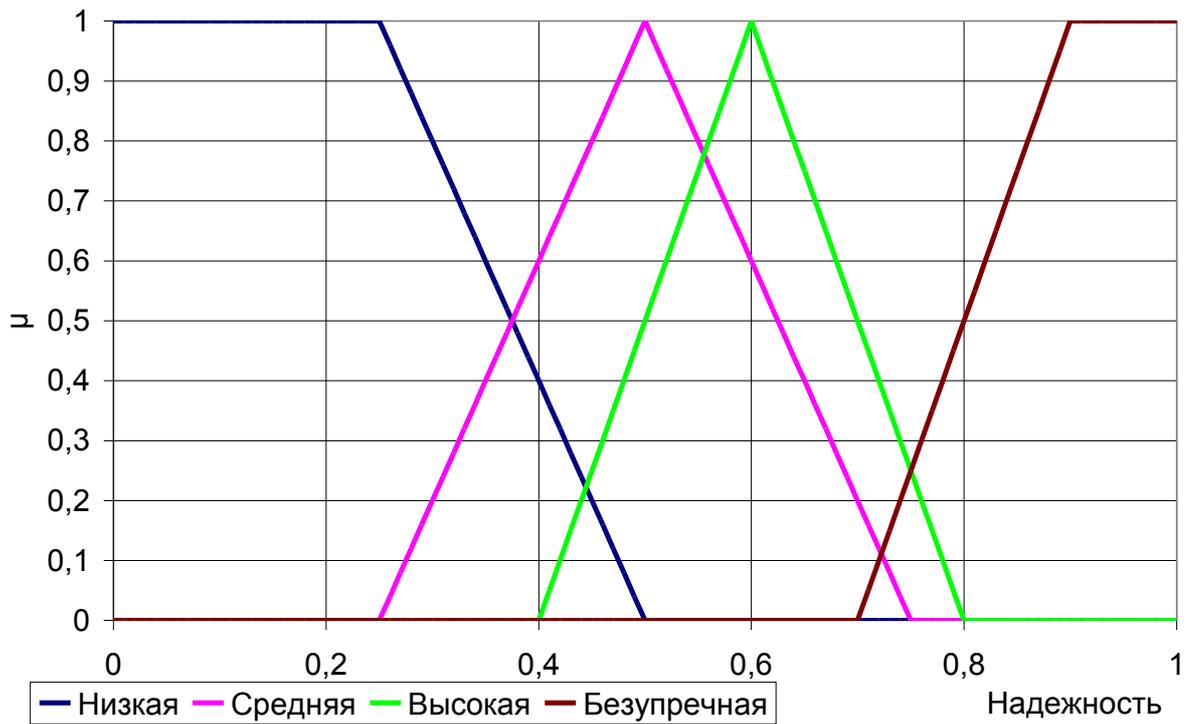


Рисунок 3 – Зависимости функций принадлежности  $\mu$  термам лингвистической переменной «надежность» от условной надежности автомобиля

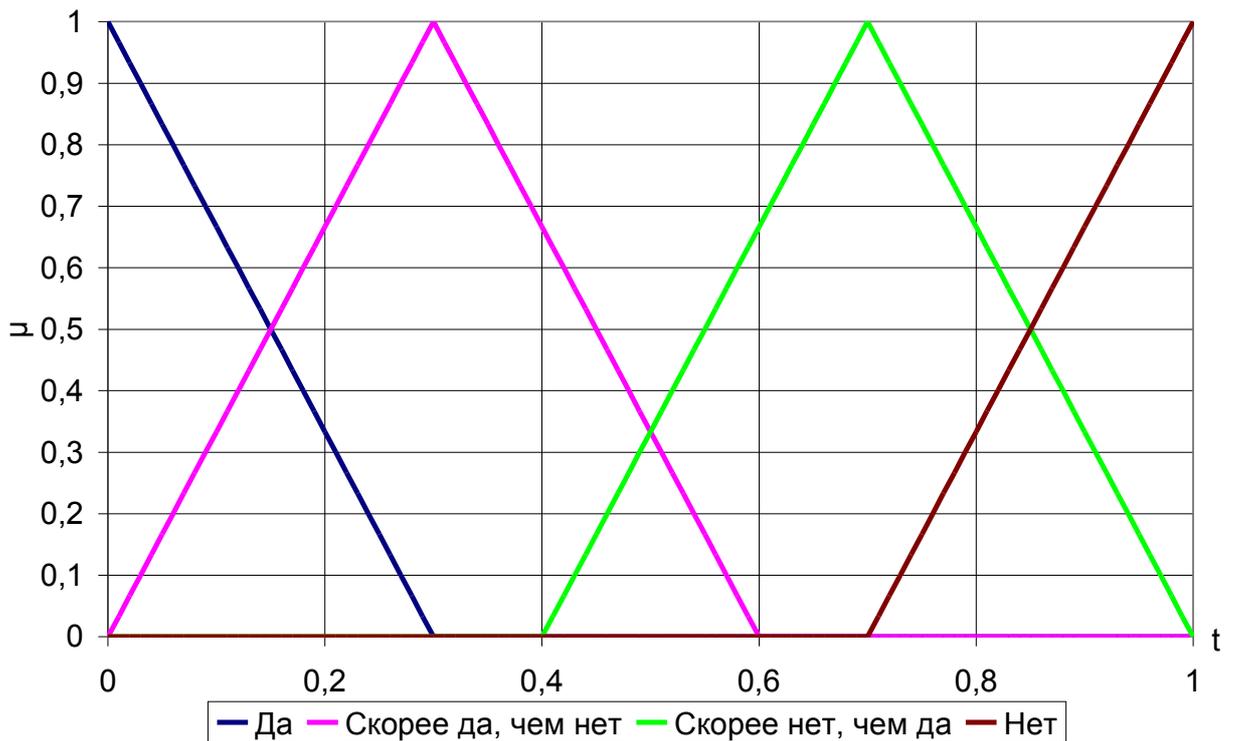


Рисунок 4 – Зависимости функций принадлежности  $\mu$  термам лингвистической переменной «решение о покупке» от значений условной шкалы 0...1

Для формирования базы знаний  $W$  эксперту было предложено сформулировать набор правил «если  $U_i$ , то  $t \in T_i$ »,

где  $U_i = \left( \left( x \in X_i \right) \cap \left( y \in Y_j \right) \cap \left( z \in Z_k \right) \right)$  - посылка правила;

$T_i \in T$  - заключение правила;

$x \in X_i$  - логическое выражение «стоимость принадлежит нечеткому множеству  $X_i$ »;

$y \in Y_j$  - логическое выражение «расходы принадлежат нечеткому множеству  $Y_j$ »;

$z \in Z_k$  - логическое выражение «надежность принадлежит нечеткому множеству  $Z_k$ »;

$t \in T_i$  - логическое выражение «величина  $t$  принадлежит нечеткому множеству  $T_i$ »;

В связи с тем, что в настоящее время не определены условия необходимости и достаточности объема базы знаний, то было решено сформировать базу знаний из всех возможных комбинаций значений входных лингвистических переменных ( $4 * 3 * 4 = 48$  правил). База знаний, в которой для каждого терма входной переменной существует хотя бы одно правило, называется базой знаний со *слабой полнотой* [6].

Эксперт сформулировал правила следующим образом.

1) Если стоимость - низкая и эксплуатационные расходы - низкие и надежность - низкая, то решение - скорее да, чем нет.

2) Если стоимость - низкая и эксплуатационные расходы - низкие и надежность - средняя, то решение - скорее да, чем нет.

3) Если стоимость - низкая и эксплуатационные расходы - низкие и надежность - высокая, то решение - скорее да, чем нет.

4) Если стоимость - низкая и эксплуатационные расходы - низкие и надежность - безупречная, то решение - да.

5) Если стоимость - низкая и эксплуатационные расходы - оптимальные и надежность - низкая, то решение - скорее нет, чем да.

6) Если стоимость - низкая и эксплуатационные расходы - оптимальные и надежность - средняя, то решение - скорее да, чем нет.

7) Если стоимость - низкая и эксплуатационные расходы - оптимальные и надежность - высокая, то решение - скорее да, чем нет.

8) Если стоимость - низкая и эксплуатационные расходы - оптимальные и надежность - безупречная, то решение - да.

9) Если стоимость - низкая и эксплуатационные расходы - неприемлемые и надежность - низкая, то решение - нет.

10) Если стоимость - низкая и эксплуатационные расходы - неприемлемые и надежность - средняя, то решение - нет.

11) Если стоимость - низкая и эксплуатационные расходы - неприемлемые и надежность - высокая, то решение - нет.

12) Если стоимость - низкая и эксплуатационные расходы - неприемлемые и надежность - безупречная, то решение - нет.

13) Если стоимость - приемлемая и эксплуатационные расходы - низкие и надежность - низкая, то решение - скорее да, чем нет.

14) Если стоимость - приемлемая и эксплуатационные расходы - низкие и надежность - средняя, то решение - скорее да, чем нет.

15) Если стоимость - приемлемая и эксплуатационные расходы - низкие и надежность - высокая, то решение - скорее да, чем нет.

16) Если стоимость - приемлемая и эксплуатационные расходы - низкие и надежность - безупречная, то решение - да.

17) Если стоимость - приемлемая и эксплуатационные расходы - оптимальные и надежность - низкая, то решение - скорее нет, чем да.

18) Если стоимость - приемлемая и эксплуатационные расходы - оптимальные и надежность - средняя, то решение - скорее да, чем нет.



45) Если стоимость - высокая и эксплуатационные расходы - неприемлемые и надежность - низкая, то решение - нет.

46) Если стоимость - высокая и эксплуатационные расходы - неприемлемые и надежность - средняя, то решение - нет.

47) Если стоимость - высокая и эксплуатационные расходы - неприемлемые и надежность - высокая, то решение - нет.

48) Если стоимость - высокая и эксплуатационные расходы - неприемлемые и надежность - безупречная, то решение - нет.

В связи с тем, что в сформированной базе знаний  $W$  существует несколько правил, имеющих разные посылки и одинаковое заключение ( $W_i \in W$  размера  $M_i$ , где заключение во всех правилах  $W_i$  сформулировано как « $t \in T_i$ »), то, рассматривая конкретную альтернативу (автомобиль), для каждого терма выходной лингвистической переменной целесообразно определить правило, наиболее соответствующее рассматриваемой альтернативе (имеющее наибольшее значение меры выполненности посылки):

$$\left( W_i \right)_{1 \leq i \leq 4} \left[ \{ W_i \} \sim \left( \bigcup_{1 \leq m \leq M_i} U_m \rightarrow t \in T_i \right) \right] .$$

Нечеткий вывод формулируется для правила *modus ponens* - для известной посылки (предпосылки, антицедента)  $U'$  и заданной импликации  $R$  необходимо найти заключение (следствие, консеквент)  $T'$ :

$$\frac{U', U \rightarrow T}{T'} .$$

Получение результата прямого нечеткого вывода  $T'$  можно представить в виде:

$$T' = U' \circ R = U' \circ (U \rightarrow T) ,$$

где ( $\circ$ ) - операция свертки (композиционное правило нечеткого логического вывода).

В настоящее время проверенных практикой способов нечеткой импликации существует несколько [5, стр. 27-28]. В данной работе для правил вида:

$$(x \in X_i \cap y \in Y_j \cap z \in Z_k) \rightarrow T_i ,$$

использовалась нечеткая  $T$ -импликация *Мамдани* (*Mamdani*):

$$\mu_R(x \in X_i, y \in Y_j, z \in Z_k, t \in T_i) = \text{MIN}(\mu_U(x \in X_i, y \in Y_j, z \in Z_k), \mu_{T_i}(t)) ,$$

$$\mu_U(x \in X_i, y \in Y_j, z \in Z_k) = \text{MIN}(\mu_{X_i}(x), \mu_{Y_j}(y), \mu_{Z_k}(z)) - \text{мера выполненности посылки } x \in X_i \cap y \in Y_j \cap z \in Z_k .$$

Для построения нечеткой композиции множества правил  $W$  в работе использовалось максиминное композиционное правило [6]:

$$\mu_{T'}(t) = \sup_{t \in T, W} \{ \text{MIN}(\mu_U(x \in X_i, y \in Y_j, z \in Z_k), \mu_R(x \in X_i, y \in Y_j, z \in Z_k, t \in T_i)) \} ,$$

где  $\sup_{t \in T} \{ \dots \}$  - оператор вычисления верхней границы множества элементов  $\{ \dots \}$ , где  $t$  «пробегаёт» все значения из  $T$ .

При использовании дискретного представления величины  $t$  справедлива формула:

$$\mu_{T'}(t) = \text{MAX}_{t \in T, W} \{ \text{MIN}(\mu_U(x \in X_i, y \in Y_j, z \in Z_k), \mu_R(x \in X_i, y \in Y_j, z \in Z_k, t \in T_i)) \} .$$

При этом для дефаззификации<sup>5</sup> нечеткой композиции использовался центроидный метод [6]:

$$Q = \frac{\int_0^1 t \cdot \mu_G(t) \cdot dt}{\int_0^1 \mu_G(t) \cdot dt} = \frac{\sum_{n=0}^N \frac{n}{N} \cdot \mu_{T_i}(\frac{n}{N})}{\sum_{n=0}^N \mu_{T_i}(\frac{n}{N})} ,$$

где  $Q$  - центр тяжести нечеткой композиции,

$N$  — размер дискретно заданного равномерно «разбитого» множества  $T$ .

5 от англ. «defuzzification» - приведение к четкости

Разрабатываемая система нечеткого логического вывода должна помочь ЛПР преодолеть затруднения в выборе автомобиля, если характеристики конкретных автомобилей известны (таблица 1). Для получения характеристик автомобилей целесообразно провести отдельное исследование. Однако в рамках данной работы значения характеристик были установлены экспертом самостоятельно в соответствии с заявленными ценами, их техническим состоянием, опытом и интуицией ЛПР.

Таблица 1 – Характеристики автомобилей и значение центра тяжести нечеткой композиции, соответствующее заданным характеристикам

Марка автомобиля	Стоимость, тысяч рублей	Эксплуатационные расходы, %	Надежность	Центр тяжести нечеткой композиции
Toyota Yaris	350	5	0,90	0,32
ВАЗ	350	10	0,50	0,72
BMW	500	7	0,85	0,89
Nissan	350	7	0,80	0,48
Hundaw	350	7	0,75	0,50
ОКА	200	15	0,45	0,42

Для вычисления центра тяжести нечеткого множества «решение о покупке автомобиля» были получены графики нечеткой композиции для каждой альтернативы (рисунки 5-10).

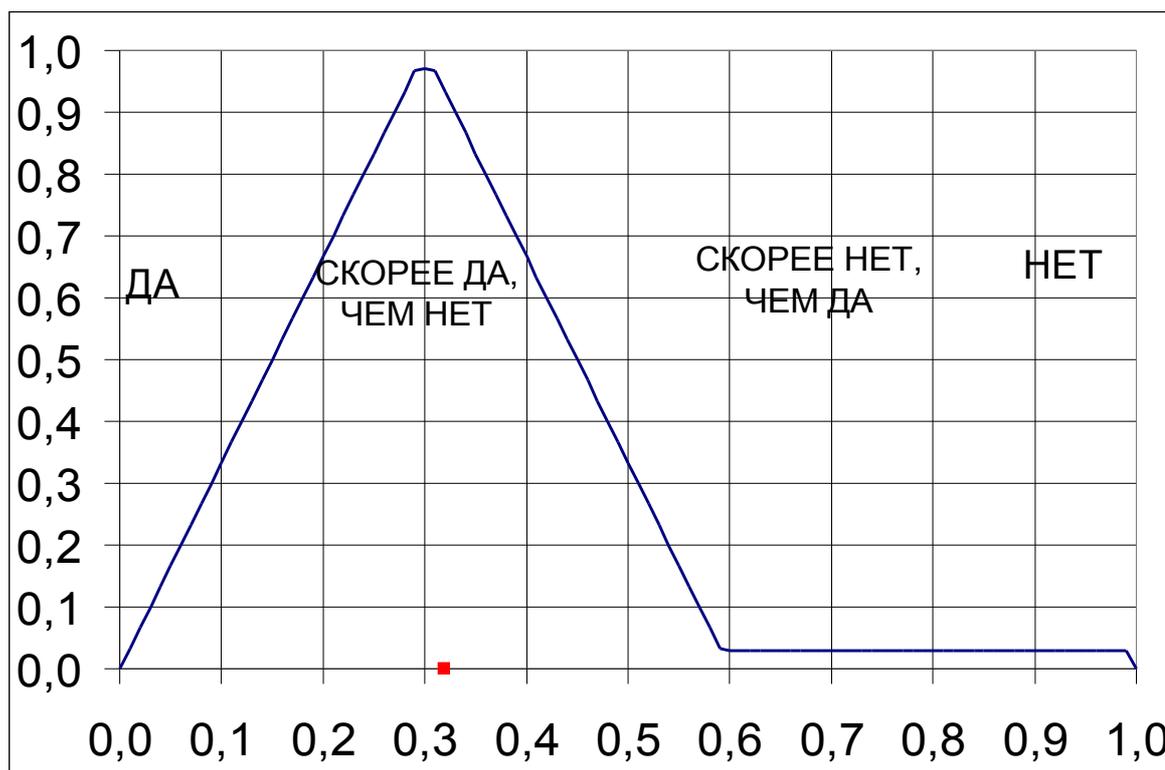


Рисунок 5 – Нечеткая композиция для автомобиля Toyota Jaris

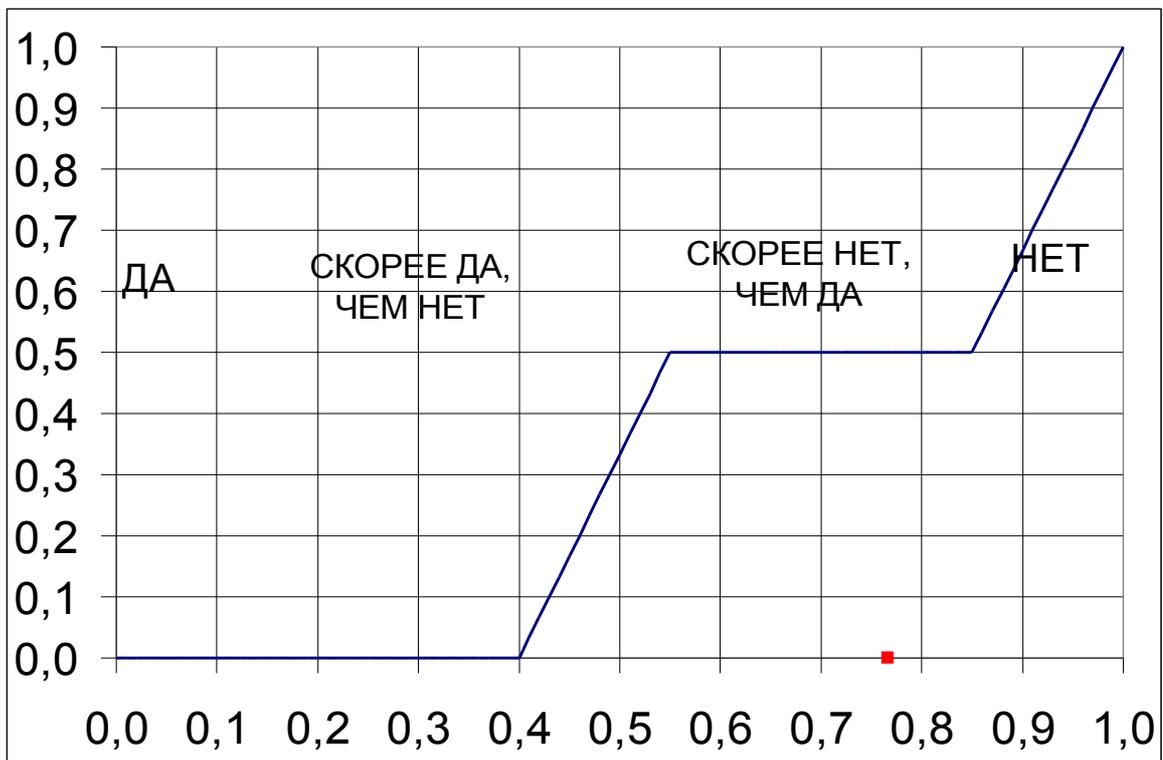


Рисунок 6 – Нечеткая композиция для автомобиля ВАЗ

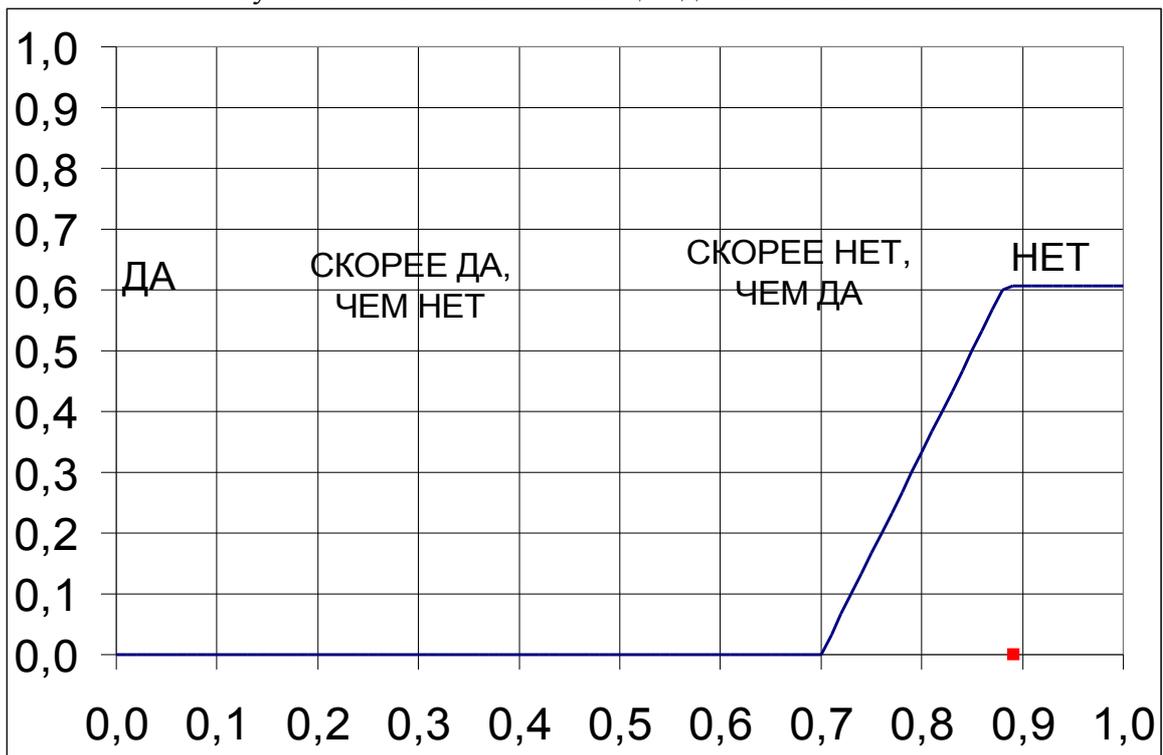


Рисунок 7 – Нечеткая композиция для автомобиля BMW



Рисунок 8 – Нечеткая композиция для автомобиля Nissan



Рисунок 9 – Нечеткая композиция для автомобиля Hundai

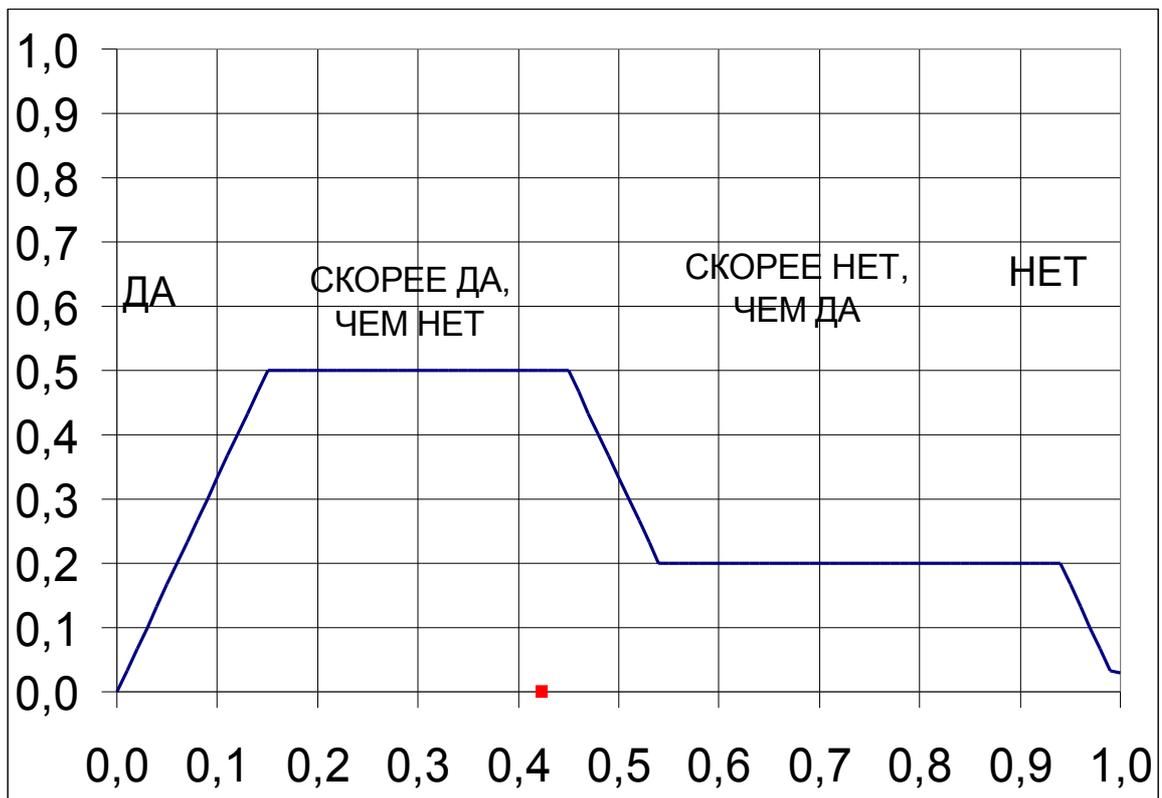


Рисунок 10 – Нечеткая композиция для автомобиля ОКА

На рисунках 5-10 показано насколько характеристики конкретного автомобиля определяют решение о его покупке. Так, на рисунке 5 видно, что характеристики автомобиля Toyota Jaris позволяют принять решение «скорее да, чем нет» с мерой принадлежности 0,98 и решение «скорее нет, чем да» с мерой принадлежности 0,03. Очевидно, что нечеткая композиция Toyota Jaris определяется, в основном, правилом №28 сформированной ранее базы знаний.

В связи с тем, что на рисунках 5-10 термы выходной лингвистической переменной расположены на условной шкале нечеткого вывода от «да» до «нет», то альтернатива будет обладать большим приоритетом, если значение центра тяжести её нечеткой композиции меньше. В таблице 1 представлены значения центра тяжести нечеткой композиции каждой альтернативы. Так, Toyota Jaris обладает наименьшим значением центра тяжести нечеткой композиции и, соответственно, большим приоритетом для покупки. В то же время BMW обладает наибольшим значением центра тяжести нечеткой композиции и, соответственно, наименьшим приоритетом при покупке. И действительно, стоимость автомобиля в 500 тысяч рублей соответствует нечеткому множеству «высокая стоимость» с мерой принадлежности 1,0. В сформированной базе знаний большинство правил, где в посылке используется логическое высказывание «стоимость - высокая», имеют заключение «нет», что и было продемонстрировано на рисунке 7.

Таким образом, разработанная система поддержки и принятия решения о покупке автомобиля позволяет разрешить неопределенность при выборе автомобиля для его покупки. В работе продемонстрированы преимущества математического аппарата нечеткой логики при принятии управленческих решений в условиях неопределенности и предложен оригинальный подход для вычисления нечеткой композиции при дублировании заключений в правилах «слабо» полной базы знаний.

### Список использованных источников

1. Little I.D.C. Models and Managers: The Concept of a Decision Calculus // Management Science, 1970. — v. 16. — N 8.
2. Power D. J. Web-based and model-driven decision support systems: concepts and issues. Americas Conference on Information Systems, Long Beach, California, 2000.
3. ГОСТ 27.002-89. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения.
4. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning // Inform. Sci. (USA) - 1975 – 9 – С.43-48. Пер.: Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений – М.: Мир, 1976
5. Борисов В.В., Круглов В.В., Федулов А.С. Нечеткие модели и сети — М.: Горячая линия — Телеком, 2007г. - 284с.
6. И. Г. Перфильева, Приложения теории нечетких множеств, Итоги науки и техн. Сер. Теор. вероятн. Мат. стат. Теор. Кибернет., 1990, 29, 83–151
7. Kaufman A. Introduction to the theory of fuzzy subsets. Vol. 1. Fundamental theoretical elements // New York: Academic Press, 1975 (Пер.: Кофман А. Введение в теорию нечетких подмножеств. - М.: Радио и связь, 1982г. - 432с.)